

## مدل تحلیلی یک بعدی توزیع جریان زیربحارانی در تقاطع چهارشاخه کanal‌های روباز

سید حسین حسینی<sup>\*</sup>، داود فرسادی زاده<sup>۱</sup>، علی حسین زاده دلیر<sup>۲</sup> و فرزین سلماسی<sup>۲</sup>

تاریخ دریافت: ۹۲/۱۲/۲۳      تاریخ پذیرش: ۹۳/۰۵/۲۶

<sup>۱</sup> دانشجوی دکتری سازه‌های آبی، گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه تبریز

<sup>۲</sup> دانشیار گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه تبریز

<sup>۳</sup> استاد گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه تبریز

\* مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: saied9@yahoo.com

### چکیده

پیش‌بینی توزیع جریان در محل تقاطع کanal‌ها در شبکه‌های آبیاری و انتقال آب به منظور ارائه راهکار مناسب برای طراحی و حفاظت آن‌ها در موقع اضطراری از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. در این مطالعه با استفاده از قوانین بقای جرم، انرژی و مومنتم مدل تحلیلی یک بعدی توزیع جریان زیربحارانی در تقاطع چهارشاخه کanal‌های روباز ارائه و نتایج آن با مدل آزمایشگاهی مقایسه شد. نتایج نشان داد که با افزایش نسبت دبی ورودی و تراز کف کanal‌های فرعی دبی خروجی از کanal اصلی افزایش یافت. کاهش عدد فروع کanal ورودی اصلی سبب افزایش دبی خروجی از کanal اصلی شد. تغییر ارتفاع سرریزهای خروجی تاثیر قابل توجهی بر روی توزیع دبی نداشت. بیشترین انحراف مقدار جریان به کanal خروجی فرعی برای زاویه  $60^\circ$  درجه و کمترین انحراف جریان در زاویه  $90^\circ$  درجه اتفاق افتاد. مقایسه نتایج مدل تحلیلی و آزمایشگاهی مطابقت خوبی را نشان داد بهطوری‌که حداقل خطا محاسباتی کمتر از  $10\%$  بود.

واژه‌های کلیدی: تقاطع چهار شاخه، توزیع جریان، کanal‌های روباز، قانون بقای جرم - انرژی و مومنتم، مدل تحلیلی

## 1D Analytical Model of the Subcritical Flow Distribution in Four- Branch Junctions of Open Channels

**SH Hosseini<sup>\*1</sup>, D Farsadizadeh<sup>2</sup>, A Hosseinzadeh Dalir<sup>3</sup> and F Salmasi<sup>2</sup>**

Received: 14 March 2014 Accepted: 17 August 2014

<sup>1</sup>Ph.D. Student of Water Structures, Dept of Water Engineering, Faculty of Agriculture, Univ of Tabriz, Iran

<sup>2</sup>Assoc. Prof., Dept of Water Engineering, Faculty of Agriculture, Univ of Tabriz, Iran

<sup>3</sup>Prof., Dept of Water Engineering, Faculty of Agriculture, Univ of Tabriz, Iran

\*Corresponding Author, Email: saied9@yahoo.com

### Abstract

Prediction of flow distribution is necessary in open channels junctions at irrigation and conveyance water systems in order to design suitable plans and protect them in emergency situations. In this study, a one dimensional analytical model of subcritical flow distribution using mass - energy and momentum conservation laws was presented for a four-branch junction of open channels and compared with experimental results. The results showed that as the inlet discharge ratio and bed elevation of the lateral channels increased, the outlet discharge of the main channel increased. Furthermore, as the Froude number at the inlet of the main channel decreased, the outlet discharge of it increased. Changes in the height of the weirs at the end of the outlet channels had no considerable effect on the flow distribution. The maximum and minimum deviations of the flow amounts to the outlet lateral channel occurred at the angles of 60 and 90 degrees, respectively. Comparison of the analytical and experimental results showed a good agreement between them so that the maximum error was less than 10%.

**Keywords:** Analytical model, Flow distribution, Four-branch junction, Mass - energy and momentum conservation laws, Open channels

محل تقاطع کانال‌ها برخوردار هستند. تیلور (۱۹۴۴) احتمالاً اولین کسی بود که با فرضیات ساده کننده و کاربرد یک مدل تحلیلی برای جریان در تقاطع کانال‌های روبرو توانست به پیش‌بینی عمق آب در کانال فرعی بالادست تقاطع پردازد. هرگ (۱۹۸۹) با فرض اینکه در محل حداقل سرعت (بیشترین انقباض) عمق بحرانی ایجاد می‌شود و با استفاده از سه معادله پیوستگی، مومنتوم و انرژی معادلاتی را برای محاسبه عمق نسبی و ضریب انقباض جریان ارائه نمود.

### مقدمه

مطالعات آزمایشگاهی متعددی در مورد توزیع جریان زیربحارانی در محل تقاطع کانال‌ها انجام شده است، اما با توجه به هزینه زیاد و زمان بر بودن این مطالعات مدل‌های تحلیلی و عددی همواره مورد توجه قرار داشته است. طبق نظر محققین مدل‌های ارائه شده براساس معادلات یک بعدی سنت ونانت در اعداد فرود پایین که شدت تلاطم کم بوده و شب سطح آب ناچیز است، از دقت قابل قبولی در پیش‌بینی توزیع جریان در

مرزی و نیروی برشی ناحیه جدادشگی پایین دست کanal ورودی فرعی را در نظر گرفتند و معادلاتی را ارائه دادند. روییره و همکاران (۲۰۰۶) به بررسی آزمایشگاهی جریان زیر بhydrانی در تقاطع ۴ شاخه (دو کanal ورودی و دو کanal خروجی) پرداخته و یک مدل یک بعدی برای آن ارائه دادند. نانیا و همکاران (۲۰۱۱) از طریق مطالعه آزمایشگاهی به بررسی خصوصیات جریان زیر بhydrانی در تقاطع چهار شاخه ۹۰ درجه هم عرض پرداختند. در مطالعات آنها تقاطع دارای دو ورودی و دو خروجی بود. جریان در منطقه تقاطع و بویژه قبل از تقاطع یکنواخت بود که با مطالعه تیلور (۱۹۴۴) تطابق داشت و با کاهش عدد فرود یکنواخت تر می شد. روییره و همکاران (۲۰۱۱) به بررسی آزمایشگاهی جریان زیر بhydrانی در تقاطع چهار شاخه (دو کanal ورودی و دو کanal خروجی) پرداختند. آنها با استفاده از فرضیات ساده کننده، همراه با معادلات پیوستگی و مومنتم یک مدل تحلیلی هیدرولیکی برای توزیع جریان ارائه دادند و نتایج حاصل از آن را با نتایج آزمایشگاهی مقایسه نمودند که مطابقت خوبی داشت، به طوری که در محدوده شرایط آزمایشگاهی مورد بررسی دارای خطای  $\pm 5\%$  بود. هدف از این تحقیق ارائه یک مدل تحلیلی برای توزیع جریان در تقاطع چهار شاخه کanal های روباز براساس معادلات پیوستگی، انرژی و مومنتم و یکسری فرضیات ساده کننده و مقایسه با نتایج آزمایشگاهی به منظور صحت سنجی مدل تحلیلی می باشد.

#### مواد و روش ها

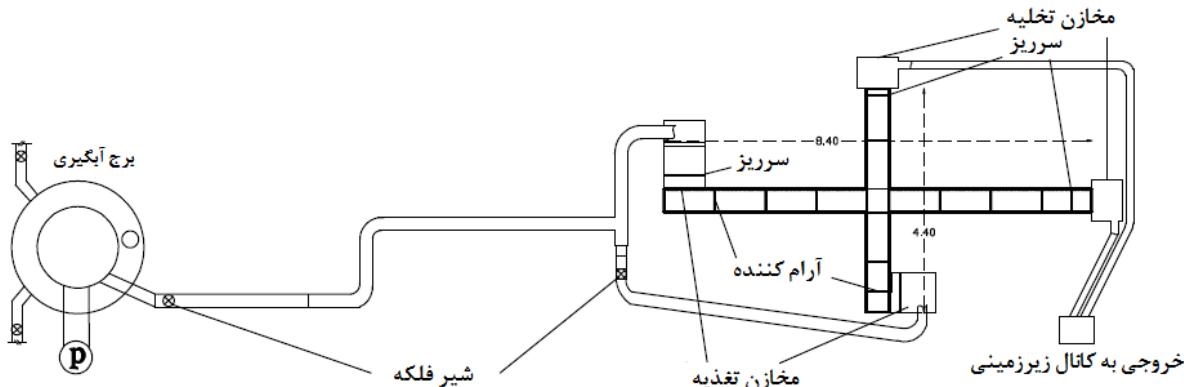
#### مدل آزمایشگاهی

آزمایش ها در آزمایشگاه هیدرولیک گروه مهندسی آب دانشگاه تبریز انجام شد. مدل آزمایشگاهی از دو کanal فلزی - شیشه ای تشکیل شده که طول کanal اصلی و فرعی به ترتیب  $8/4$  و  $4/4$  متر و ارتفاع و عرض کanal ها به ترتیب  $0/5$  و  $0/4$  متر بود. شبیه کف کanal ها ثابت و برابر صفر در نظر گرفته شد. در ابتدا و انتهای کanal اصلی و فرعی مخازن تخلیه و تغذیه قرار داشت. آب مورد نیاز آزمایش ها توسط یک

رامامورتی و همکاران (۱۹۹۰) مدلی را برای توزیع جریان در تقاطع سه شاخه راست گوشه برحسب عدد فرود بالا دست کanal اصلی و پایین دست تقاطع ارائه دادند و نتایج حاصل از آن را با نتایج آزمایشگاهی مقایسه کردند. علاوه بر این گورام و همکاران (۱۹۹۷) با کاربرد معادله مومنتم در محل سه شاخه رابطه ای را برای محاسبه نسبت عمق جریان در بالا دست اتصال به عمق پایاب بدست آوردند که این نسبت همواره بزرگتر از یک می باشد. برقعی و همکاران (۱۳۸۱) با استفاده از معادلات پیوستگی و اندازه حرکت و در نظر گرفتن چندین فرض ساده کننده، روابطی را برای محاسبه اعماق و شرایط ایجاد پرش هیدرولیکی در پایین دست محل تلاقی ۹۰ درجه ارائه نمودند. فریزل و همکاران (۲۰۰۸) به بررسی آزمایشگاهی و عددی الگوی جریان در تقاطع سه شاخه ۹۰ درجه پرداختند که در آن دو جریان ورودی در خلاف جهت یکدیگر با هم برخورد می کنند. آنها در مطالعه خود از مدل تلامم دو بعدی  $4-k$  استفاده کردند. با وجود مقداری اختلاف بین نتایج عددی و آزمایشگاهی، نتایج مدل عددی مورد استفاده توسط آنها در پیش بینی مشخصات اصلی جریان از جمله انقباض جریان در کanal فرعی از دقت قابل قبولی برخوردار بود. هانگ و همکاران (۲۰۰۲) به بررسی عددی جریان سه بعدی در محل تقاطع کanal های روباز پرداختند. آنها نتایج حاصل از تحقیق خود را با نتایج آزمایشگاهی شومت (۱۹۹۸) مربوط به تقاطع ۹۰ درجه مقایسه کردند و از مدل خود به منظور بررسی تاثیر تغییر زاویه بر روی خصوصیات جریان در محل تقاطع استفاده کردند. مقایسه نتایج آنها نشان داد که مدل ارائه شده در پیش بینی خصوصیات هیدرودینامیکی جریان در محل تقاطع از دقت خوبی برخوردار بوده و تطابق خوبی با داده های آزمایشی دارد. شابایک و همکاران (۲۰۰۲) براساس قانون بقای مومنتم در راستای جریان اصلی و بقای جرم برای کل سیستم، مدل تحلیلی یک بعدی برای جریان زیر بhydrانی در یک تقاطع سه شاخه ارائه دادند. آنها در مدل خود نیروی برشی بین دو حجم کنترل، نیروی اصطکاک

زمینی به داخل برج آبگیری تامین می‌شد (شکل ۱).

پمپ با ظرفیت ۱۰۰ لیتر بر ثانیه با پمپاژ از مخزن زیر



شکل ۱- پلان مدل آزمایشگاهی.

ثقل  $g$ ، جرم مخصوص سیال  $\rho$ ، لزجت دینامیکی  $\mu$ ، ارتفاع سرریزهای انتهای کanal های خروجی  $c_x, c_y$ ، تراز کف کanal های فرعی ورودی و خروجی  $z_{yo}, z_{xi}$ . در آزمایش ها تاثیر هر یک از پارامترهای فوق به صورت جداگانه بر روی نسبت دبی خروجی به ورودی اصلی بررسی شد. در جدول ۱ پارامترها و محدوده تغییرات آن ها نشان داده شده است.

پارامترهای موثر بر روی الگوی توزیع جریان در این تحقیق را می توان به صورت زیر طبقه بندی کرد. دبی جریان کanal های ورودی  $Q_{xi}$ ،  $Q_{yo}$  دبی جریان کanal های خروجی  $Q_{xo}$ ،  $Q_{yo}$  عمق آب در کanal های ورودی  $y_{xi}, y_{yo}$  عرض کanal های ورودی  $b_{xi}, b_{yo}$  عرض کanal های خروجی  $y_{xo}$ ،  $y_{yo}$  زاویه تقاطع کanal ها  $\theta$ ، شتاب

جدول ۱- پارامترهای مورد بررسی در آزمایشها.

عنوان پارامتر	محده تغییرات
نسبت دبی ورودی $(\frac{Q_{yi}}{Q_{xi}})$	۱، ۰/۸، ۰/۶، ۰/۴، ۰/۲
ارتفاع سرریزها در کanal خروجی $(c_x, c_y)$ (cm)	۲۵، ۲۲/۵، ۲۰، ۱۷/۵، ۱۵
زاویه بین کanal های ورودی و خروجی (درجه) $(\theta)$	۹۰، ۶۰، ۴۵، ۳۰
تراز کف کanal های فرعی ورودی و خروجی نسبت به کف کanal اصلی (cm) $z$	۱۰، ۷/۵، ۵، ۲/۵، ۰
عدد فرود کanal ورودی اصلی $(Fr_{xi})$	صفرا تا ۰/۲

سری فرضیات ساده کننده در نظر گرفته شد که عبارتند از:

- جریان در کanal های ورودی و خروجی بلا فاصله قبل و بعد از تقاطع یکنواخت می باشد.
- توزیع سرعت در مقطع عرضی در کanal های ورودی و خروجی یکنواخت است.

مدل تحلیلی  
مدل عددی ارائه شده در این تحقیق یک بعدی بوده و هدف از آن تعیین توزیع جریان و عمق آب در کanal ها بر مبنای قانون بقای جرم، انرژی و مومنت می باشد. در بدست آوردن معادلات مربوط به مدل یک-

- معادله دبی - اشل مربوط به سرریزهای انتهای کanal های خروجی

$$Q_{xo} = 0.715(y_{xo} - h_{xo})^{1.5} \quad [5]$$

$$Q_{yo} = 0.715(y_{yo} - h_{yo})^{1.5} \quad [6]$$

در معادلات ۵ و ۶  $h_{xo}$  و  $h_{yo}$  ارتفاع لبه بالایی سرریزهای انتهای کanal های خروجی می باشند. در معادلات فوق واحد جرم کیلوگرم، واحد طول متر و واحد زمان ثانیه می باشد. معادلات ۱ تا ۶ در مجموع ۶ معادله را تشکیل می دهد که از آن ها می توان برای تعیین پارامترهای مجھول استفاده کرد. در معادله ۲ دو پارامترهای  $\delta_{yi}$  و  $\delta_{yo}$  وجود دارد که با تعیین آن ها می توان دستگاه معادلات را حل نمود. برای تعیین پارامترهای فوق روش های زیر ارائه شد.

تعیین زاویه جریان ورودی از کanal فرعی با راستای مثبت محور  $x (\delta_{yi})$

فرض کنید انحراف جریان ورودی از کanal فرعی سهمی شکل است. اگر محورهای مختصات دکارتی را به صورتی در نظر گرفته شود که راس آن در گوشه بالا دست تقاطع، بین دو کanal ورودی اصلی و فرعی ( نقطه  $a$  ) واقع شود، طوری که جهت مثبت محور  $x$  ها در راستای کanal اصلی به سمت پایین دست و جهت مثبت محور  $y$  ها در راستای کanal فرعی و به سمت پایین دست باشد ( شکل ۲ )، معادله سهمی مربوط به انحراف جریان آب را می توان به صورت زیر نوشت:

$$y^2 = 4px \quad [V]$$

- توزیع فشار در کanal های ورودی و خروجی هیدرواستاتیک است.

- ضرایب تصحیح انرژی جنبشی و مومنتم برابر یک می باشد ( $\alpha = \beta = 1$  ).

- با توجه به جنس شیشه ای کف و جدارهای کanal ها از افت اصطکاک ناشی از آن ها صرف نظر شد.

- از افت ناشی از تلاطم و تنش برشی نیز به دلیل کم بودن مقدار عدد فرود صرف نظر شد.

با توجه به اینکه در این تحقیق هدف تعیین دبی جریان کanal های خروجی و عمق آب در تمام کanal ها می باشد در مجموع تعداد شش مجھول وجود خواهد داشت که برای تعیین آن ها به شش معادله نیاز است. به همین منظور معادلات زیر در نظر گرفته شد.

- معادله پیوستگی برای کل سیستم

$$Q_{xi} + Q_{yi} = Q_{xo} + Q_{yo} \quad [1]$$

- معادله مومنتم در راستای کanal اصلی

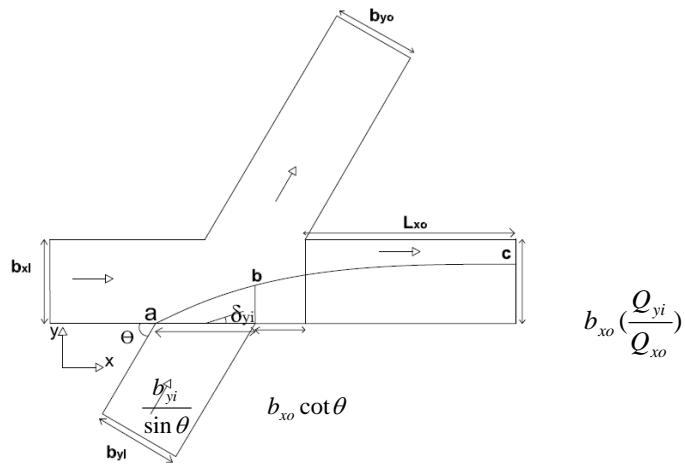
$$\frac{y_{xi}^2}{2} b_{xi} - \gamma \frac{y_{xo}^2}{2} b_{xo} + \rho \frac{Q_{xi}^2}{(b_{xi} \times y_{xi})} - \rho \frac{Q_{xo}^2}{(b_{xo} \times y_{xo})} + \frac{Q_{yi}^2 \cos(\delta_{yi})}{(b_{yi} \times y_{yi} \cos(\theta - \delta_{yi}))} - \rho \frac{Q_{yo}^2 \cos(\delta_{yo})}{(b_{yo} \times y_{yo} \cos(\theta - \delta_{yo}))} = 0 \quad [2]$$

- معادله انرژی

در این حالت دو معادله بین جریان کanal فرعی ورودی و کanal اصلی خروجی و جریان کanal ورودی اصلی و خروجی فرعی نوشته می شود.

$$y_{yi} + z_{yi} + \frac{Q_{yi}^2}{2g(b_{yi} \times y_{yi})^2} = y_{xo} + z_{xo} + \frac{Q_{xo}^2}{2g(b_{xo} \times y_{xo})^2} \quad [3]$$

$$y_{xi} + z_{xi} + \frac{Q_{xi}^2}{2g(b_{xi} \times y_{xi})^2} = y_{yo} + z_{yo} + \frac{Q_{yo}^2}{2g(b_{yo} \times y_{yo})^2} \quad [4]$$



شکل ۲- طرح شماتیک الگوی جریان در محل تقاطع.

با فرض اینکه شبی خط انحراف جریان ورودی از کanal فرعی با شبی منحنی مربوط به انحنای جریان در نقطه  $b$  برابر است، می‌توان زاویه انحراف جریان ورودی را تعیین کرد. اگر چنانچه از معادله ۹ مشتقه گرفته شود، معادله‌ی زیر به دست می‌آید:

$$2y \frac{dy}{dx} = \frac{b_{xo}^2 \left[ \frac{Q_{yi}}{Q_{xo}} \right]^2}{\left( \frac{b_{yi}}{\sin \theta} + b_{xo} \cot \theta + L_{xo} \right)} \\ \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{b_{xo}^2 \left[ \frac{Q_{yi}}{Q_{xo}} \right]^2}{2y \left( \frac{b_{yi}}{\sin \theta} + b_{xo} \cot \theta + L_{xo} \right)} \quad [11]$$

با جایگذاری مقدار  $y$  از معادله ۱۰ در معادله ۱۱، آن را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{b_{xo} \left[ \frac{Q_{yi}}{Q_{xo}} \right]}{2 \sqrt{\left( \frac{b_{yi}}{\sin \theta} + b_{xo} \cot \theta + L_{xo} \right)}} \times \frac{1}{\sqrt{x}} \quad [12]$$

طبق فرض انجام شده و با جایگذاری  $x = \frac{b_{yi}}{\sin \theta}$  در معادله ۱۲ خواهیم داشت:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{b_{xo} \left[ \frac{Q_{yi}}{Q_{xo}} \right]}{2 \sqrt{\left( \frac{b_{yi}}{\sin \theta} + b_{xo} \cot \theta + L_{xo} \right)}} \times \frac{\sqrt{\sin \theta}}{\sqrt{b_{yi}}} = \tan \delta_{yi} \quad [13]$$

پارامتر  $p$  را می‌توان با جایگزینی مختصات یک نقطه از منحنی  $ac$  در معادله فوق تعیین کرد. اگر چنانچه مختصات نقطه  $c$  در آن جایگزین شود، می‌توان نوشت:

$$x_c = \frac{b_{yi}}{\sin \theta} + b_{xo} \cot \theta + L_{xo} \\ y_c = b_{xo} \left( \frac{Q_{yi}}{Q_{xo}} \right) \\ b_{xo}^2 \left[ \frac{Q_{yi}}{Q_{xo}} \right]^2 = 4p \left( \frac{b_{yi}}{\sin \theta} + b_{xo} \cot \theta + L_{xo} \right) \\ \Rightarrow p = \frac{b_{xo}^2 \left[ \frac{Q_{yi}}{Q_{xo}} \right]^2}{4 \left( \frac{b_{yi}}{\sin \theta} + b_{xo} \cot \theta + L_{xo} \right)} \quad [14]$$

درنهایت معادله ۷ را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$y^2 = \frac{b_{xo}^2 \left[ \frac{Q_{yi}}{Q_{xo}} \right]^2}{\left( \frac{b_{yi}}{\sin \theta} + b_{xo} \cot \theta + L_{xo} \right)} x \quad [15] \\ \Rightarrow y = \pm \frac{b_{xo} \left[ \frac{Q_{yi}}{Q_{xo}} \right]}{\sqrt{\left( \frac{b_{yi}}{\sin \theta} + b_{xo} \cot \theta + L_{xo} \right)}} \sqrt{x} \quad [16]$$

با توجه به اینکه منحنی در ربع اول مختصات دکارتی واقع شده، مقدار مثبت  $y$  قابل قبول می‌باشد.

$$\Rightarrow y = \pm \sqrt{\frac{(b_{xi}(1 - \frac{Q_{yo}}{Q_{xi}}) - b_{xo})}{\sqrt{(b_{xi} \cot \theta + \frac{b_{yo}}{\sin \theta} + L_{xi})}}} \sqrt{-(x - b_{xi} \cot \theta - \frac{b_{yo}}{\sin \theta}) + b_{xo}} \quad [19]$$

در این حالت مقدار منفی  $y$  قابل قبول است. همانند  
حالت قبل شبیب خط انحراف جریان در نقطه  $b$  برابر با  
 $\tan \delta_{yo}$  فرض شد. بدین ترتیب مقدار زاویه  $\delta_{yo}$  به  
صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{(b_{xi}(1 - \frac{Q_{yo}}{Q_{xi}}) - b_{xo})^2}{2(y - b_{xo})(b_{xi} \cot \theta + \frac{b_{yo}}{\sin \theta} + L_{xi})} \quad [20]$$

با جایگذاری  $y$  از معادله ۱۹ در رابطه ۲۰ می‌توان  
روابط زیر را به دست آورده:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(b_{xi}(1 - \frac{Q_{yo}}{Q_{xi}}) - b_{xo})}{2\sqrt{(b_{xi} \cot \theta + \frac{b_{yo}}{\sin \theta} + L_{xi})}} \times \frac{1}{\sqrt{-(x - b_{xi} \cot \theta - \frac{b_{yo}}{\sin \theta})}} \quad [21]$$

چنانچه در معادله فوق بجای  $X$  مقدار  $b_{xi} \cot \theta$  در نهایت خواهیم داشت:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2} \times \frac{(b_{xi}(1 - \frac{Q_{yo}}{Q_{xi}}) - b_{xo})}{\sqrt{(b_{xi} \cot \theta + \frac{b_{yo}}{\sin \theta} + L_{xi})}} \times \frac{1}{\sqrt{\frac{b_{yo}}{\sin \theta}}} = \tan \delta_{yo} \quad [22]$$

$$\Rightarrow \delta_{yo} = \arctan \left( \frac{1}{2} \times \frac{(b_{xi}(1 - \frac{Q_{yo}}{Q_{xi}}) - b_{xo})}{\sqrt{(b_{xi} \cot \theta + \frac{b_{yo}}{\sin \theta} + L_{xi})}} \times \frac{\sqrt{\sin \theta}}{\sqrt{b_{yo}}} \right) \quad [23]$$

در دو حالت بررسی شده ارتفاع سریزهای انتهایی  
کانال‌ها با یکدیگر برابر بود. با جایگزینی مقادیر  $y_i$   
و  $\delta_{yo}$  محاسبه شده در معادله ۲ می‌توان دستگاه  
معادلات (۶ معادله، ۶ مجهول) را تشکیل داده و حل  
نمود. در این تحقیق معادلات با استفاده از کدنویسی در  
برنامه MATLAB 2011 حل شد.

$$\delta_{yi} = \arctan \left( \frac{b_{xo} \left[ \frac{Q_{yi}}{Q_{xo}} \right]}{2\sqrt{\left( \frac{b_{yi}}{\sin \theta} + b_{xo} \cot \theta + L_{xo} \right)}} \times \frac{\sqrt{\sin \theta}}{\sqrt{b_{yi}}} \right) \quad [14]$$

تعیین زاویه جریان خروجی از کانال فرعی با راستای  
مثبت محور  $x$  ( $\delta_{yo}$ )

در این حالت معادله سهمی عبوری از مرکز  
مختصات (نقطه  $a$ ) به صورت زیر می‌باشد (شکل ۳).

$$y^2 = -4px \quad [15]$$

با انتقال راس سهمی از نقطه  $a$  به  $c$ ، معادله خط  
انحراف جریان آب ورودی به کانال خروجی فرعی به  
صورت زیر خواهد بود:

$$(y - b_{xo})^2 = -4p(x - b_{xi} \cot \theta - \frac{b_{yo}}{\sin \theta})$$

$$c_x = b_{xi} \cot \theta + \frac{b_{yo}}{\sin \theta}$$

$$c_y = b_{xo} \quad [16]$$

با جایگذاری مختصات نقطه  $d$  در معادله ۱۶ مقدار  $P$  را  
می‌توان به صورت زیر تعیین کرد:

$$x_d = -L_{xi}$$

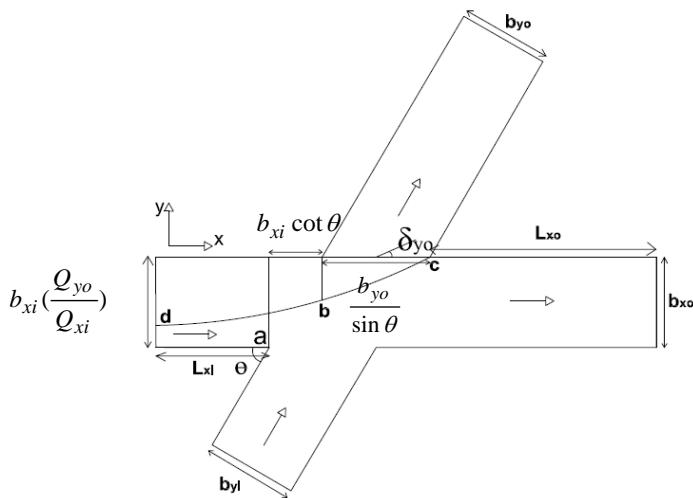
$$y_d = b_{xi}(1 - \frac{Q_{yo}}{Q_{xi}})$$

$$(b_{xi}(1 - \frac{Q_{yo}}{Q_{xi}}) - b_{xo})^2 = -4p(-L_{xi} - b_{xi} \cot \theta - \frac{b_{yo}}{\sin \theta})$$

$$\Rightarrow p = \frac{(b_{xi}(1 - \frac{Q_{yo}}{Q_{xi}}) - b_{xo})^2}{4(b_{xi} \cot \theta + \frac{b_{yo}}{\sin \theta} + L_{xi})} \quad [17]$$

با جایگزینی  $p$  در معادله ۱۶ داریم:

$$(y - b_{xo})^2 = -\frac{(b_{xi}(1 - \frac{Q_{yo}}{Q_{xi}}) - b_{xo})^2}{(b_{xi} \cot \theta + \frac{b_{yo}}{\sin \theta} + L_{xi})} (x - b_{xi} \cot \theta - \frac{b_{yo}}{\sin \theta}) \quad [18]$$



شکل ۳- طرح شماتیک الگوی جریان در محل تقاطع.

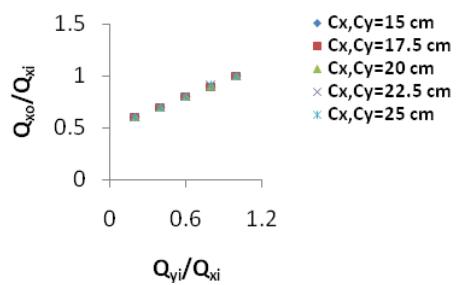
### نتایج و بحث

#### مدل تحلیلی و مقایسه با نتایج آزمایشگاهی

در این قسمت نتایج مربوط به توزیع دبی جریان با مدل تحلیلی ارائه و با نتایج آزمایشگاهی برای نشان دادن قابلیت مدل مقایسه شده است.

#### نسبت دبی ورودی

نتایج مدل تحلیلی نشان می‌دهد که با افزایش نسبت دبی ورودی، دبی خروجی از کanal اصلی افزایش می‌یابد که روند افزایش آن خطی می‌باشد. با افزایش دبی کanal فرعی ورودی با توجه به اینکه تقریباً همه جریان به داخل کanal خروجی اصلی منحرف می‌شود، دبی خروجی از کanal اصلی افزایش می‌یابد. دلیل افزایش خطی دبی خروجی، مقدار ثابت افزایش دبی ورود می‌باشد. شکل ۴ نتایج مربوط به مدل تحلیلی درمورد تغییرات نسبت دبی خروجی از کanal اصلی را در برابر دبی ورودی به کanal فرعی برای زاویه تقاطع ۳۰ درجه، تراز کف صفر و ارتفاع متفاوت سرریزهای خروجی نشان می‌دهد.

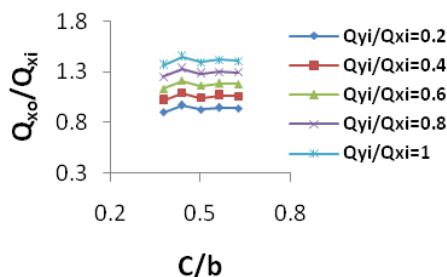


شکل ۴- تغییرات دبی خروجی از کanal اصلی در برابر دبی ورودی به کanal فرعی.

به منظور صحتسنجی نتایج حاصل از مدل تحلیلی با نتایج آزمایشگاهی میزان خطای مقادیر به دست آمده از مدل تحلیلی به صورت زیر محاسبه شد.

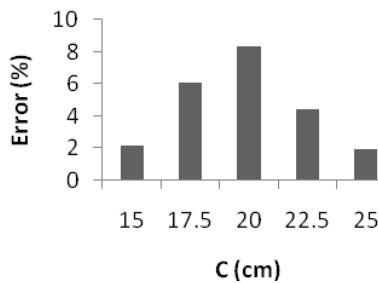
$$Error(\%) = \frac{|Q_{predicted} - Q_{measured}|}{Q_{measured}} \times 100 \quad [24]$$

مشخص است به ازای یک نسبت دبی ورودی ثابت، تغییر ارتفاع سرریزها سبب نوساناتی بسیار ناچیز بر روی دبی خروجی از کanal اصلی می‌شود اما تقریباً می‌توان گفت که مقدار دبی خروجی ثابت است. با افزایش مقدار نسبت دبی ورودی، مقدار دبی خروجی از کanal اصلی افزایش می‌یابد اما روند تغییرات تقریباً ثابت است.



شکل ۶- تغییرات نسبت دبی خروجی از کanal اصلی در برابر ارتفاع سرریزهای مختلف.

خطای مربوط به مقادیر محاسبه شده توسط روش تئوری در این حالت نیز حداقل ۱۰٪ بود. شکل ۷ مقدار خطای محاسبه شده توسط رابطه ۲۴ را برای زاویه تقاطع ۶۰ درجه، تراز کف ۵ سانتی‌متر و نسبت دبی ۴/۰ نشان می‌دهد.

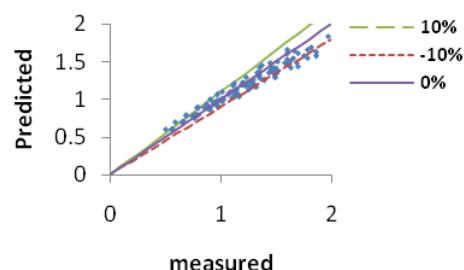


شکل ۷- خطای محاسباتی مدل تحلیلی برای ارتفاع سرریزهای مختلف.

#### تراز کف کanal های فرعی

همان‌طور که در شکل ۸ مشخص است با افزایش نسبت تراز کف کanal های فرعی نسبت دبی خروجی از کanal اصلی افزایش می‌یابد و در نهایت به یک مقدار ثابت میل می‌کند. دلیل این شرایط آن است که با افزایش تراز کف کanal های فرعی، در ترازهای بالاتر تقریباً همه جریان ورودی از کanal اصلی خارج می‌شود.

در رابطه فوق  $Q_{predicted}$  و  $Q_{measured}$  به ترتیب دبی اندازه‌گیری و محاسبه شده و Error درصد خطای نشان می‌دهد. مقادیر خطای محاسبه شده توسط رابطه فوق برای دبی خروجی از کanal اصلی و زاویه تقاطع ۳۰ درجه بجز برخی موارد معده (برای مثال برای ارتفاع سرریزهای مختلف در برخی نسبت دبی‌های ورودی مقدار خطای ۱۱٪، ۱۴٪ و ۱۶٪ مشاهده شد که با توجه به پراکندگی خطاهای، احتمالاً ناشی از خطای اندازه‌گیری دبی در آزمایشگاه می‌باشد) در اکثر آزمایش‌ها کمتر از ۱۰٪ بود. در شکل ۵ مقادیر محاسبه شده  $\frac{Q_{xo}}{Q_{xi}}$  در برابر مقادیر پیش‌بینی شده حاصل از مدل تحلیلی ترسیم شده است. خطوط ترسیم شده مربوط به خطای  $\pm 10\%$  می‌باشد، همان‌طور که در شکل مشخص است اکثر داده‌ها بین دو خط قرار دارند که نشان‌دهنده این است که مقدار خطای مربوط به مدل تحلیلی کمتر از ۱۰٪ می‌باشد. علامت مثبت خط مربوط به زمانی است که دبی محاسبه شده با استفاده از مدل تحلیلی بیشتر از دبی اندازه‌گیری شده و مقدار منفی مربوط به حالتی است که دبی محاسبه شده توسط مدل تحلیلی کمتر از دبی اندازه‌گیری شده می‌باشد.

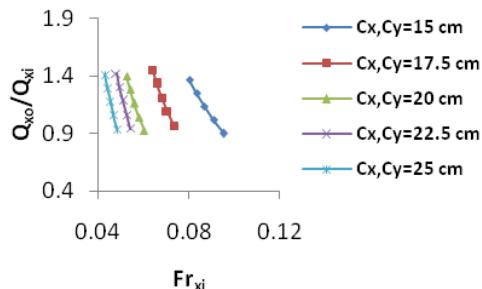


شکل ۵- مقایسه مقادیر تئوری و تجربی نسبت دبی خروجی برای زاویه تقاطع ۳۰ درجه.

#### ارتفاع سرریزهای خروجی

شکل ۶ تغییرات نسبت دبی خروجی از کanal اصلی را در برابر ارتفاع سرریزهای مختلف برای زاویه تقاطع ۶۰ درجه و تراز کف صفر برای نسبت دبی‌های ورودی متفاوت نشان می‌دهد. همان‌طور که در شکل

کanal اصلی را به دنبال دارد. شکل ۱۰ تغییرات نسبت دبی خروجی از کanal اصلی را در برابر عدد فرود کanal ورودی اصلی برای زاویه تقاطع ۶۰ درجه و تراز کف ۵ سانتی متر نشان می دهد.

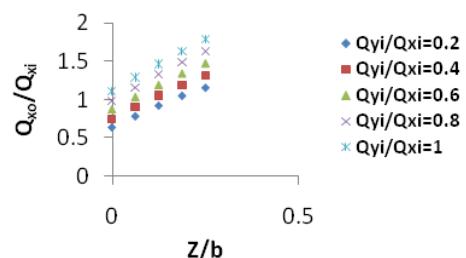


شکل ۱۰- تغییرات دبی خروجی از کanal اصلی به ازای عدد فرود کanal ورودی اصلی.

#### زاویه تقاطع کanalها

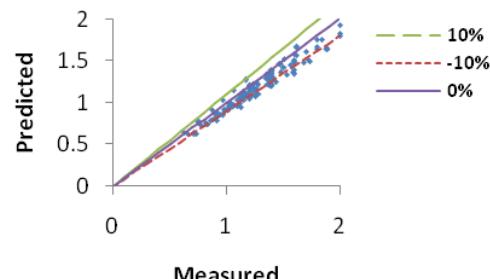
شکل ۱۱ تغییرات نسبت  $\frac{Q_{xo}}{Q_{xi}}$  را در برابر زاویه تقاطع برای تراز کف صفر و ارتفاع سرریزهای خروجی ۱۵ سانتیمتر نشان می دهد. همان طور که در شکل مشخص است به ازای یک نسبت دبی ورودی ثابت حداقل دبی خروجی از کanal اصلی مربوط به زاویه تقاطع ۹۰ درجه می باشد و برای زاویای کمتر میزان دبی خروجی از کanal اصلی تقریباً نزدیک به هم است، با این تفاوت که با افزایش نسبت دبی ورودی میزان دبی خروجی از کanal اصلی برای زاویه ۶۰ درجه حداقل می شود. به عبارت دیگر برای زاویه ۶۰ درجه حداقل انحراف جریان به سمت کanal خروجی فرعی اتفاق می افتد.

خطای محاسباتی مدل تحلیلی برای نسبت  $\frac{Q_{xo}}{Q_{xi}}$  نیز با استفاده از رابطه ۲۴ محاسبه شد که مقدار خطای مربوط به اکثر داده ها کمتر از ۱۰%  $\pm$  بود. شکل ۱۲ مقدار خطای داده های مدل تحلیلی را برای تراز کف صفر، ارتفاع سرریزهای خروجی ۱۵ سانتی متر و برای زاویای تقاطع مختلف نشان می دهد.



شکل ۸- تغییرات نسبت دبی خروجی از کanal اصلی در برابر نسبت تراز کف برای زاویه تقاطع ۹۰ درجه و ارتفاع سرریزهای خروجی ۱۵ سانتی متر.

شکل ۹ تغییرات مقادیر پیش بینی شده دبی خروجی از کanal اصلی را در برابر مقادیر اندازه گیری شده نشان می دهد، خطوط بریده مربوط به خطای  $\pm 10\%$  می باشد. همان طور که در شکل مشخص است اکثر داده ها در حدفاصل بین دو خط قرار دارند. واقع شدن اکثر داده ها در زیر خط صفر درصد نشان دهنده این است که مدل تحلیلی مقادیر نسبت دبی خروجی را کمتر از مقادیر اندازه گیری شده تخمین زده است (شکل ۹).

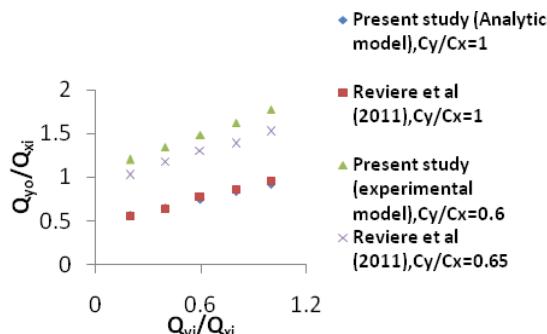


شکل ۹- تغییرات مقادیر اندازه گیری شده  $\frac{Q_{xo}}{Q_{xi}}$  در برابر مقادیر تئوری برای ترازهای مختلف کف.

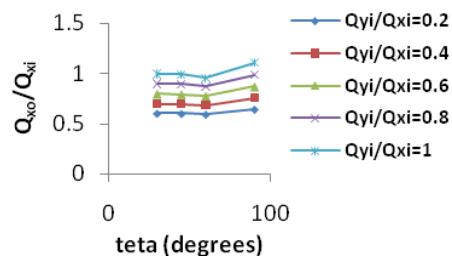
#### عدد فرود ورودی اصلی ( $Fr_{xi}$ )

بررسی نتایج مدل تحلیلی نشان می دهد که با افزایش عدد فرود کanal ورودی اصلی میزان دبی خروجی از کanal اصلی کاهش می یابد. با افزایش دبی ورودی به کanal فرعی عمق آب در محل تقاطع و کanal های ورودی افزایش می یابد، این افزایش نسبت دبی ورودی با توجه به ثابت بودن مقدار دبی کanal ورودی اصلی از یک طرف سبب کاهش عدد فرود کanal اصلی ورودی شده و از طرف دیگر افزایش دبی خروجی از

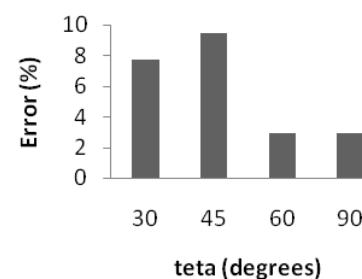
ارتفاع سرریزهای انتهایی کanal می‌باشد که در تحقیق حاضر این نسبت  $6/0$  و در مطالعه روییره و همکاران  $(2011) 65/0$  بود.



شکل ۱۳- مقایسه نتایج تحقیق حاضر با نتایج روییره و همکاران (۲۰۱۱).



شکل ۱۱- تغییرات  $\frac{Q_{xo}}{Q_{xi}}$  به ازای زاویه تقاطع کanal‌ها.



شکل ۱۲- خطای محاسباتی مربوط به  $\frac{Q_{xo}}{Q_{xi}}$  برای زوایای تقاطع مختلف.

### نتیجه‌گیری کلی

در این تحقیق مدل یک بعدی مربوط به توزیع جریان زیربحرانی در تقاطع چهار شاخه کanal‌های روباز با استفاده از معادلات پیوستگی، انرژی و مومنتوم و یکسری فرضیات ساده کننده ارائه و نتایج آن با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شد. نتایج مدل نشان داد که با افزایش نسبت دبی ورودی و تراز کف کanal‌های فرعی میزان دبی خروجی از کanal اصلی افزایش می‌یابد. میزان دبی خروجی از کanal اصلی با عدد فرود کanal ورودی اصلی رابطه عکس دارد و تغییر ارتفاع سرریزهای انتهایی تاثیر چندانی بر روی توزیع دبی ندارد. بیشترین انحراف جریان به کanal فرعی در زاویه  $60^\circ$  درجه اتفاق می‌افتد. مقایسه نتایج مدل تحلیلی و آزمایشگاهی نشان داد که مدل تحلیلی مطابقت خوبی با مدل آزمایشگاهی دارد به طوری که حداقل خطای به دست آمده  $10\%$  بود.

مقایسه با نتایج سایر محققین با توجه به کمبود مطالعات در زمینه تقاطع چهارشاخه با جریان زیربحرانی، نتایج آزمایشگاهی و تحلیلی این تحقیق با نتایج آزمایشگاهی روییره و همکاران (۲۰۱۱) مقایسه شد. همان‌طور که در شکل ۱۳ مشخص است نتایج مدل تحلیلی برای تغییرات نسبت دبی خروجی از کanal فرعی به دبی ورودی کanal اصلی در برابر نسبت دبی‌های ورودی با نتایج آزمایشگاهی روییره و همکاران (۲۰۱۱) با نسبت ارتفاع سرریزهای خروجی  $1$  مطابقت خوبی را نشان می‌دهد. اما مقایسه نتایج آزمایشگاهی تغییرات نسبت دبی خروجی از کanal فرعی به دبی ورودی کanal اصلی در برابر نسبت دبی‌های ورودی علی‌رغم یکسان بودن روند تغییرات، اندکی تفاوت نشان داد که دلیل آن متفاوت بودن نسبت

**منابع مورد استفاده**

برقی سم، سخائی فر سم و دائمی ع، ۱۳۸۱. بررسی آزمایشگاهی اتصال کانال‌ها، صفحه‌های ۶۱۱-۶۱۹. مجموعه مقالات ششمین سمینار بین المللی مهندسی رودخانه، اهواز، ایران.

- Frizzell CS, Khan AA and Werth DE, 2008. Numerical simulation of equal and opposing subcritical flow junctions. *J Hydraul Eng ASCE* 134(2): 267–273.
- Gurram SK, Karki KS and Hager WH, 1997. Subcritical junction flow. *J Hydraul Eng ASCE* 123(5): 447–455.
- Hager WH. 1989. Transitional flow in channel junctions. *J Hydraul Eng ASCE* 115(2): 243–259.
- Huang j, Weber L and Lia Y, 2002. Three-dimensional numerical study of flows in open-channel junctions. *J Hydraul Eng ASCE* 128(3): 268-280.
- Nania LS, Gomez M, Dolz J, Comas P and Pomares J, 2011. Experimental study of subcritical dividing flow in an equal-width, four-branch junction. *J Hydraul Eng ASCE* 137(10): 1298–1305.
- Ramamurthy AS, Tran DM and Carballada LB, 1990. Dividing flow in open channels. *J Hydraul Eng ASCE* 116(3): 449–455.
- Rivie`re N, Perkins RJ, Chocat B and Lecus A, 2006. Flooding flows in city crossroads: 1D modeling and prediction. *Water Sci Technol* 54(6–7): 75–82.
- Rivie`re N, Travin G and Perkins RJ, 2011. Subcritical open channel flows in four branch intersections. *W Resources Research* 147. W10517. 1-10.
- Shabayek S, Steffler P and Hicks F, 2002. Dynamic model for subcritical combining flows in channel junctions. *J Hydraul Eng ASCE* 128(9): 821–828.
- Shumate ED, 1998. Experimental description of flow at an open- channel junction. Master Thesis, Univ of Iowa, Iowa.
- Taylor E, 1944. Flow characteristics at rectangular open-channel junctions. *ASCE Trans* 109: 893–902.