

Research Article

Comparison of the ARIMA and Nonlinear Local Prediction Models in Runoff Simulation (Case study: Sofi Chai Basin)

R Jani*¹

Received: June 13, 2023

Accepted: October 19, 2023

Revised: October 13, 2023

Published online: September 22, 2024

1-Assist.Prof., Department of Civil Engineering, Tabriz Branch, Islamic Azad University, Tabriz, Iran

*Corresponding Author's, Email: Jani@iaut.ac.ir

Abstract

Background and Objectives

Groundwater is the most important source of fresh water on earth, which makes it more important to manage its use in arid and semi-arid regions of the world, including Iran. Therefore, understanding the behavior of this important hydrological component and its prediction will be of great help in supplying the region with needed water and its sustainable development in terms of social and economic activities. In this research, attempting as it purpose to model the groundwater level of Tabriz catchment at selected stations by one of the statistical models called Arima Integrated Moving Average (ARIMA). This model can be used to predict temporal changes in groundwater level. In addition, fuzzy clustering has been used to reduce the volume of calculations for estimating groundwater level values on a monthly basis to gain an understanding of variations in this important hydrological component by selecting the appropriate stations.

Methodology

Traditionally, clustering methods are divided into two general categories: hierarchical and Afrazi and in recent years, new methods such as K-means, K-medvids algorithms and fuzzy clustering have been added. The main characteristic of traditional methods is that each object falls into a single cluster, and generally the methods in this section fall into the hierarchical and non-hierarchical (Afrazi) groups. In this study, dendrogram composition and thermal mapping were used to investigate the similarity of time series behaviors. One of the suitable models for fitting to one of the processes governing the hydrological system under study is the self-correlated moving average integration model (ARIMA). The Arima model can be used to identify different types of time series, and the type of model can also be modified according to the behavior of the series. The basis of these models is based on the Markov chain. The Arima modeling involves model calibration steps including static control, selection of coefficients for autoregressive and moving averages, model evaluation for training section data by correlation charts, partial correlation charts, and other relevant tests and controls for test data. In this research, the selected stations from Tabriz catchment were studied from April 2001 to March 2009. In this research, the toolbox available in R software was used to model the groundwater level in selected stations in Tabriz plain, using ARIMA. Seven clusters are defined, based on the number of selected stations in the Tabriz catchment. The Arima method was used to model the groundwater level using random models. Each time series was used as the model input for each selected station by clustering method at Tabriz catchment.

Findings

The results of clustering analysis show that outliers in the first cluster have reduced the accuracy of the Arima model for the training data, but the model accuracy for the test part data indicates the acceptable ability of the Arima model in modeling. The second cluster had significant fluctuations for the training section data and was negligible for the test oscillation section but a positive trend was observed in the test



section. Arima model in the third cluster series modeling has low accuracy due to outliers which increases the accuracy of the model with increasing data homogeneity. By examining the selected series of the fourth cluster, there is a simultaneous fluctuation and trend, which is the downward trend for the education sector data and for the test sector ascending. The series selected from the fifth cluster for the training section had greater fluctuations without such a decreasing and increasing trend. In other words, the dominant trend is seen as changes in the variance of the series, which makes the series unstable. By studying the case series from cluster 6, there is an upward trend in the whole series for the training and test sections. In addition to the trend, fluctuations in the elementary as well as outliers are found in the bottom part of the training series, where there are fluctuations in the data. One of the important factors in reducing the model accuracy is that the absence of these two factors in the test section data which significantly increases the accuracy of the model, so that the coefficient of determination increases from 0.65 to 0.98. The mean squared error decreased from 1.705 to 0.08. The seventh cluster has a dual decreasing and incremental trend for the training sector data, which is a series oscillating trend. As the oscillation training section at the beginning of the series is even more intense, this increase in oscillations at the beginning of the series is also true for test section data. For the test section data, in addition to the fluctuation, an increasing trend is visible.

Conclusion

The results show that the first, third and seventh clusters are not in good condition and the coefficients of determination and root mean square error are very poor in the training or test section. In the other clusters the results are acceptable. In general, it can be stated that the ARIMA model has a low accuracy and low precision trend for short time series with the same conditions, with low accuracy of the model regardless of the series length despite outlier's data. Therefore, it is recommended to use pre-processing data before studying the ARIMA model to derive outliers and other unacceptable values in the study series. In addition, the Arima model is not recommended for highly homogeneous data, which means a very homogeneous series of values that does not change much over time. Using ARIMA model in different stations of Tabriz catchment, the results showed that the accuracy of the model decreases when the studied series are exposed to excessive oscillation and also the mean and variance values of the series have a trend which causes the series to be unstable.

Keywords: ARIMA, Nonlinear local prediction, Sofi Chai Basin, Runoff.

مقاله پژوهشی

مقایسه مدل‌های آریمای و تخمین موضعی غیرخطی در شبیه‌سازی رواناب

(مطالعه موردی: حوضه صوفی چای)

رسول جانی^{۱*}

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۰۷/۲۷

تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۰۳/۲۳

تاریخ انتشار آنلاین: ۱۴۰۳/۰۷/۰۱

تاریخ ویرایش: ۱۴۰۲/۰۷/۲۱

استادیار گروه عمران، واحد تبریز، دانشگاه آزاد اسلامی، تبریز، ایران

*مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: jani@iaut.ac.ir

چکیده

فرآیند رواناب به عنوان یکی از مهمترین فرآیندهای هیدرولوژیک از اهمیت خاصی برخوردار است. در مطالعه این فرآیند مدل‌های متعدد ریاضی، تصادفی، آماری، مفهومی، هوشمند و مبتنی بر دینامیک غیرخطی مورد استفاده قرار گرفته است. در این تحقیق رواناب حوضه صوفی چای در محل ورود به سد علویان مورد مطالعه قرار گرفت. دو نوع مدل سری زمانی برای سنجش قابلیت شبیه‌سازی فرآیند رواناب با هم مقایسه گردید. آریمای به عنوان مدل تصادفی و تخمین موضعی غیرخطی به عنوان مدل دینامیک غیرخطی بر گرفته از تئوری آشوب برای شبیه‌سازی رواناب حوضه انتخاب شدند. داده‌های روزانه رواناب مورد استفاده از تاریخ ۱۳۸۸/۷/۱ لغایت ۱۳۹۳/۶/۳۱ می‌باشد که یکسال اخیر آن به عنوان نمونه آزمون در نظر گرفته شد. نتایج نشان داد که هر دو مدل قابلیت خوب و تقریباً یکسانی در شبیه‌سازی رواناب حوضه از خود نشان می‌دهند و مدل تصادفی آریمای با اختلاف کمی عملکرد بهتری داشته است. در مدل آریمای، بهترین تفاضل با ضریب تعیین ($R^2=0.95$) و ریشه میانگین مربعات خطا ($RMSE=0.48 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$) بدست آمده است. همچنین داده‌های رواناب با بعد همبستگی ۳/۶ و زمان تاخیر ۵۷ از آشوب‌پذیری خوبی برخوردار هستند.

واژه‌های کلیدی: آریمای، تخمین موضعی غیرخطی، حوضه صوفی چای، رواناب

مقدمه

ادنان و نورانی (۲۰۱۶) جریان روزانه، میانگین هفتگی و ده روزه ایستگاه تاجونگ تالانگ مالزی را با استفاده از روش فضای حالت یک و چند متغیره تئوری آشوب تحلیل نموده و با سایر روشهای آریمای شبکه عصبی، ماشین بردار پشتیبان و خدافل مربعات ماشین بردار پشتیبان مقایسه کرده است. مقایسه تحلیلها نشان می‌دهد تمامی روشها پیش‌بینی خوبی دارند و تئوری آشوب بخاطر اینکه فقط از یک سری زمانی اسکالر (جریان رودخانه) استفاده می‌کند، برای سیستم مدیریت آب بیشتر می‌تواند مفید باشد. فرزین و همکاران (۲۰۱۷) آشوبناکی و تصادفی بودن سری زمانی بارش ماهانه دریاچه ارومیه را در دوره آماری ۴۰ ساله تحلیل نموده و پس از محاسبه زمان تاخیر، بعد نهشتن و بعد همبستگی به این نتیجه رسید که سری زمانی با داشتن بعد همبستگی غیر صحیح ۲/۵۶ و مقدار مثبت نمای لیاپانوف حدود ۲/۵ دارای رفتار آشوبی بوده و جزو فرآیندهای تصادفی نمی‌باشد.

خلیلی و ناظری (۲۰۱۶) مدل‌سازی مجموع بارش سالانه ایستگاه سینوپتیک ارومیه را با مدل آرما و کارما انجام دادند و برای مدل کارما از سه سری زمانی بارش سالانه، متوسط دمای سالانه و متوسط سرعت باد استفاده کردند که موجب افزایش دقت مدل گردید. سلطانی و همکاران (۲۰۱۷) بارندگی سالانه ایستگاه‌های سینوپتیک مهاباد، ارومیه و ماکو را با استفاده از مدل آریمای پیش‌بینی کردند نتایج نشانگر افزایش بارش می‌باشد. حمیدی و همکاران (۲۰۱۸) رواناب رودخانه کرخه را با استفاده از مدل آریمای انجام دادند و نتایج نشان داد مناسب است. از سایر تحقیقات می‌توان به مقالات آخونی و دربندی (۲۰۱۸)، دومینکو و همکاران (۲۰۱۲)، کرمانی (۲۰۱۶) و پرویز و همکاران (۲۰۰۹) اشاره نمود.

در این تحقیق روش‌های مختلف آشوب پذیری مورد آزمون قرار گرفت و با استفاده از مدل تخمین موضعی غیرخطی شبیه‌سازی انجام شد. مدل‌های

در مباحث هیدرولوژی، داده‌های بارش و رواناب بصورت سری زمانی می‌باشند. هدف از سری زمانی، تعیین قانون مندی و شناسایی رفتار آن جهت پیش‌بینی در آینده می‌باشد، به طوری که نیازی به سایر متغیرهای مستقل هیدرولوژی باشد. متغیرهای بارش و رواناب همواره با فرآیندهای تصادفی همراه هستند و این فرآیندها ممکن است وابسته و یا مستقل از هم باشند. در جهت مدل‌سازی سری‌های زمانی از انواع مختلف مدل‌های ریاضی همچون مدل تصادفی خود همبسته (AR)، مدل میانگین متحرک (MA)، مدل خود همبسته- میانگین متحرک (ARMA) و مدل خود همبسته- میانگین متحرک تلفیق شده (ARIMA) بهره گرفته می‌شود (کارآموز و عراقی نژاد ۲۰۱۰). رگرسیون‌های متنوع خطی و دینامیکی برگرفته از فرآیند آریمای شامل PARIMA, SARIMA, DARIMA, ARMAX, NRL, VARMA, MLR در سال‌های اخیر توسعه یافتند (نگم و همکاران ۲۰۱۴، وانگ ۲۰۰۶).

در ادامه برای شناخت بیشتر فرآیندهای تصادفی، مدل دینامیک غیرخطی آشوب مطرح گردیده است. نظریه آشوب برای اولین بار از سال ۱۹۶۵ توسط دانشمندی بنام "ادوارد لورنز" در هواشناسی به کار برده شد پایه اصلی نظریه آشوب این است که در هر بی‌نظمی، نظمی نهفته و فرآیندهای آشوبناک ماهیتاً قطعی هستند. بنابراین نظریه آشوب به مطالعه رفتار ناپایدار و غیرپریودیک در سیستم‌های دینامیکی غیر خطی می‌پردازد. نظریه آشوب این فرضیه را مطرح می‌کند که بسیاری از سیستم‌های به ظاهر تصادفی، به طور کامل از یک رابطه غیرخطی تبعیت کرده و در نتیجه قابل پیش‌بینی هستند؛ به عبارت دیگر آشوبناک- اند (گراسبرگر و پروکاسیا ۱۹۸۳).

مدل های خود رگرسیون میانگین متحرک، عبارتند از آریمای غیرفصلی (q,d,p) و آریمای فصلی ضربی $(Q,D,P)*(q,d,p)$ است که q و p به ترتیب پارامترهای اتورگرسیون و میانگین متحرک غیرفصلی، Q و P پارامترهای اتورگرسیون و میانگین متحرک فصلی است. دو پارامتر دیگر یعنی D و d پارامترهای تفاضلی برای ایستایی سری زمانی به ترتیب برای مدل فصلی و غیر-فصلی می باشد. عملگر تفاضلی مورد استفاده برای سری های زمانی پویا عبارتند از $\Delta = B - 1$ که B عملگر جهش به عقب است و $\Delta^d = (1 - B)^d$ برای تفاضل گیری فصلی است. با استفاده از پارامترهای تعریفی مدل های آریمای غیرفصلی مطابق رابطه ۱ نوشته می شود:

$$\Phi(B)Z_t = \Phi(B)(1 - B)Z_t = \theta(B)a_t \quad [1]$$

که Z_t سری های مشاهده شده، $\Phi(B)$ رتبه چندجمله ای p و $\theta(B)$ رتبه چندجمله ای q است. برای سری های زمانی فصلی که اغلب به صورت چرخه ای هستند، تفاضل گیری فصلی به کار برده می شود مدل فصلی ضربی به صورت رابطه ۲ می باشد.

$$\varphi(B)\Phi_p(B^s)\Delta^d\Delta_s^p(Z_t - \bar{Z}) = \theta_q(B)\Theta_Q(B^s)a_t \quad [2]$$

که Φ_p و Θ_Q به ترتیب چند جمله ای های فصلی p و Q هستند. رتبه مدل های آریمای فصلی - ضربی به شکل $(Q,D,P)*(q,d,p)$ می باشد.

بعد از مشخص شدن مدل، باید برآورد موثر از پارامترها صورت گیرد، به طوری که شرط ایستایی را برای بخش های اتورگرسیون و میانگین متحرک داشته باشند. آزمون تکمیلی دیکی - فولر روش آماری استاندارد برای تعیین ایستایی سری های زمانی است و فرآیند بررسی این آزمون به این صورت است که تغییر ایجاد در سری توسط مقادیر تاخیر و روند خطی مورد آزمون قرار می دهد، به طوری که اگر سهم مقادیر تاخیر در تغییرات ایجاد در سری زمانی چشمگیر

تصادفی دنبال رفتار تناوبی در سری زمانی هستند. در حالی که مدل های دینامیکی در صورت وجود رفتار غیرتناوبی یا شبه تناوبی آشوبناک خواهند بود. سیستم تناوبی تنها شامل یک فرکانس و هماهنگ های آن است و سیستم شبه تناوبی شامل چند فرکانس و هماهنگ های آن می باشد. در سیستم آشوبی هیچ تناوب غالبی وجود ندارد یعنی این سیستم دارای دوره تناوب بی نهایت است. در این تحقیق هدف بررسی رفتار تناوبی یا شبه تناوبی سری زمانی دبی رواناب در قالب مقایسه دو مدل تصادفی و دینامیکی می باشد. از آنجایی که دو مدل آریمای غیرخطی موضعی مدل های سری زمانی بوده و در این مدل ها، سایر متغیرهای مستقل تاثیر داده نمی شوند و از شناسایی رفتار ذاتی داده ها، شبیه سازی و پیش بینی امکان پذیر است. فلذا برای تشخیص رفتارهای تناوبی از شبه تناوبی لازم است دو مدل سری زمانی تصادفی و دینامیکی مقایسه شوند.

مواد و روش ها

در تحقیق حاضر از مدل آریمای به عنوان مدل تصادفی و از مدل تخمین موضعی غیرخطی که برگرفته از تئوری آشوب است به عنوان مدل دینامیک غیرخطی استفاده شد که در زیر به طور مختصر توضیح داده می شود.

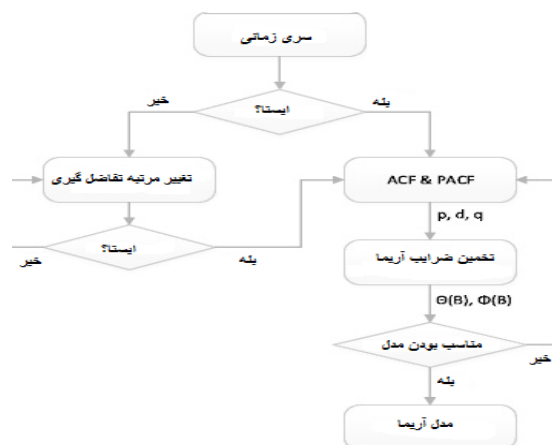
مدل خودرگرسیونی میانگین متحرک

مدل سازی سری های زمانی به منظور تجزیه، تحلیل، درک و پیش بینی آن مورد توجه بوده که در این میان از ابزارهای معروف پیش بینی روش باکس - جنکینز^۱ می باشد و به مدل خود رگرسیونی میانگین متحرک شهرت یافته است. این مدل براساس اطلاعات تاریخی پیش بینی انجام می دهد و به تجزیه و تحلیل تصادفی سری های زمانی تاکید دارد. دو شکل کلی

¹ Box-Jenkins

در شکل ۱ فلوچارت مراحل کار مدل آریمای آمده است.

نبوده و نیز مولفه روند وجود داشته باشد در این صورت سری نایستا است (سلطانی و همکاران ۲۰۱۷).



شکل ۱- فلوچارت مراحل کار مدل آریمای.

مطالعه، روش پیش بینی غیرخطی پایه گذاری شده در فضای حالت برای پیش بینی اندازه های آینده داده های جریان رودخانه با مقیاس زمانی چند گانه و در سپس رفتار آشوبی جریان رودخانه استفاده می شود. این روش با به کار گرفتن داده های مشاهداتی در شکل از یک بعدی و بازسازی آن به m بعدی، فضای حالت دینامیک سیستم واقعی را منکسر می کند (ادنان و نورانی، ۲۰۱۵). در شکل ۲ فلوچارت مراحل کار تخمین غیرخطی موضعی نشان داده شده است. اولین گام بازسازی فضای حالت است. سری زمانی اسکالر $x(t)$ از داده های جریان رودخانه در سری زمانی یک بعدی:

$$\{X_j\} = \{X_1, X_2, X_3, \dots, X_N\} \quad [3]$$

N تعداد کل نقاط در سری زمانی از این سیگنال است. یک سیگنال m بعدی مطابق معادله ۴ است.

$$Y_t = \{x_t, x_{t+\tau}, x_{t+2\tau}, \dots, x_{t+(m-1)\tau}\} \quad [4]$$

در معادله فوق τ زمان تاخیر تقریب زده شده و m بعد محاط انتخاب شده است. دو پارامتر باید تعیین شوند. ایده اساسی درباره نحوه انتخاب زمان تأخیر آنست که

تخمین موضعی غیرخطی

ریاضیات آشوب عبارت است از مطالعه رفتار یک دستگاه دینامیک قطعی که به خاطر حساسیت به شرایط اولیه، در طولانی مدت قابل پیش بینی نیست. یک دستگاه دینامیک قطعی، در صورت وجود اطلاعات کافی در مورد شرایط اولیه کاملاً قابل پیش بینی است و در عمل، همواره در کوتاه مدت قابل پیش بینی است (کوجاک و همکاران ۲۰۰۷). با توجه به اینکه دینامیک سیستم های آشوبگونه معین می باشد، نخستین گام در تحلیل و بررسی یک سیستم آشوبگونه با استفاده از سری های زمانی حاصل از آن سیستم، بازسازی فضای حالتی با ابعاد محدود و معادل با فضای حالت فرآیند مولد داده ها است. خلاصه مراحل کار تئوری آشوب در فلوچارت شکل آمده است. تئوری آشوب در تحلیل سری زمانی و پیش بینی آن می تواند بوسیله تئوری تاکن توضیح داده شود (تاکن ۱۹۸۱). دینامیک سیستم واقعی می تواند با استفاده از معادله ریاضی ۳ شرح داده شود (بازسازی فضای حالت). بدین ترتیب در این

می دهند. دو نوع روش جهانی و محلی برای تقریب f_T وجود دارد. روش جهانی از همه فضای حالت و روش محلی تنها قسمتی از فضای حالت را به کار می گیرد. در این مطالعه، روش تقریب محلی (موضعی) استفاده شده است. روش تقریب محلی شامل یافتن نزدیکترین همسایگی در فضای حالت Y_i می شود. فاصله هندسی بین بردارهای Y_i و ماقبل آن Y_w محاسبه می شود ($w=1,2,3,\dots,i-1$). حداقل فاصله برای بردار نزدیکترین همسایگی Y_m منظور شود. فرض کنید k نزدیکترین همسایگی Y_p است و در همان بُعد، بردار نزدیکترین همسایگی تصویر شده Y_p, Y_{p+1} است. مقدار Y_p و Y_{p+1} برای حل معادله (۶) بکار می روند.

$$Y_{p+1} = AY_p + B \quad [۶]$$

اندازه ثابت A و B بوسیله روش حداقل مربعات محاسبه می شوند. پیش بینی اندازه Y_{i+1} می تواند بوسیله معادله ۷ محاسبه می شود.

$$Y_{i+1} = AY_i + B \quad [۷]$$

قابلیت پیش بینی با استفاده از ضریب همبستگی (CC) و حداقل میانگین مربعات خطا (RMSE) ارزیابی می شود. یک دیاگرام از سری زمانی و دیاگرام اسکاتر برای انتخاب نتیجه پیش بینی سری زمانی چندگانه بکار می رود.

ارزیابی هر متغیر مجزای سیستم توسط متغیرهای دیگر سیستم تعیین می شود که دارای اثر متقابل می باشند. بنابراین اطلاعات هر متغیر وابسته، در تاریخچه هر متغیر مستقل دیگر سیستم وجود خواهد داشت (من و همکاران ۲۰۰۴). دو روش اساسی برای تقریب زمان تأخیر، وجود دارد که از سری های زمانی حاصل می شود که عبارتند از روش تابع خود همبستگی^۱ (ACF) و میانگین اطلاعات متقابل^۲ (AMI). زمان تأخیر τ جاییکه اولین ACF به مقدار صفر می رسد و یا از مقدار کوچکی کمتر می شود، یا جاییکه اولین AMI به حداقل (اولین کمینه محلی) می رسد، انتخاب می گردد (وانگ و همکاران ۲۰۰۶).

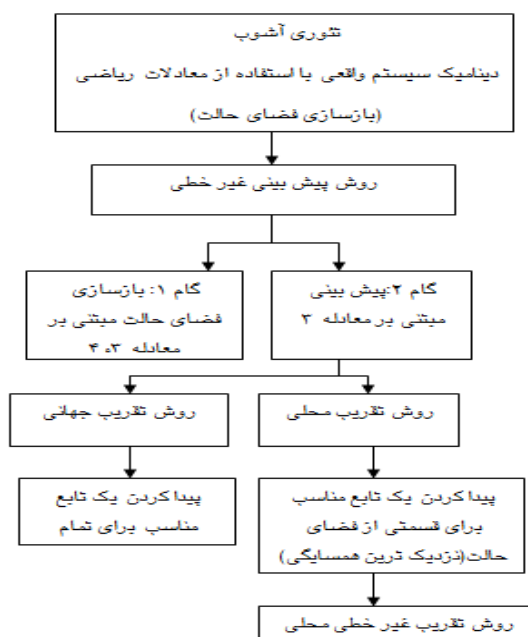
مطالعات پیشین در پیش بینی جریان رودخانه نشان داد که در بازسازی فضای حالت از زمان تاخیر^۱ استفاده می شود. زمان تاخیر یک پیش بینی خوب را ارائه می دهد. بدین ترتیب در مطالعه حاضر، زمان تاخیر $\tau=1$ بکار می رود. متداولترین روش تعیین بُعد محاط بهینه از سری های زمانی آشوبی، روش شمارش نزدیکترین همسایه های کاذب می باشد. در این روش، درصد نزدیکترین همسایه های کاذب به ازای ابعاد مختلف محاسبه شده و بُعدی که در آن درصد همسایه ها به صفر یا حداقل برسد به عنوان بُعد محاط در نظر گرفته می شود. بُعد محاط متغیر است ($m=2,3,4,\dots,10$). از روی نتایج پیش بینی به ازای بُعد محاط های مختلف، می توان مقدار بهینه بُعد محاط را بدست آورد. در یک بازسازی فضای حالت صحیح در یک بُعد m ، دینامیک اصولی f_T در فرم m بعدی بصورت معادله ۵ تعریف می شود (ادنان و نورانی ۲۰۱۶).

$$Y_{i+T} = f_T(Y_i) \quad [۵]$$

Y_i و Y_{i+T} بردارهای در m بُعد که حالت سیستم را در زمان i (حالت فعلی) و $i+T$ (حالت آینده) نشان

¹ Autocorrelation Function

² Average Mutual Information



شکل ۲- فلوچارت مدل تقریب غیرخطی موضعی.

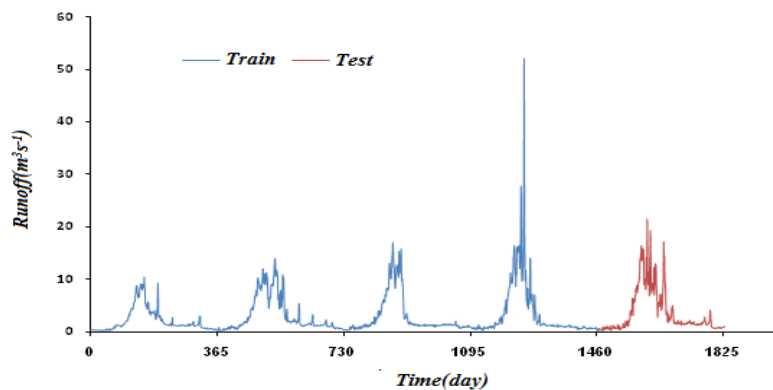
منطقه مورد مطالعه و داده‌های مورد استفاده

رودخانه صوفی چای با طول ۲۰ کیلومتر، کمینه و بیشینه ارتفاع ۱۹۰۰ متر و ۳۴۰۰ متر، و دارای شیب متوسط ۷/۵ درصد در داخل حوضه آبریز صوفی چای قرار داشته که در این محدوده سه زیر حوضه ترفایی، صوفی چای بالایی و صوفی چای پایین وجود دارد که یکی از زیر حوضه‌های دریاچه ارومیه محسوب می‌گردد. به دلیل متصل بودن حوضه صوفی چای به قله سهند و وجود چشمه‌های دائمی در ارتفاعات آبراهه‌ها از دبی نسبتاً زیاد برخوردار می‌باشد. در این تحقیق

داده‌های دبی ورودی سد به صورت روزانه مورد استفاده قرار گرفته است. سال‌های آماری بکار برده شده حدود ۱۸۲۵ داده که متعلق به ۵ سال آماری اخیر قابل دسترس از سال ۱۳۸۸/۷/۱ لغایت ۱۳۹۳/۶/۳۱ می‌باشد. از این ۵ سال آمار یکسال اخیر، به عنوان نمونه تست و بقیه به عنوان داده‌های بخش آموزش در نظر گرفته شده است. ویژگی‌های آماری داده‌های مورد استفاده مطابق جدول ۱ می‌باشد. در شکل ۳ نیز نمودار سری زمانی کل داده‌ها نشان داده شده است که در آن داده‌های آموزش و تست نیز مشخص شده است.

جدول ۱- ویژگی‌های آماری دبی رواناب حوضه صوفی چای.

چولگی	انحراف معیار ($m^3 s^{-1}$)	میانگین ($m^3 s^{-1}$)	کمینه ($m^3 s^{-1}$)	بیشینه ($m^3 s^{-1}$)	تعداد داده	ردیف
۳	۳/۹۲	۲/۹۱	۰/۰۶	۵۱/۹۷	۱۸۲۶	کل داده‌ها
۲/۸۵	۴/۲۰	۳/۱۴	۰/۰۷	۵۱/۹۷	۱۴۶۱	داده‌های آموزش
۱/۷۷	۲/۲۴۹	۲	۰/۰۶	۱۰/۳۴	۳۶۵	داده‌های تست



شکل ۳- نمودار سری زمانی داده های دبی رواناب ورودی به سد حوضه صوفی چای.

نتایج و بحث

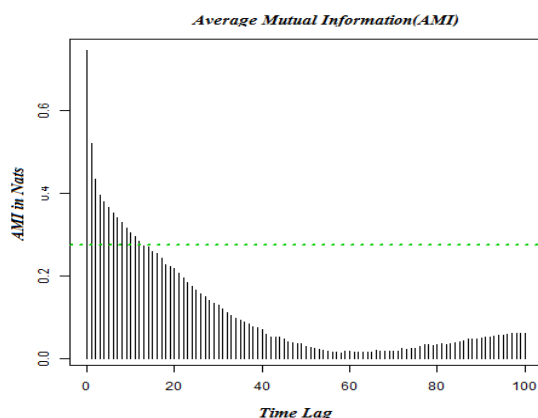
متغیرها کمتر باشد، برای آشوبناکی داده‌ها بهتر خواهد بود. در این تحقیق، از روش میانگین اطلاعات متقابل برای تعیین زمان تأخیر و از روش نزدیکترین همسایگی کاذب (AMI) برای تعیین بُعد محاط استفاده گردیده است. زمان تأخیر جائیکه اولین AMI به حداقل (اولین کمینه محلی) می‌رسد، انتخاب می‌گردد (وانگ و همکاران ۲۰۰۶). اطلاعات متقابل، تخمین غیرخطی از تأخیر زمانی برای استفاده در بازسازی فضای حالت را تهیه می‌کند (ان جی و همکاران ۲۰۰۷).

نتایج محاسبه زمان تأخیر داده‌های مشاهداتی با استفاده از دو روش میانگین اطلاعات متقابل و تابع خودهمبستگی در شکل ۴ نشان داده شده است. برای داده‌های مشاهداتی زمان تأخیر ۵۷ روز می‌باشد؛ که با توجه به میزان بالای آن مشخص است که بین داده‌های رواناب همبستگی خوبی وجود دارد. نتایج محاسبه بُعد محاط با استفاده از روش نزدیکترین همسایگی کاذب برای داده‌های مشاهداتی در شکل ۵ نشان داده شده است. برای داده‌های مشاهداتی، مقدار بُعد محاط ۱۷ حاصل گردید.

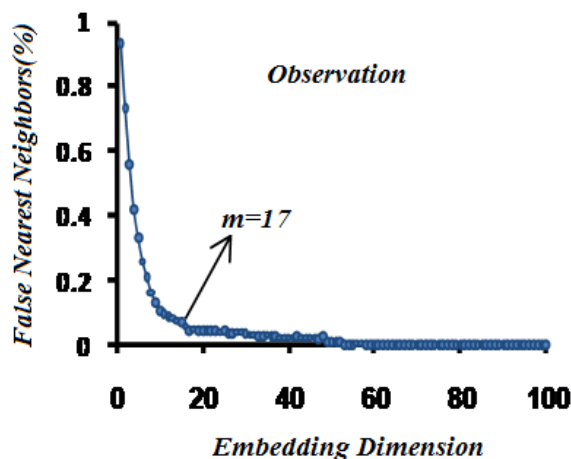
در این بخش از تحقیق، به نتایج دو مدل آریمما و تخمین موضعی غیرخطی پرداخته خواهد شد. قبل از اجرای مدل تخمین موضعی لازم است داده‌های دبی رواناب مورد سنجش آشوب‌پذیری قرار بگیرند. برای سنجش آشوب‌پذیری داده‌ها، دو روش بازسازی فضای حالت و روش بُعد همبستگی استفاده شده است.

بازسازی فضای حالت

در تئوری آشوب برای تشخیص آشوب‌پذیری از فضای حالت کاذب استفاده می‌شود؛ به طوری که یک ویژگی فیزیکی در برابر خود با تأخیر زمانی ترسیم می‌شود. برای بازسازی فضای حالت نیاز به تخمین دو پارامتر زمان تأخیر و بُعد محاط است. نزول نمایی از تابع خود همبستگی و در واقع بزرگ بودن زمان تأخیر، شاید نشانه‌ای از رفتار آشوبناک باشد (سیواکومار ۲۰۰۱، ۲۰۰۲، ۲۰۰۵). بُعد محاط، تعداد متغیرهای لازم برای حل معادله حاکم می‌باشد. هر چه تعداد این



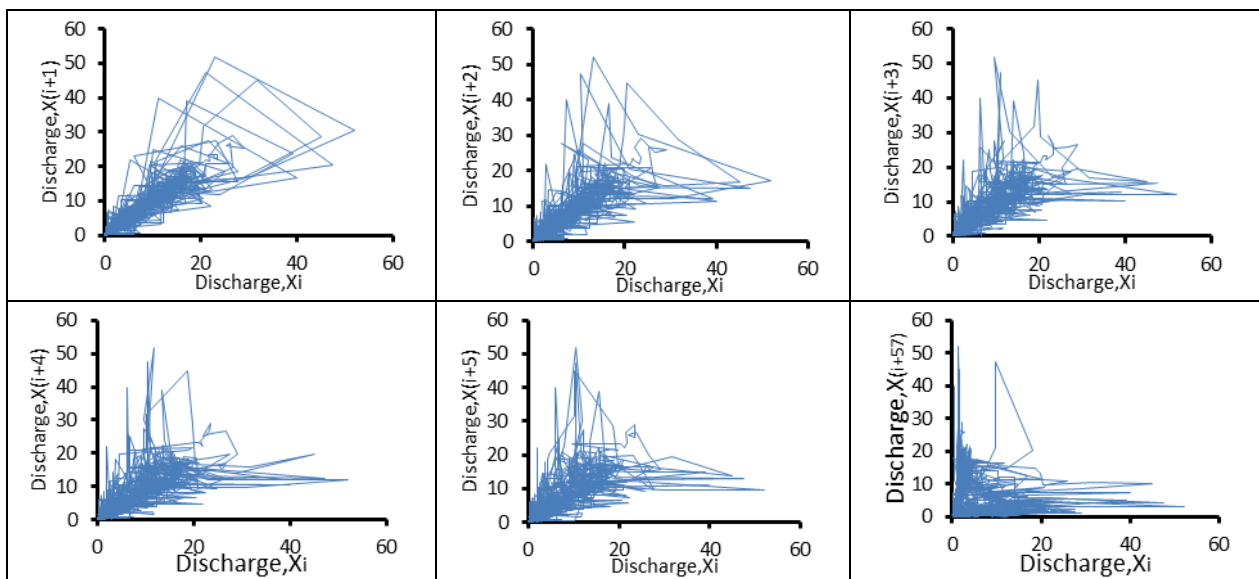
شکل ۴- زمان تأخیر داده‌های دبی رودخانه صوفی‌چای با استفاده از روش میانگین اطلاعات متقابل.



شکل ۵- بعد محاط داده‌های دبی رودخانه صوفی‌چای با استفاده از روش نزدیکترین همسایگی کاذب.

چنانچه از شکل ۶ پیداست، فضای حالت با زمان تأخیر ۵۷ همگراتر و بالتبع دارای جاذب بیشتری است و در نتیجه طبیعت آشوبی بیشتری نسبت به سایر فضای-های حالت دارد. داشتن طبیعت آشوبی بدین معنی است که داده‌ها در عین پراکندگی (بی‌نظمی) در فضای حالت تمایل به رفتار قطعی دارند. رفتار آشوبی حالتی مابین رفتار استوکاستیک و دترمینستیک است.

در شکل ۶، فضای حالت داده‌های مشاهداتی با زمان‌های تأخیر مختلف نمایش داده شده است. محور افقی این نمودار دبی در زمان t و محور عمودی، دبی در روزهای بعد ($i+1, i+2, \dots$) را نشان می‌دهد. دیاگرام فضای حالت، تلاش می‌کند تا حضور یک جاذب را در هر یک از سری داده‌ها نشان دهد؛ بعبارت دیگر، هر چه نمودارها همگراتر و متراکم‌تر باشند نشانه‌ای از وجود دینامیک آشوب در سری داده‌ها می‌باشد و



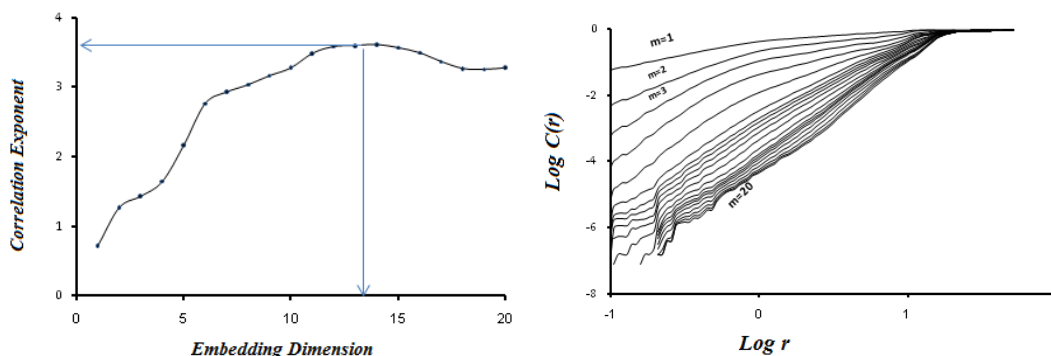
شکل ۶- فضای حالت داده‌های مشاهداتی دبی رودخانه سد صوفی چای با زمان تاخیرهای متفاوت.

آشوب‌پذیری خوب، بعد همبستگی بین ۲ تا ۵ می‌باشد (اسپرات، ۲۰۰۶). چنانچه توان همبستگی در برابر بُعدهای محاط به اشباع نرسد، داده‌ها رفتار تصادفی دارند.

شکل ۷- الف نمودار تغییرات نسبت $\log C(r)$ در مقابل $\log(r)$ داده‌های مشاهداتی را نشان می‌دهد. جهت تعیین بُعد همبستگی و بررسی آشوب‌پذیری داده‌ها، مقادیر شیب منحنی‌ها با استفاده از روش حداقل مربعات در فاصله $1/25$ تا $1/60$ از $\log(r)$ و نیز به ازای تمامی مقادیر r در فاصله صفر تا -1 از $\log C(r)$ محاسبه شده است و نتایج نیز در شکل ۷- ب ارائه گردیده است. در این شکل مقادیر شیب یا همان توان همبستگی، به ازای مقادیر مختلف بُعد محاط در فاصله ذکر شده نشان داده است. توان همبستگی در برابر بُعد محاط، شروع به اشباع شدن می‌نماید. اندازه اشباع، مقدار تثبیت بُعد همبستگی را نشان می‌دهد و این مقدار برای داده‌های مشاهداتی $3/6$ می‌باشد که نشان از دینامیک غیرخطی آشوبناک خوبی دارد. محدوده آشوب‌پذیری خوب بین ۲ تا ۵ می‌باشد (اسپرات ۲۰۰۶).

بعد همبستگی

روش بُعد همبستگی، پرکاربردترین روش آشوب‌پذیری است و علاوه بر تشخیص رفتار آشوبناکی از رفتار تصادفی، می‌تواند کمیتی برای اندازه آشوبناکی نیز ارائه نماید. از اینرو داده‌های مشاهداتی دبی رودخانه حوضه صوفی‌چای با روش بُعد همبستگی مورد آزمون قرار می‌گیرند. در روش بعد همبستگی شعاع کوچک r در فضای حالت با بُعد محاط یک در نظر گرفته می‌شود. انتیگرال همبستگی $c(r)$ تعداد بردارها را که فاصله آنها کمتر از r است، می‌شمارد. با افزایش شعاع r تعداد بردارها افزایش می‌یابد. اگر در یک بازه محدود r تعداد اکثریت بردارها قرار گیرند، نمودار انتیگرال همبستگی در برابر شعاع به اشباع می‌رسد، اینکار به ازای بُعد محاط‌های بالاتر نیز انجام می‌گیرد و شیب $\log c(r)$ در برابر $\log(r)$ در نقاط اشباع به ازای بعد محاط‌های مختلف محاسبه و نمودار توان همبستگی رسم می‌گردد. مقدار اشباع توان همبستگی، بعد همبستگی خواهد بود که مقدار عددی بُعد همبستگی، رفتار آشوبی داده‌ها را نشان خواهد داد. در محدوده



شکل ۷- الف- نمودار مربوط به ارتباط میان تابع همبستگی $C(r)$ و شعاع r با افزایش m ، ب- نمودار تغییرات بُعد همبستگی با افزایش بُعد محاط برای داده‌های مشاهداتی دبی رودخانه سد صوفی چای.

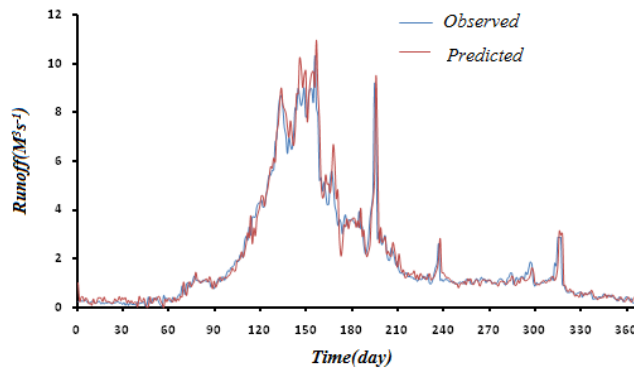
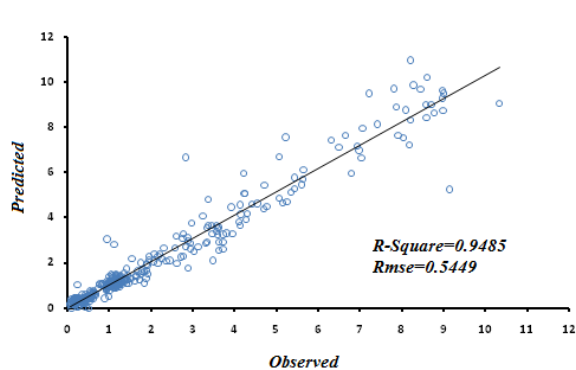
های محاط مختلف در جدول ۲ آمده است؛ نتایج حاکی از آنست که بعد محاط ۶ با ضریب تعیین ($R^2=0/9485$) و ریشه میانگین مربعات خطا ($RMSE=0/5449 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$) بهترین نتایج را نسبت به سایر بعد محاطها دارد. در شکل ۸ همبستگی و تطابق داده‌های مشاهداتی و پیش بینی شده مشاهده می‌شود.

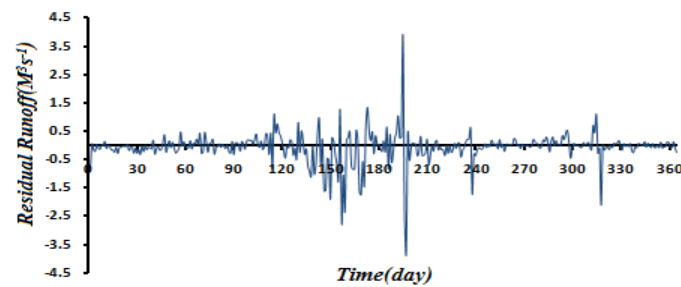
پیش بینی تخمین موضعی غیرخطی

بعد از اطمینان از آشوب پذیری خوب داده ها مدل پیش بینی موضعی غیرخطی اجرا می شود چنانچه بیان شد از پنج سال داده رواناب روزانه، چهارسال برای آموزش و یک سال اخیر برای تست انتخاب شدند. برای ارزیابی نتایج شبیه سازی از دو شاخص آماری ضریب تعیین (R^2) و ریشه میانگین مربعات خطا (RMSE) استفاده شده است. نتایج شبیه سازی در بعد-

جدول ۲- همبستگی بین داده‌های پیش‌بینی و مشاهداتی برای دوره تست به ازای بعد محاطهای مختلف.

بعد محاط	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
R^2	۰/۹۲۷۲	۰/۹۴۶۹	۰/۹۴۸۵	۰/۹۴۱۱	۰/۹۳۳۴	۰/۹۴۱۱	۰/۹۴۱۱	۰/۹۳۲۴	۰/۹۴۵۲
RMSE	۰/۶۱۶	۰/۵۴۶	۰/۵۴۴	۰/۵۸۷	۰/۶۱۲	۰/۵۵۶	۰/۵۸۹	۰/۵۷۶	۰/۵۶۴





شکل ۸- نتایج همبستگی بین داده‌های مشاهداتی و داده‌های پیش‌بینی شده به ازای بعد محاط ۶ برای دوره تست.

مدل خود رگرسیون میانگین متحرک^۵

همان طور که در بخش قبل توضیح داده شد هر سری مورد مطالعه از اجزاء مختلفی تشکیل یافته که یکی از این مولفه‌ها فصلی بودن آن است، لذا لازم است در ابتدا مولفه فصلی سری از داده اصلی حذف و مدل‌سازی بر روی آن انجام گردد. به این منظور با حذف مولفه فصلی و تشکیل سری جدید ایستایی آن مورد آزمون قرار می‌گیرد، که برای انجام این کنترل از آزمون دیکی-فولر بهره گرفته شده است. با انجام آزمون مربوطه بر روی داده‌های بخش فصلی سری مورد مطالعه مقدار پی متناظر با آزمون به ازای فرض صفر ۱ نایستا برابر با ۰/۰۱ است که با فرض سطح اطمینان ۵ درصد، مقدار پی کوچکتر از ۰/۰۵ می‌باشد، در نتیجه دلایل لازم برای رد فرض صفر موجود بوده و با رد آن فرض ثانویه قبول می‌شود؛ در نتیجه سری جدید بدون مولفه فصلی ایستا می‌باشد.

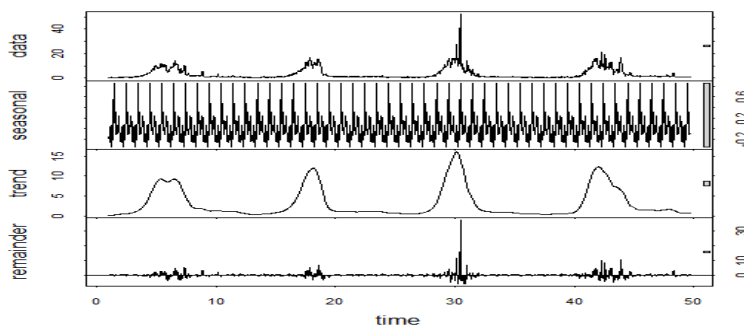
در شکل ۹ نمودار سری اصلی داده های رواناب به همراه مولفه‌های تشکیل دهنده آن نشان داده شده است. نمودار حاکی از تفاوت مقادیر دبی هر روز با روز بعد می باشد، که با وجود این تفاوت، الگویی در داده ها قابل مشاهده است از جمله اینکه نمودار نشان دهنده وجود تغییرات فصلی داده ها و نیز الگوی تکرار شونده سالیانه است. آنچه در شکل فوق بیش از همه قابل مشاهده است تفاوت بیش از ۱۰ متر مکعب دبی در دو روز متوالی است که وجود همچون نقاطی به عنوان مقدار پرت در نظر گرفته می‌شود و قادر خواهند بود با ایجاد چولگی در پارامترهای آماری سبب انحراف مدل

این مدل براساس اطلاعات تاریخی پیش بینی انجام می دهد و به تجزیه و تحلیل تصادفی سری های زمانی تاکید دارد و دارای ۶ مرحله (شناسایی و حذف داده های پرت، تجزیه الگوی روند یا فصلی، بررسی ایستایی داده ها، تخمین پارامترهای مدل، اجرای مدل آریمما و ارزیابی دقت برازش) است. بدین ترتیب معمولاً باقی‌مانده داده‌ها بررسی تا هیچگونه الگویی در آنها مشاهده نگردد و از توزیع نرمال تبعیت نمایند. اگر نامناسب بودن مدل به اثبات برسد، مدل باید در این مرحله مورد تعدیل و اصلاح قرار گیرد. زمانی که مدل نهایی حاصل می شود، از آن می توان به منظور پیش بینی مقادیر آینده سری زمانی استفاده کرد. بخش‌های تشکیل دهنده تحلیل سری های زمانی شامل فصلی بودن، روند و دوره است که این مولفه‌ها در برگیرنده الگوی تاریخی موجود در سری می‌باشند. وجود هر سه مولفه اشاره شده در تمام سری‌های زمانی الزامی نمی‌باشد، اما در صورت وجود تمامی مولفه‌ها با گسسته سازی سری به درک بهتر رفتار آن کمک خواهند نمود و با درک به وجود آمده می‌توان از آن به منظور ایجاد مدل پیش‌بینی استفاده نمود. در ادامه سری اصلی داده-های رواناب به همراه مولفه‌های تشکیل دهنده آن ارائه می‌گردد.

⁵ Auto Regressive Integrated Moving Average (ARIMA)

سری ردیابی شده و در عین حال نوسانات نویزدار هموار گردند. چنین خطی در تحلیل سری زمانی، میانگین متحرک نامیده می‌شود.

ایجاد می‌شوند. با وجود همچون مواردی برای پیش بینی هر چه بهتر سری زمانی، می‌توان خطی از میان آن ترسیم نمود تا برآمدگی‌ها و فرورفتگی‌های بزرگتر



شکل ۹- سری اصلی به همراه مولفه‌های تشکیل دهنده آن.

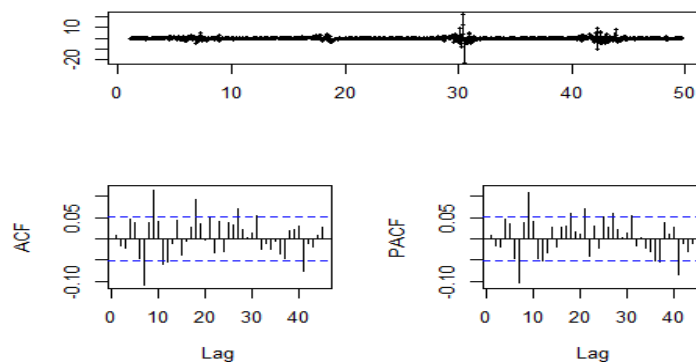
سازی نماید که در حالت ایده‌آل بخش باقی مانده سری به صورت نویز سفید خواهد بود. نویز سفید به نوعی سری زمانی اطلاق می‌شود که متغیرهای آن مستقل از هم بوده و از توزیع یکسان با میانگین صفر برخوردار باشند. به عبارت دیگر همه متغیرها دارای واریانس یکسان است و هر مقدار انتخابی از سری موردنظر دارای همبستگی صفر با سایر مقادیر موجود در سری می‌باشد.

شکل ۱۰ نشان دهنده وجود الگوی واضحی در نمودار خودهمبستگی و خودهمبستگی جزئی است. به طوری که نمودار باقی‌مانده‌ها با تاخیر ۷ تکرار می‌گردد. با وجود همچون الگوی تکرار شونده پیشنهاد می‌دهد، مشخصات مختلفی همچون $p=7$ یا $q=7$ در فرآیند مدل‌سازی لحاظ شود. در ادامه مقدار $q=7$ در نظر گرفته شده و فرآیند مدل‌سازی با این مقدار تکرار می‌شود. علاوه بر این با توجه به تایید نایستایی سری در مرحله قبل مقدار $d=1$ در نظر گرفته می‌شود.

در ادامه مدل آریما غیرفصلی بر روی داده‌های بدون مولفه فصلی اجرا می‌گردد. مطابق با نتیجه به دست آمده مدل پیشنهادی $ARIMA(2,0,2)$ است که معادله حاصله برای مدل پیشنهادی به قرار زیر است:

$$\hat{Y}_{d_t} = 1.13y_{t-1} - 0.45y_{t-2} - 1.23e_{t-1} + 0.37e_{t-2} + E \quad (\lambda)$$

از آنجایی که پارامتر d مدل پیشنهادی توسط دستور `auto.arima` متفاوت با مقدار مرحله قبلی می‌باشد، لذا برای انتخاب مدل نهایی در گام بعد، فرآیند کنترل می‌گردد. قبل از انجام فرآیند پیش‌بینی، لازم است مدل پیشنهادی مورد ارزیابی قرار بگیرد. به این منظور نمودارهای خودهمبستگی و خودهمبستگی جزئی برای بخش باقی‌مانده داده‌ها مورد بررسی قرار می‌گیرد. به طوری که با تعیین مناسب ساختار و پارامترهای مرتبه هیچ‌گونه خودهمبستگی چشمگیری مورد انتظار نخواهد بود. ولی اگر مدل به درستی تعریف نگردد، در بخش باقی‌مانده روند، چولگی یا هرگونه الگوی دیگری ظاهر شده که وجود این ویژگی‌ها نشان دهنده این است، مدل توانسته ویژگی‌های سری را به طور مناسب مدل



شکل ۱۰- باقی مانده حاصل شده از مدل $ARIMA(2,0,2)$ به همراه تابع خودهمبستگی و خودهمبستگی جزئی.

نمودار مولفه باقی مانده نشان داده شده است. در جدول ۳ نتایج سایر مدل ها آورده شده است. همچنین معیارهای آماری به منظور انتخاب مدل مناسب استفاده شده است. مطابق با این معیار، فرض صفر در نظر گرفته شده برای مدل مورد مطالعه زمانی رد می گردد که مقدار معیاره کوچک باشد.

مراحل فوق تکرار می گردد تا بهترین مقادیر برای q, d, p انتخاب شود به طوری در نمودار، باقی مانده ها به حداقل رسیده و در سطح معنی داری ۵ درصد قرار بگیرند و ایستایی سری تایید گردد. در این تحقیق با تغییر مقادیر q, d, p مشخص گردید که سری فوق با $ARIMA(7,1,7)$ $(0,1,1)$ در سطح معنی ۵ درصد قرار گرفته و ایستایی سری تایید می گردد که در شکل ۱۱

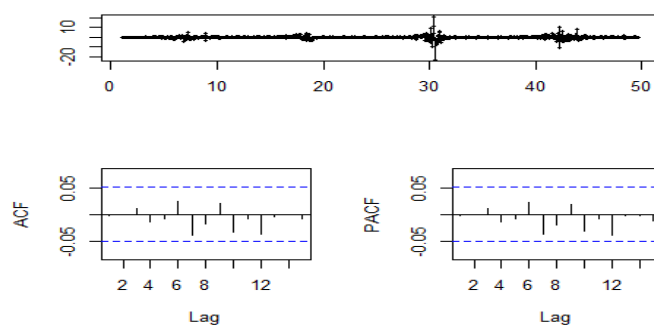
جدول ۳- مقایسه عملکرد مدل های مختلف.

مدل	معیار					
	$(7,1,7)$	$(7,1,7)$	$(6,1,7)$	$(4,1,7)$	$(2,1,7)$	$(2,1,9)$
aic	۵۲۰۰/۱۷	۵۱۵۲/۳۱	۵۱۶۲/۹۷	۵۱۷۷/۱۹	۵۱۹۲/۸۹	۵۱۸۵/۱۸
log likelihood	-۲۵۸۴/۰۹	-۲۵۶۱/۱۵	-۲۵۶۷/۴۸	-۲۵۷۶/۶	-۲۵۸۶/۴۴	-۲۵۸۰/۵۹

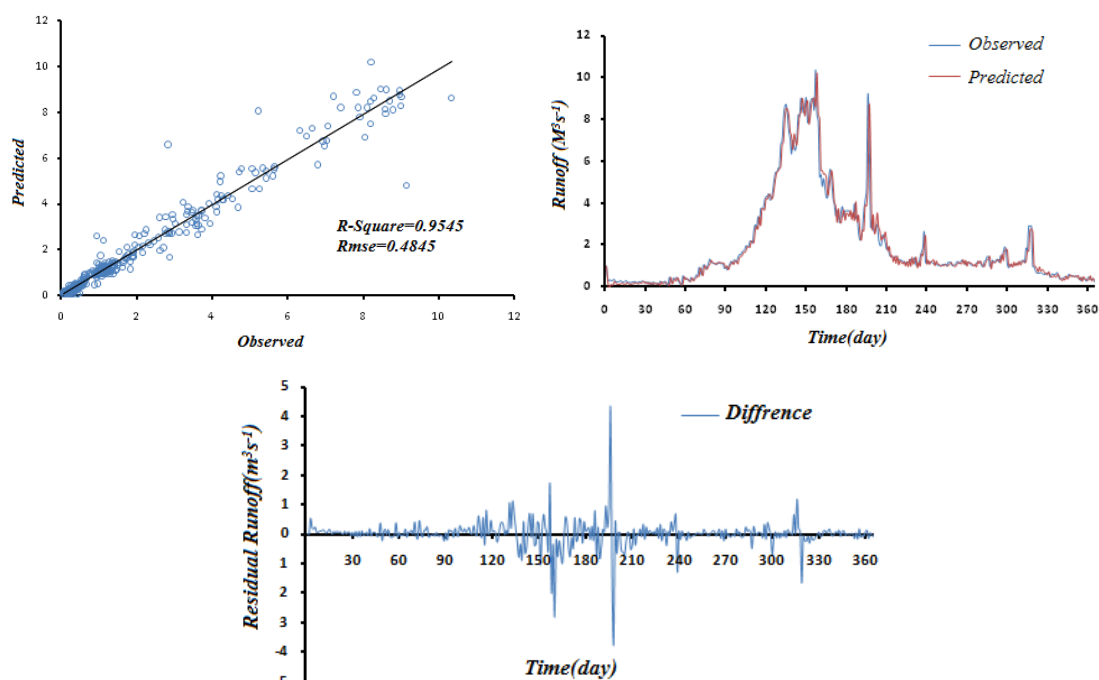
مطابق با نتیجه به دست آمده از آزمون دکی فولر، با تفاضل گیری مرتبه اول سری ایستا حاصل می گردد. در ادامه با پارامترهای به دست آمده برای بخش فصلی نتایج مورد ارزیابی قرار می گیرد. شکل ۱۱ حاکی از مقادیر قابل قبول مولفه های مدل آریمای می باشد. با استفاده از مدل به دست آمده، داده های بخش تست شبیه سازی می گردد. شکل ۱۲ مطابقت قابل قبول مقادیر مشاهداتی و محاسباتی در دوره تست را نشان می دهد. شکل ۱۲ نشان می دهد که در بهترین تفاضل ممکن، مقدار ضریب تعیین و ریشه میانگین خطا به ترتیب برابر با $R^2=0.95$ و $RMSE=0.48 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ می باشد.

با توجه به نمودار تابع خودهمبستگی و خودهمبستگی جزئی مدل نهایی $(7,1,7)$ انتخاب گردید. برای کنترل اهمیت وجود مولفه فصلی در داده های اصلی، مدل پیشنهادی برنامه برای داده های اصلی مورد بررسی قرار می گیرد.

مطابق با نتیجه به دست آمده مولفه های مدل برای بخش فصلی به صورت $(0,1,1)$ است، لذا در ادامه مقادیر به دست آمده برای مولفه های بخش فصلی مورد ارزیابی قرار می گیرند. از آنجایی که داده های اصلی نایست می باشند، در ادامه تفاضل گیری بر روی داده ها انجام گرفته و نتیجه مورد آزمون قرار گرفته است.



شکل ۱۱- مولفه باقی مانده حاصل شده از مدل $ARIMA(7,1,7)(0,1,1)$ به همراه تابع خودهمبستگی و خودهمبستگی جزئی.



شکل ۱۲- نمودار همبستگی داده‌های دبی حوضه صوفی چای بخش تست با مدل $ARIMA(7,1,7)(0,1,1)$

نتیجه گیری کلی

در شبیه سازی رواناب برخوردارند و مدل تصادفی آریما توانسته با تفاوت کمی نتایج بهتری نسبت به مدل تخمین موضعی در شبیه‌سازی رواناب از خود نشان دهد. در ضمن داده‌های رواناب با بعد همبستگی ۳/۶ آشوب‌پذیر خوبی داشته‌اند. بالابودن زمان تاخیر در تابع خودهمبستگی و میانگین اطلاعات متقابل نشان از آشوب‌پذیر بودن این داده‌ها دارد. با افزایش بعد محاط در پیش بینی موضعی آشوب نتایج ضعیف می‌شود. با افزایش تفاضل در مدل آریما، سری داده‌ها به سمت ایستا بودن حرکت کرده و نتیجه شبیه‌سازی بهتر می‌شود. پیشنهاد می‌شود مدل‌های فوق برای داده‌های

در این تحقیق هدف مقایسه بین مدل‌های تصادفی و مدل‌های دینامیک غیرخطی در شبیه سازی رواناب می‌باشد. مدل آریما به عنوان مدل‌های تصادفی و مدل تخمین موضعی غیرخطی با پایه تئوری آشوب به عنوان مدل دینامیک غیرخطی انتخاب شده است. پنج سال آماری از داده‌های رواناب حوضه صوفی چای مورد استفاده قرار گرفته است. یکسال از این داده‌ها به عنوان داده‌های تست و چهارسال به عنوان داده‌های آموزشی به مدل‌ها معرفی شده‌اند. نتایج حاصل از این تحقیق حاکی از آنست که هر دو مدل از قابلیت بهتری

سری زمانی که رفتار پریودیک کمتری دارند مثل بارش ماهانه بکار گرفته شوند.

منابع مورد استفاده

- Adenan NH and Noorani MSM, 2015. Prediction of river flow series data in floodplains using the Kalout approach. *Sains Malaysiana* 44(3): 463-471.
- Adenan NH and Noorani MSM, 2016. Multiple time- scales nonlinear prediction of river flow using Chaos approach. *Teknology Journal* 78(7):1-7.
- Akhoni Pourhosseini F and Darbandi S, 2018. Sofichay river runoff modeling using support vector machine and artificial neural network. *Journal of Watershed Management Research* 9(17): 57-66.(In Persian with English abstract)
- Domenico MD, Ghorbani MA, Makarynskyy O, Makarynska D and Asadi H , 2012. Chaos and reproduction sea level. *Applied Mathematical Modeling* 37: 3687-3697.
- Farzin S, Hosseini KH, Karimi H and Mousavi SF, 2017. Analysis of time series in hydrological processes using chaos theory(Case study: monthly rainfall of Urmia Lake). *Modares Civil Engineering Journal* 17(2): 225-234. (In Persian with English abstract)
- Grassberger P and Procaccia I, 1983. Measuring the strangeness of strang attractors. *Physica D:Nonlinear Phenonmena* 9(1-2): 189-208.
- Hamidi K, Sedghi H, Telvari A and Babazadeh H, 2018. Time series modelling and prediction of river runoff: Case study of Karkheh River, Iran. *International Journal of Geological and Environmental Engineering* 12(5):342-348.
- Karamoz M and Araghinejad SH, 2010. *Advanced Hydrology*, Amirkabir Publishing.(In Persian with English abstract)
- Kermani M, 2016. Investigating chaos and nonlinear forecasting in short term and mid-term river discharge. *Water Resources Management* 30(5):1851-1865.
- Khalili K and Nazeri Tahroudi M, 2016. Performance evaluation of Arma and Carma models in modeling annual precipitation of Urmia Synoptic Station. *Water and Soil Science-University of Tabriz* 26(2-1): 13-28.(In Persian with English abstract)
- Kocak K, Bali A and Bektasoglu B, 2007. Prediction of monthly flows by using chaotic approach. Pp.553-559. *International Congress on River Basin Management*, 22-24 March, Antalya, Turkey.
- Lorenz NE, 1963. Deterministic non-periodic flows. *Journal of Atmospheric Science* 247: 194-207.
- Men B, Zhao X and Liang C, 2004. Chaotic analysis on monthly precipitation on Hills region in middle Sichuan of China. *Nature and Science* 2(2): 45-51.
- Ng WW, Panu US and Lennox WC, 2007. Chaos based analytical techniques for daily extreme hydrological observations. *Journal of Hydrology* 342: 17– 41.
- Nigam R, Nigam S and Mittal SK, 2014. Modeling tropical river runoff: A time dependent approach. *Sciences in Cold and Arid Regions* 6(3): 247-256.
- Parviz L, Kholgi M and Fakherifard A, 2009. Forecasting annual streamflow using autoregressive integrated moving average model and fuzzy regression. *Water and Soil Science – University of Tabriz* 19(1): 65-82.(In Persian with English abstract)
- Sivakumar B, 2001. Rainfall dynamics at different temporal scales: A chaotic perspective. *Hydrology and Earth System Sciences* 5(4): 645-651.
- Sivakumar B, 2002. A phase-space reconstruction approach to prediction of suspended sediment concentration in rivers. *Journal of Hydrology* 258: 149-162.
- Sivakumar B, 2005. Chaos in rainfall: variability, temporal scale and zeros . *Journal of Hydroinformatics* 7(3):175-184.
- Soltani GerdFaramarzi S, Saberi A and Gheisouri M, 2017. Determination of the best time series model for forecasting annual rainfall of selected stations of Western Azerbaijan province. *Researches in Geographical Sciences* 17(44): 87-105.(In Persian with English abstract)
- Sprott J, 2006. *Chaos and Time-Series Analysis*, New York: Oxford University Press.
- Takens F, 1981. *Detecting Strange Attractor in Turbulence Lectures Note in Mathematics*. New York, Springer-Verlag.
- Wang W, 2006. *Sochasticity, Nonlinearity and Forecasting of Stream Flow Processes*, IOS Press, Technical University of Delft, the Netherlands.