

Research Article

Bivariate Frequency Analyses of Flood and Sediment Discharge Using Copulas

A. Jalalifard¹, O. Bazrafshan^{2*}, N. Moradi², Z. Pakdaman³, M. Shekari³

Received: June 13, 2023

Accepted: October 19, 2023

Revised: October 13, 2023

Published online: September 22, 2024

1-Ph. D Student, Department of Natural Resources Engineering and Statistics, Faculty of Agricultural and Natural Resources Engineering, University of Hormozgan, Bandarabbas, Iran.

2- Associate Professor, Department of Natural Resources Engineering and Statistics, Faculty of Agricultural and Natural Resources Engineering, University of Hormozgan, Bandar Abbas, Iran.

3- Assistant Professor, Department of Mathematics and Statistics, Faculty of Science, University of Hormozgan, Bandar Abbas, Iran.

*Corresponding Author, Email: O.bazrafshan@hormozgan.ac.ir

Abstract

Background and Objectives

Flood is a natural disaster that causes a lot of damages in different parts of the world every year, because it has caused a lot of financial and human losses in many countries. One of the main problems of floods is soil erosion and the production of sediments that are transported along the river during the flood and destroy the buildings on the banks of the river. The sediment reduces the capacity of canals and reservoirs of dams, and damage agricultural lands. Sediment load is a random variable that is a function of correlated random variables such as discharge, suspended load and bed. Therefore, estimation of sediment load based on univariate probabilistic analysis is not a reliable criterion. For this reason, multivariate analyzes are of special importance. The bivariate behavior of the flood discharge and the resulting sediment load depends on their joint cumulative distribution function, which can be implemented with the help of copula functions. Since hydrological variables are multidimensional copula functions allow multidimensional analysis of variables and give us more information about hydrological processes. Therefore, the use of copula functions can be an important step in promoting hydrological research. The aim of the current research is to investigate the two-variable behavior of flood discharge and sediment load using copula functions and to analyze the frequency of both variables in the Minab watershed.

Methodology

Archimedean and elliptical copula functions were used as a tool for bivariate analysis of flood (Q_w) and sediment discharge (Q_s). First, marginal distribution functions were fitted on flood (Q_w) and sediment discharge (Q_s) variables. Then, using conventional correlation methods such as spearman, Pearson and Kendal tau, the correlation between the variables was checked. In the next step, two family copulas including elliptical and Archimedean functions were fitted to the variables based on the maximum likelihood method, and the best fitted function was the two variables of flood discharge and sediment. The candidate copula was normal (t-copula). After the coupling of the variables, the single and double return period of 2 to 1000 years in "AND" and "OR" mode and in conditional modes with scenarios $T(Q_f/Q_s \leq q_s)$ and $T(Q_f/Q_s \geq q_s)$, it was calculated and finally two-variable return period analysis was done based on return period tables and graphs.

Findings

The results of the correlation test showed that there is a positive and significant relationship between the investigated variables in the study area. Based on the results of Chi-plot and Kendall-plot, there is an acceptable correlation between the two investigated variables. The results of the copula fit showed that the normal copula has an acceptable performance on the investigated variables. Examining the return period of flood discharge and sediment discharge showed that the changes in sediment discharge are far greater than the changes in flood discharge in higher return periods, so with the increase in the return period, the amount of flood discharge



increases exponentially. The AND scenario gives much higher values than the return period of OR and is a suitable tool for risk analysis of hydrological events. Also, among the conditional scenarios, the scenario $T(Q_f/Q_s \geq q_s)$ showed greater values of the return period than $T(Q_f/Q_s \leq q_s)$. Finally, the risk analysis in the studied area showed that the risk of flooding and sedimentation in the two-year return period with the AND and OR scenarios is without risk, but for the two conditional cases, it has a low risk. Also, in the 20-year return period with the risk of the 50-year project for all scenarios except the "OR scenario" and the other scenarios have predicted critical conditions.

Conclusion

The results of the return period analysis showed that in the case of "AND" return period, the return period values are much larger than the "OR" values. In the same way, it has a higher risk. Also, considering the conditional scenarios were also significantly different. Therefore, ignoring the correlation between flood discharge and sediment may significantly overestimate or underestimate the actual amount of sediment, as a result of which the probability of the corresponding occurrence increases or decreases, consequently increasing the likelihood of the corresponding occurrence.

Keywords: Bivariate analysis, Copula function, Joint return period, Sediment load.

مقاله پژوهشی

آنالیز دومتغیره‌ی دبی سیل و دبی رسوب با استفاده از توابع کاپولا

علیرضا جلالی فرد، ام‌البین بذرافشان^{۱*}، نوازاله مرادی^۲، زهره پاکدامن^۳، مرضیه شکاری^۳

تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۰۶/۲۰ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۱۰/۳۰

تاریخ ویرایش: ۱۴۰۲/۱۰/۲۲ تاریخ انتشار آنلاین: ۱۴۰۳/۰۷/۰۱

۱- دانشجوی دکتری علوم و مهندسی آبخیزداری، گروه مهندسی منابع طبیعی، دانشگاه هرمزگان، بندرعباس

۲- دانشیار گروه مهندسی منابع طبیعی، دانشگاه هرمزگان، بندرعباس

۳- استادیار گروه آمار و ریاضی، دانشکده علوم، دانشگاه هرمزگان، بندرعباس

*مسئول مکاتبات؛ پست الکترونیکی: O.bazrafshan@hormozgan.ac.ir

چکیده

وقوع هم‌زمان وقایع حدی دبی سیل و دبی رسوب اثرات قابل توجهی مانند خرابی زیرساخت‌ها، آلودگی، افزایش هزینه‌های تصفیه آب و تهدیداتی برای زندگی آبزیان دارد. بنابراین درک پویایی مکانی و زمانی انتقال آب و رسوب در طول وقایع سیل حدی ضروری است. از کاپولاها برای آنالیز فراوانی سیل چند متغیره و ارائه روابط بین متغیرهای طراحی و فواصل دوره بازگشت استفاده می‌شود که در هیدرولوژی و مدیریت منابع آب مفید است. در این تحقیق تحلیل فراوانی دومتغیره بین مقادیر دبی سیل و دبی رسوب (بار بستر) در آبخیز میناب با استفاده از توابع مفصل پارامتری انجام شد. دوره زمانی مشترک بین متغیرهای دبی سیل و دبی رسوب از سال ۱۳۷۰-۱۳۶۹ تا ۱۳۹۷-۱۳۹۶ تعیین گردید. نتایج نشان می‌دهد که بهترین تابع کاپولا در تحلیل وابستگی بین متغیرهای مورد بررسی کاپولا نرمال است. همچنین نتایج نشان داد که به ازای دوره بازگشت ۱۰ ساله با دبی سیل $63/13$ مترمکعب بر ثانیه، دبی رسوبی بالغ بر $23349/82$ تن در روز خواهد داشت که در حالت توأم با سناریو "AND" و "OR" به ترتیب دارای دوره‌ی بازگشتی برابر با $16/24$ و $7/22$ سال است. این در حالی است که در حالت شرطی $T(Qf/Qs \geq qs)$ و $T(Qf/Qs \leq qs)$ دوره بازگشت به ترتیب برابر با $167/84$ و $22/26$ سال می‌باشد. بنابراین برای پیش‌بینی رسوب‌گذاری در مخازن و رودخانه‌ها، مهم است که از چه دوره بازگشتی (توأم یا شرطی) با ترکیب مشخصی از بار رسوب و دبی سیل در نظر گرفته شود. با استفاده از تحلیل فراوانی چند متغیره با توابع مفصل، می‌توان مقادیر کمی طراحی با بیشترین احتمال بار رسوب معلق و بستر و دبی سیل را با انتخاب نقاط با بزرگ‌ترین چگالی احتمال توأم بر مبنای دوره بازگشت مشخص به دست آورد. نادیده گرفتن همبستگی بین دبی سیل و رسوب ممکن است به طور قابل توجهی مقدار واقعی رسوب را بیشتر برآورد کند در نتیجه احتمال وقوع متناظر بیشتر شود.

واژه‌های کلیدی: بار رسوب، تحلیل دومتغیره، توابع کاپولا، دوره بازگشت توأم.

مقدمه

سیل یک بلای طبیعی است که هر ساله خسارات زیادی را در نقاط مختلف جهان وارد می‌کند، زیرا در بسیاری از کشورها خسارات مالی و جانی زیادی به بار آورده است (ولف و همکاران ۲۰۲۱). بر اساس گزارش‌های موجود، طی ۲۰ سال آخر قرن بیستم، سیل به‌عنوان مخرب‌ترین بلایای طبیعی در جهان در نظر گرفته شده است. یکی از مشکلات اصلی سیلاب، فرسایش خاک و تولید رسوباتی است که در طول سیلاب در کنار رودخانه منتقل می‌شود و ساختمان‌های حاشیه رودخانه را تخریب می‌کند و ظرفیت کانال‌ها و مخازن سدها را کاهش می‌دهد و به زمین‌های کشاورزی آسیب می‌رساند. رسوبات در بیشتر محیط‌های آبی در سراسر جهان وجود دارند و بار رسوبی بالا می‌تواند بر ایمنی سیل تأثیر بگذارند. رسوبات می‌توانند ظرفیت انتقال جریان‌ها را زمانی که در مقاطع بحرانی رسوب می‌کنند کاهش داده و در نتیجه منجر به سیلاب‌های محلی شود (بزک و همکاران ۲۰۱۷). مقادیر زیاد رسوب می‌تواند شرایط اکولوژیکی اکوسیستم‌های رودخانه را بدتر کند. علاوه بر این، مقادیر بالای رسوب معلق می‌تواند نشانگر مشکلات شدید فرسایش خاک در سرچشمه باشد (بزک و همکاران ۲۰۱۷). رسوب معلق جزء طبیعی اکوسیستم‌های آبی است که با فرسایش خاک، شرایط اکولوژیکی حوزه آبخیز، شرایط هیدرولوژیکی رودخانه و تأسیسات حفاظت از آب در ارتباط است (بزک و همکاران ۲۰۱۶). رسوبات می‌تواند تأثیر قابل‌توجهی بر کیفیت آب رودخانه‌ها داشته باشد. انواع رسوبات می‌تواند به‌عنوان یک محیط انتقال برای آلاینده‌هایی مانند فسفر عمل کند (پنگ و همکاران ۲۰۲۰). رسوبات حمل شده با ته‌نشین شدن در مخازن سدها باعث کاهش عمر مفید آن‌ها می‌گردد. بنابراین بررسی دبی آب و رسوب در پروژه‌های آبی جهت برنامه‌ریزی و ذخیره منابع آب مخازن سدها و تغییرات بستر رودخانه‌ها، مدیریت آبخیز، حفاظت سواحل و محیط‌زیست و غیره حائز

اهمیت است. رسوب در یک رودخانه یک متغیر تصادفی است که تابعی از چندین مشخصه تصادفی همبسته مانند دبی جریان، بار معلق و بستر می‌باشد. بنابراین برآورد بار رسوب مبتنی بر تحلیل احتمالاتی تک متغیره معیارهای قابل‌اعتمادی نیست به همین دلیل، تحلیل‌های چند متغیره از اهمیت ویژه‌ای برخوردارند. از طرفی به دلیل اینکه مشخصه‌های تصادفی این پدیده از توزیع‌های متفاوت تبعیت می‌کنند بعلاوه وابستگی پیچیده‌ای بین مشخصه‌های مختلف سیلاب و رسوب وجود دارد بنابراین توزیع‌های چندمتغیره مرسوم برای تحلیل اغلب پدیده‌های هیدرولوژیکی از جمله وقایع سیلاب و انتقال رسوب ممکن است مناسب نباشند (دی میچله و همکاران ۲۰۰۵). به نظر می‌رسد کاپولاها گزینه مناسبی برای مطالعه هم‌زمان دبی سیل و دبی رسوب باشند.

در سال‌های اخیر مطالعات زیادی در زمینه‌ی کاربرد توابع مفصل در هیدرولوژی ارائه شده است که می‌توان به یانگ و همکاران (۲۰۱۸)، اژدری و همکاران (۲۰۲۰) و آشیته و همکاران (۲۰۲۲) اشاره نمود. این محققین یک شاخص خشک‌سالی چند متغیره غیرخطی را پیشنهاد کردند که از توابع کاپولا به دست آمد.

در خصوص کاربرد توابع مفصل نیز در بررسی همبستگی پویای آب و رسوب می‌توان به بزک و همکاران (۲۰۱۷)، هوانگ و همکاران (۲۰۱۷) و پنگ و همکاران (۲۰۲۰) اشاره کرد. این محققین از تابع کاپولای فرانک برای ساخت تحلیل فراوانی دو و سه‌متغیره بارش، دبی اوج و بار رسوب معلق استفاده کردند. براساس نتایج، رسوب دارای رفتار نالیستایی است و فعالیت‌های انسانی شامل افزایش مصرف آب و توسعه فعالیت‌های حفاظت خاک منجر به عدم ایستایی در ارتباط بین رواناب و بار رسوب شده است. ناظری تهرودی و همکاران (۲۰۲۰)، کیهانی و همکاران (۲۰۲۱) و پرونوس صدیقی و همکاران (۲۰۲۳) به تحلیل فراوانی دو متغیره‌ی بار معلق رسوب لحظه‌ای-دبی لحظه‌ای در حالت AND و OR پرداختند. نتایج نشان داد که در حالت تک متغیره، برآورد بار معلق

خواهد داد، لذا کاربرد توابع کاپولا می‌تواند گامی مهم در ارتقا تحقیقات هیدرولوژیکی باشد. بر این اساس هدف از پژوهش حاضر، بررسی رفتار دو متغیره دبی سیل و بار رسوب با استفاده از توابع کاپولا و تحلیل فراوانی توأم دو متغیر در آبخیز میناب است.

مواد و روش‌ها

منطقه‌ی مورد مطالعه و منابع داده

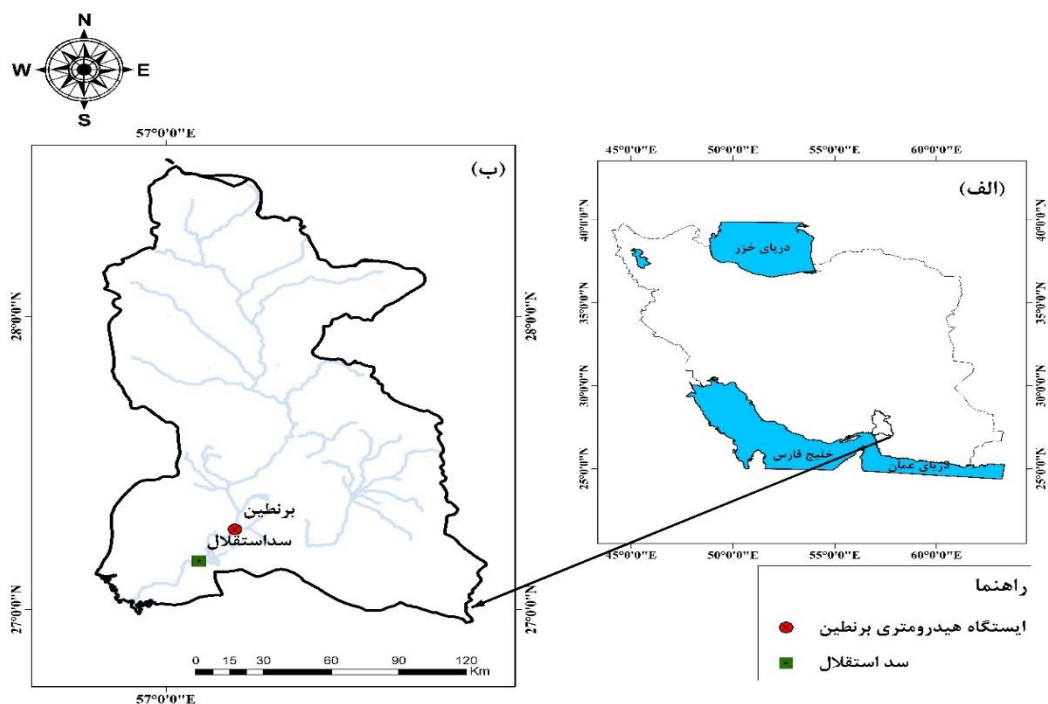
آبخیز سد استقلال میناب با مساحت ۱۰۵۱۹۰۰ هکتار یکی از مهم‌ترین آبخیزهای سواحل خلیج فارس و دریای عمان می‌باشد. آبخیز مذکور در شمال شرقی شهرستان میناب در موقعیت $۴۸^{\circ} ۵۶'$ تا $۵۹^{\circ} ۵۷'$ شرقی و ۲۷° تا $۳۲^{\circ} ۲۸'$ عرض شمالی قرار دارد. این حوزه دارای دو زیر حوزه رودان و جغین است که از هم پیوستن جریان خروجی آن‌ها رودخانه میناب تشکیل می‌شود و به دریاچه سد استقلال وارد می‌شود. اقلیم حوضه گرم و خشک بارندگی آن مدیترانه‌ای با میانگین سالانه ۲۳۰ میلی‌متر است. از نظر

زمین‌شناسی بین زون زمین‌شناسی زاگرس، مکران و سنندج- سیرجان قرار دارد (بهاری میمندی و همکاران ۲۰۲۳). شکل ۱ نقشه حوضه میناب و موقعیت ایستگاه هیدرومتری برنظین و سد استقلال را نشان می‌دهد. تنها ایستگاه رسوب‌سنجی در حوضه سد استقلال میناب که بار رسوب را اندازه‌گیری می‌کند ایستگاه سد استقلال است که توسط شرکت سهامی آب منطقه‌ای هرمزگان اندازه‌گیری و به آزمایشگاه منتقل می‌شود. جهت تحلیل دو متغیره دبی رسوب و دبی سیل از سری وقایع زمانی رخ داده بصورت دودو در هر واقعه سیل طی سال‌های ۱۳۶۹-۱۳۷۰ تا ۱۳۹۷-۱۳۹۶ استفاده شد.

رسوب کمتر از مقدار واقعی آن در دوره بازگشت دو ساله است. با توجه به نتایج حاصله می‌توان از منحنی‌های دوره بازگشت تولید شده به‌عنوان منحنی‌های تیپ برای مدیریت و تخصیص منابع آب در حوضه استفاده کرد. همچنین براساس نتایج، افزایش دبی جریان رودخانه و بار رسوب معلق، در دوره بازگشت توأم افزایش می‌یابد. همچنین، دوره بازگشت توأم برای حالت "AND" بیشتر از دوره بازگشت مشترک برای حالت "OR" است.

حوزه آبخیز سد استقلال میناب یکی از حوضه‌های مهم و استراتژیک استان هرمزگان است. این سد اصلی‌ترین مخزن ذخیره آب در استان هرمزگان محسوب می‌گردد. در مورد نرخ فرسایش و رسوب در حوزه آبخیز سد استقلال اطلاعات کمی وجود دارد. از طرفی، این حوضه طی دو دهه گذشته تغییر اقلیم را تجربه کرده و روند فزاینده بارش‌های سنگین و حدی منجر به افزایش فرسایش و رسوب و در نتیجه کاهش حجم مخزن دریاچه شده است، به طوری که بر اساس گزارش آب منطقه‌ای، بیش از نیمی از حجم سد توسط رسوبات اشغال شده و به حجم مرده تبدیل شده است. با توجه به اهمیت حوضه مورد مطالعه برای معیشت ساکنین حوضه، بررسی هم‌زمان دبی و رسوب و حجم گامی مهم در مدیریت حوزه آبخیز سد استقلال میناب می‌باشد (عظیمی سردری و همکاران ۲۰۱۹).

رفتار دو متغیره دبی سیل و بار رسوب حاصل از آن، به تابع توزیع تجمعی مشترک آن‌ها بستگی دارد که می‌تواند با کمک توابع کاپولا اجرا شود. از آنجایی که متغیرهای هیدرولوژیکی چند بعدی هستند و توابع کاپولا امکان تحلیل چند بعدی متغیرها را فراهم می‌کند و اطلاعات بیشتری را در مورد فرایندهای هیدرولوژیکی به ما



شکل ۱- نقشه حوضه میناب و موقعیت ایستگاه هیدرومتری برنطین و سد استقلال.

روش تحقیق

ساختار همبستگی متغیرها، توابع توزیع حاشیه‌ای و آنالیز فراوانی با استفاده از کاپولاها

در پژوهش حاضر از ضرایب همبستگی مرسوم شامل ضریب همبستگی رتبه‌ای اسپیرمن، همبستگی خطی پیرسون و ضریب کندال برای وابستگی غیرخطی بین دو متغیرهای تصادفی بصورت دبدو استفاده گردید (اژدری و بذرافشان ۲۰۲۲).

کاپولاها توابع ریاضی‌ای هستند که دو یا چند متغیر مستقل با توزیع‌های حاشیه‌ای متفاوت را با هم ترکیب می‌کند (میرعباسی و همکاران ۲۰۱۲). این توابع حاصل از توابع تک‌متغیره کلاسیک هستند که بر متغیرها برازش داده می‌شوند. در این مطالعه، برازش شش تابع توزیع احتمال شامل نرمال، لوگ‌نرمال، ویبول، نمایی، گاما، و لجستیک به‌عنوان توابع حاشیه‌ای داوطلب بر متغیرهای موردبررسی انجام شد و بهترین تابع توزیع حاشیه‌ای بر اساس معیار AIC انتخاب شد (بهارى میمندی و همکاران

۲۰۲۳). از پنج تابع کاپولای داوطلب شامل فرانک، کلایتون، علی-میخائیل-حق، جو (همبندهای ارشمیدسی)، نرمال و تی‌استیودنت (همبندهای بیضوی) برای مدل‌سازی رابطه دبی سیل و رسوب استفاده شد. برای ارزیابی بهترین کاپولا از P-Value استفاده می‌شود هر چه مقدار P-Value بزرگ‌تر باشد نشان‌دهنده این است که کاپولا برازش بهتری دارد (اژدری و همکاران ۲۰۲۱). بعد از برازش بهترین کاپولا و محاسبه تابع توزیع متغیرهای موردبررسی دوره بازگشت محاسبه گردید. در هیدرولوژی، اصطلاح دوره بازگشت عموماً به‌صورت متوسط (امید ریاضی) تعداد آزمایش‌ها یا سال‌ها تا زمان اولین رخداد پدیده‌های بزرگ‌تر از پدیده بحرانی تعریف‌شده است (استینگر ۱۹۹۳). دوره بازگشت دومتغیره با استفاده از تابع زیر محاسبه شد:

$$T = \frac{1}{P(Q_F \geq q_F, Q_S \geq q_S)} = \frac{1}{1 - C(u, v)} \quad [1]$$

و دوره بازگشت‌های دومتغیره توأم AND و OR نیز از طریق توابع زیر محاسبه می‌گردد:

(رابطه ی ۴) دبی سیل و رسوب کوچکتر مساوی آستانه ی خاصی باشند، و سناریوی OR (رابطه ی ۵) حالتی است که دبی رسوب کوچکتر مساوی آستانه ی خاص، به شرطی که دبی سیلاب از آستانه مشخصی بیشتر باشد، در نظر گرفته شد. در این صورت برای دو سناریوی تعریف شده ریسک پروژه و N سال طول عمر پروژه یا سالی که برای ریسک پروژه در نظر گرفته می شود (اعظم و همکاران ۲۰۱۸) مشخص گردید. بر اساس طبقه بندی بذرافشان و همکاران (۲۰۲۰) طبقه بندی ریسک بین صفر تا ۱، کمتر از ۰/۲، بدون ریسک، ۰/۲۱ تا ۰/۴ ریسک متوسط، ۰/۴۱ تا ۰/۶ ریسک زیاد، ۰/۶۱ تا ۰/۸۱ ریسک خیلی زیاد و بیش از ۰/۸۱ ریسک بحرانی تعریف شده است.

نتایج و بحث

داده های رسوب و دبی سیلاب مورد بررسی در منطقه، طی دوره ی آماری ۱۳۶۹-۱۳۶۸ تا ۱۳۹۶-۱۳۹۷ مورد بررسی قرار گرفته است. آماره های توصیفی مانند میانگین، حداکثر، حداقل، انحراف معیار، چولگی و کشیدگی برای منطقه مورد مطالعه محاسبه شد (جدول ۱). بر اساس نتایج، میانگین دبی سیل ۳۰/۸۲ مترمکعب بر ثانیه و میانگین دبی رسوب ۲۰۰۴۱/۷۴ تن در روز است. بعد از تأیید کنترل کیفیت آماری و استقلال زمانی داده ها، تابع توزیع حاشیه ای بر متغیرها برازش داده شد (جدول ۲). بر اساس نتایج آزمون نکویی برازش؛ بین شش تابع توزیع کاندید در دو متغیر مورد بررسی، تابع توزیع لوگ نرمال دومتغیره با کمترین مقدار آماره های AIC و BIC به عنوان بهترین تابع ب و دبی رسوب (ب) در شکل ۲ نشان داده شده است. نتایج بزرگ و همکاران (۲۰۱۴) نیز مناسب بودن تابع لوگ نرمال را بر متغیرهای فوق تأیید می کند.

منظور از دوره بازگشت توأم AND این است که هر دو متغیر دبی رسوب و دبی سیل به صورت همزمان اتفاق بیافتند اما منظور از دوره بازگشت توأم OR این است که یکی از متغیرها به شرط رخداد متغیر بعدی اتفاق بیافتد (یا دبی رسوب یا دبی سیل).

$$T_{QfQs}^U = \frac{1}{1 - F_{QfQs}(Qf, Qs)} \quad [۲]$$

$$= \frac{1}{1 - C_{QfQs}(u_{Qf}, u_{Qs})}$$

$$T_{QfQs}^{\cap} = \frac{1}{1 - F_{Qf}(qf) - F_{Qs}(qs) + F_{QfQs}(qf, qs)} \quad [۳]$$

$$= \frac{1}{1 - F_{Qf}(qf) - F_{Qs}(qs) + C_{QfQs}(U_{qf}, U_{qs})}$$

در نهایت، دوره های بازگشت شرطی از رابطه ی زیر به دست آمد:

$$P(Qs \leq qs, Qf \leq qf) \quad [۴]$$

$$= \frac{P(Qs \leq qs, Qf \leq qf)}{P(Qf \geq qf)}$$

$$= \frac{C_1(qf, qs) - C_2(qf, qs)}{1 - F_{qf}(Qf)}$$

$$= \frac{C_1(qf, qs) - C_2(C_1(qf, qs), F_{qf}(Qf))}{1 - F_{qf}(Qf)}$$

$$P(Qs \leq qs, Qf \geq qf) \quad [۵]$$

$$= \frac{P(Qs \leq qs, Qf \geq qf)}{P(Qf \leq qf)}$$

$$= \frac{C_1(qf, qs) - C_2(qf, qs)}{1 - F_{qf}(Qf)}$$

$$= \frac{C_1(qf, qs) - C_2(C_1(qf, qs), F_{qf}(Qf))}{1 - F_{qf}(Qf)}$$

بر اساس دوره بازگشت دومتغیره در هیدرولوژی، مقدار ریسک (R) می تواند بر اساس معادله زیر برآورد شود.

$$R = 1 - \left(1 - \frac{1}{T_{Qf, Qs}}\right)^N \quad [۶]$$

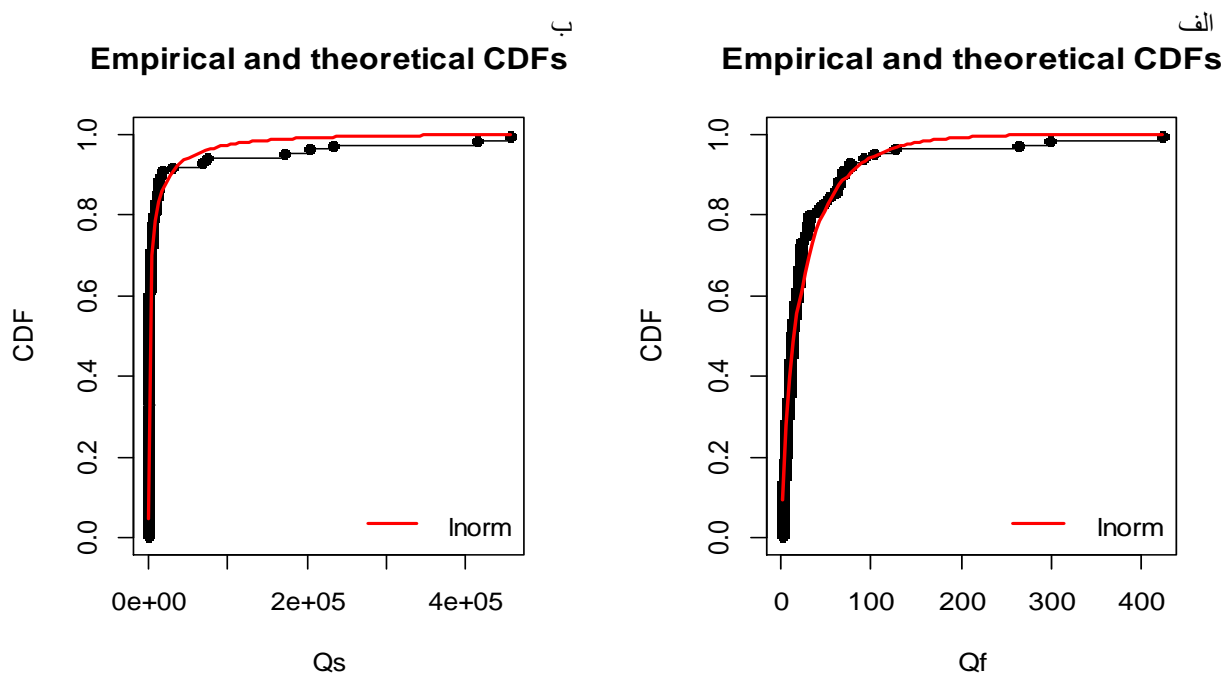
که در این رابطه $T_{Qf, Qs}$ مقدار دوره ی بازگشت برآورد شده با دوسناریوی AND و OR است بطوری که در حالت AND

جدول ۱- آماره های توصیفی متغیرهای دبی سیل و رسوب.

متغیرها	تعداد نمونه ها	میانگین	میانه	حداقل	حداکثر	کشیدگی
دبی سیل (m^3/s)	۹۲	۳۰/۸۲	۱۱/۸۴	۱	۴۲۳/۲۶۷	۲۱/۳۹
دبی رسوب (ton/day)	۹۲	۲۰۰۴۱/۷۴	۶۲۴/۸۸	۰/۵۹۹	۴۵۵۰۰۴/۶	۲۱/۹۷

جدول ۲- آماره‌ها و معیارهای برازش تعیین بهترین مدل برازش شده بر شاخص‌های دبی سیل و رسوب (در سطح معنی‌داری ۵ درصد).

شاخص ارزیابی	پارامتر	K-S	تابع	متغیر
AIC=۷۷۷/۰۰;BIC=۷۸۲/۰۵	$\mu=۲/۵۰$; $\sigma=۱/۳۲$	۰/۰۶	لوگ نرمال	QF
AIC=۱۶۵۱/۰۸;BIC=۱۶۵۶/۱۲	$\mu=۶/۴۸$; $\sigma=۲/۸۸$	۰/۰۷	لوگ نرمال	QS



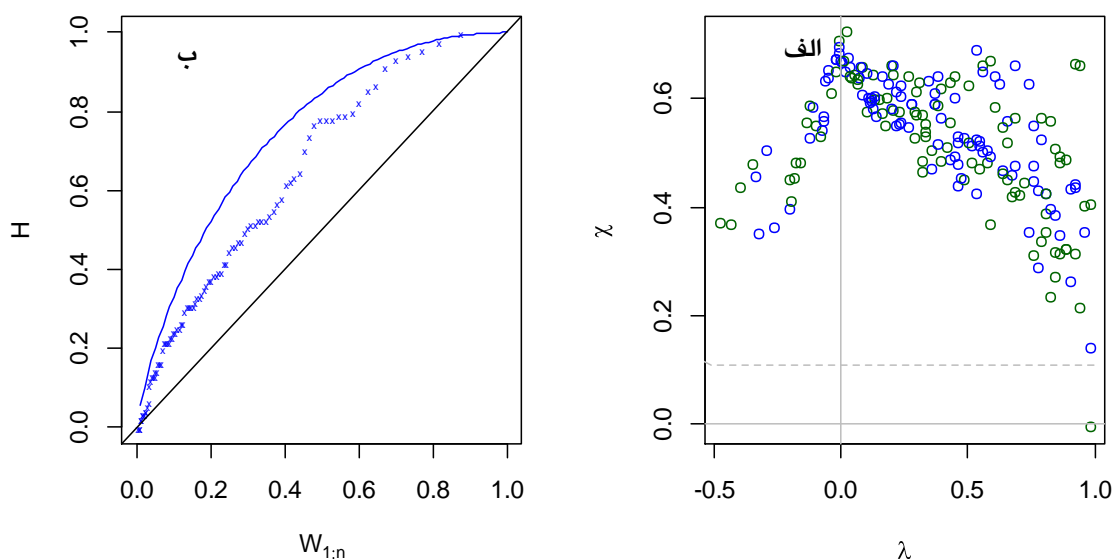
شکل ۲- نمودار تابع توزیع تجمعی حاشیه‌های برازش شده بر دبی سیل (الف)، دبی رسوب (ب).

ساختار وابستگی بین متغیرهای خشک‌سالی

نتایج آزمون همبستگی نشان داد که بین متغیرهای موردبررسی در منطقه مورد مطالعه رابطه مثبت و معناداری وجود دارد، به گونه‌ای که همبستگی پیرسون با ۰/۸۲ بیشترین میزان همبستگی، سپس پیرسون (۰/۸) را بین متغیرها نشان داد. ضریب همبستگی کندال با مقدار ۰/۶۲ کمترین میزان همبستگی را نشان داد.

همچنین برای بررسی بصری ساختار وابستگی بین متغیرها از آزمون‌های گرافیکی کای پلات و کندال پلات استفاده شد. در کای پلات، دو متغیر را می‌توان مستقل در نظر گرفت که نقاط در محدوده اطمینان نمودار قرار

گیرند (اژدری و همکاران ۲۰۲۱). بر اساس شکل ۳، نتایج کای پلات نشان می‌دهد که اکثر رویدادهای رسوب در جفت متغیرهای موردبررسی بالاتر از مقادیر مثبت و خارج از محدوده اطمینان هستند بنابراین دو رویداد مستقل از هم نمی‌باشند و دارای وابستگی مثبت می‌باشند (شکل ۳، الف). در گراف کندال، اگر بیشتر نقاط (نمونه‌ها) روی خط مورب قرار گیرند (مورب $y=x$) دو متغیر مستقل در نظر گرفته می‌شوند (اژدری و همکاران ۲۰۲۱). نقاط بالای قطر نشان‌دهنده وابستگی مثبت و نقاط پایین قطر نشان‌دهنده وابستگی منفی است. نتایج نمودار کندال نشان‌دهنده وجود همبستگی مثبت و معنادار بین دو متغیر است (شکل ۳، ب).



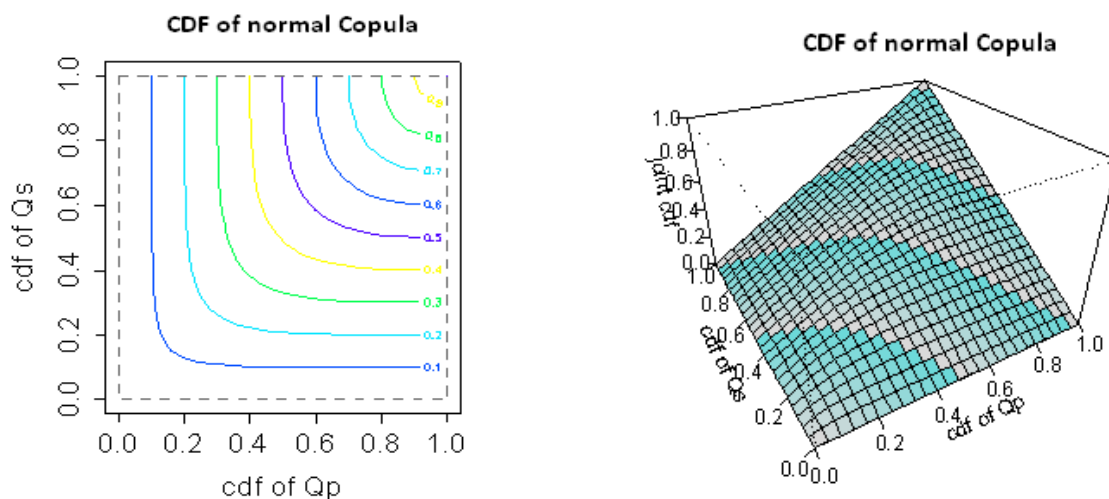
شکل ۳- نمودارهای کای (الف) و کندال (ب) در بررسی همبستگی متغیر دبی رسوب و دبی سیل.

جدول ۳- نتایج برازش کاپولا بر دو متغیر دبی سیل و رسوب و پارامترهای آن‌ها.

کاپولا	آماره	پارامتر	Sn	پی-ولیو
فرانک	۰/۰۶	۸/۶۶	۰/۰۱	۰/۱۱
جو	۰/۱۰	۴/۱۶	۰/۰۵	۰/۰۱
کلایتون	۰/۱۱	۳/۳۴	۰/۰۲	۰/۰۵
نرمال	۰/۰۴	۰/۸۳	۰/۰۱۳	۰/۳۵
تی استیودنت	۰/۰۶	۰/۸۳	۰/۰۱۱	۰/۲۶
گامیل	۰/۰۵	۲/۶۷	۰/۰۶	۰/۱۸

مقادیر دوره بازگشت توأم ۲ تا ۱۰۰۰ ساله در حالت‌های تک متغیره، (AND)، (OR) و دو سناریوی شرطی برای منطقه‌ی موردنظر برآورد و در جدول ۴ و شکل ۵ ارائه گردید. همان‌طور که در جدول مشاهده می‌شود مقدار دبی سیل در دوره بازگشت ۲ ساله، ۱۲/۱۸ مترمکعب بر ثانیه بوده که دبی رسوبی برابر با ۶۴۵/۴۸ تن در روز منتقل می‌گردد، اما چنانچه این دو متغیر به‌صورت توأم بررسی گردد، احتمال اینکه به‌طور هم‌زمان دبی سیل ۱۲/۱۸ مترمکعب و رسوب ۶۵۴/۴۸ تن در روز رخ دهد، در حالت AND به‌طور متوسط هر ۲/۴۳ سال یک‌بار و در حالت OR هر ۱/۶۹ سال، رخ خواهد داد. این مقدار در حالت دوره بازگشت شرطی $T(Q_f/Q_s \geq q_s)$ برابر ۴/۹۲ سال و در حالت $T(Q_f/Q_s \leq q_s)$ برابر ۵/۳۱ خواهد بود.

بعد از انتخاب بهترین توزیع‌های حاشیه‌ای بر روی دبی سیل و رسوب، دو خانواده کاپولای پارامتریک شامل ارشمیدسی (فرانک، گامبل، کلایتون و جو) و بیضوی (تی استودینت و گوسین) برای ترکیب متغیرها مورد استفاده قرار گرفتند. جزئیات کاپولاهای برآزش شده در جدول ۳ نشان داده شده است. برای انتخاب بهترین مفصل از آماره‌ی S_n استفاده گردید. نتایج نشان می‌دهد که کاپولای نرمال با آماره‌ی ۰/۰۴ در حدود معنی‌داری ۰/۰۵ ($P\text{-value}=0/35$) به‌عنوان بهترین توزیع کاپولا برآزش تعیین شده است. نمودار سه‌بعدی تابع توزیع تجمعی برآزش کاپولا نرمال بر متغیرها (شکل ۴ الف) و نمودار دوبعدی تابع کاپولای نرمال در شکل ۴ ب) نشان داده شده است. (بذرافشان و همکاران ۲۰۲۰). نتیجه حاکی از آن است که کاپولای نرمال عملکرد قابل قبولی بر متغیرهای مورد بررسی دارند.



شکل ۴

- آزمون نکویی برآزش تابع کاپولای نرمال برای دو متغیر دبی سیل و رسوب، الف: نمودار سه‌بعدی تابع توزیع تجمعی برآزش نرمال کاپولا بر متغیرها، و ب: نمودار دوبعدی.

جدول ۴- دوره بازگشت تک، توأم دومتغیره و شرطی در منطقه‌ی مورد مطالعه.

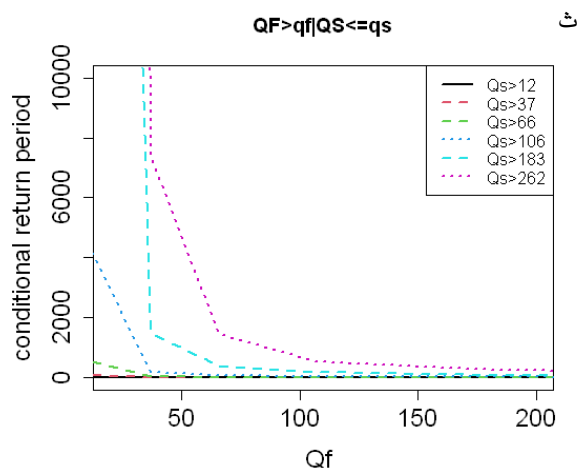
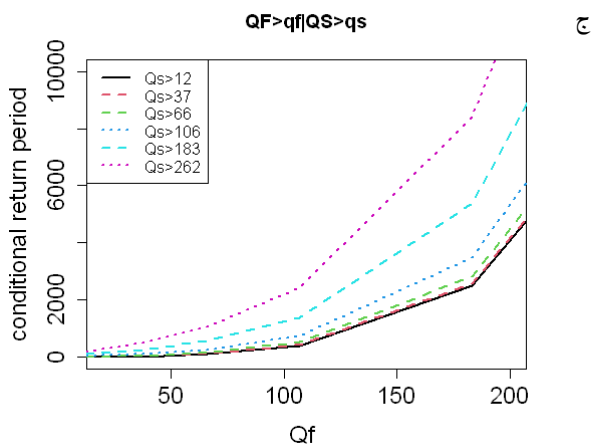
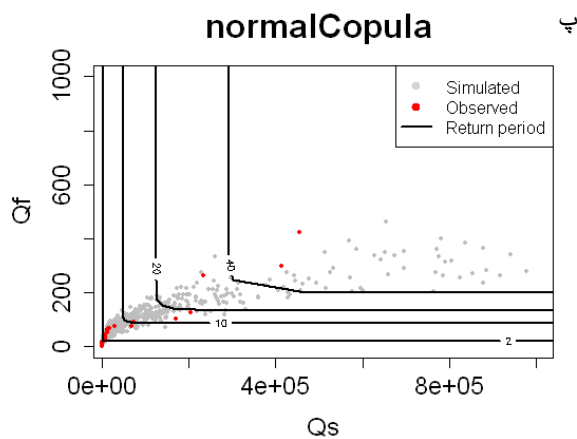
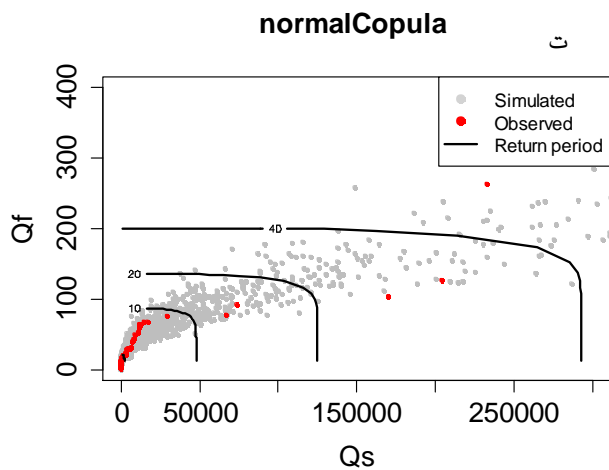
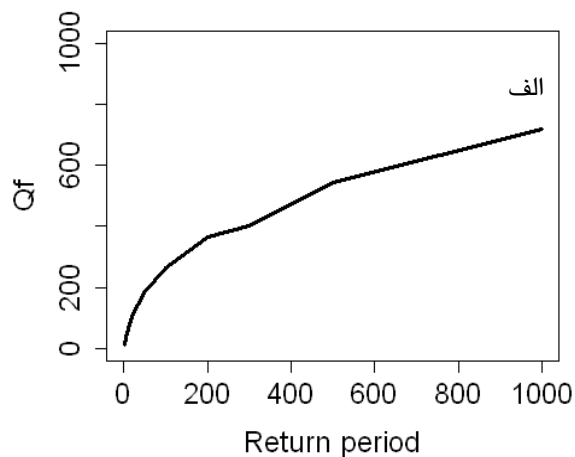
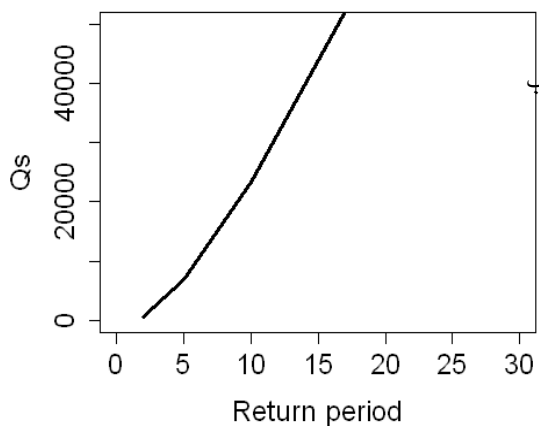
دوره بازگشت	Qf	Qs	(AND) T_{QfQs}^U	(OR) T_{QfQs}^N	T(Qf/Qs>=qs)	T(Qf/Qs<=qs)
۲	۱۲/۱۸	۶۴۵/۴۸	۲/۴۳	۱/۶۹	۴/۹۲	۵/۳۱
۵	۳۷	۶۸۱۲/۶۷	۷/۲۵	۳/۸۲	۳۷/۱۴	۱۲/۲۳
۱۰	۶۶/۱۳	۲۳۳۴۹/۸۲	۱۶/۲۴	۷/۲۲	۱۶۷/۸۴	۲۲/۲۶
۲۰	۱۰۶/۸۲	۶۴۵۷۵/۴۹	۳۶/۰۶	۱۳/۸۳	۷۵۱/۴۷	۴۰/۶۲
۵۰	۱۸۳/۲۶	۲۰۲۹۰۵/۸	۱۰۲/۵۹	۳۳/۰۵	۵۴۰۰/۰۶	۹۱/۲۴
۱۰۰	۲۶۲/۶۳	۴۳۵۲۹۲/۷	۲۲۵/۱۳	۶۴/۲۷	۲۳۸۸۲/۲	۱۷۰/۳۱
۲۰۰	۳۶۵/۰۷	۸۷۵۳۰۰	۴۹۲/۴۰	۱۲۵/۴۸	۱۰۵۲۶۶	۳۲۰/۹۶
۳۰۰	۴۰۳/۷۲	۱۰۸۳۵۹۶	۶۳۳/۱۱	۱۵۵/۷۵	۱۶۹۵۹۶	۳۹۴/۳۱
۵۰۰	۵۴۴/۱۲	۲۰۴۰۸۰۱	۱۳۰/۰۷	۳۰۵/۳۱	۷۴۴۹۲۲	۷۵۱/۰۵
۱۰۰۰	۷۱۹/۸۹	۳۶۹۵۵۸۹	۳۰۲/۰۸	۵۹۹/۹۱	۳۲۶۴۹۵۷	۱۴۴۰/۰۶

شکل ۵ (الف و ب)، تغییرات دبی سیل و دبی رسوب را در دوره بازگشت‌های مختلف نشان می‌دهد. همان‌طور که پیش‌تر نیز گفته شد، این مقادیر با تابع توزیع لوگ نرمال تخمین زده شده است. در این دو شکل محور افقی دوره‌ی بازگشت و محور عمودی، متغیر مورد بررسی است. بر اساس نتایج تغییرات دبی رسوب به مراتب بیشتر از تغییرات دبی سیل در دوره‌های بازگشت بالاتر است به طوری که با افزایش دوره بازگشت، مقدار دبی رسوب به طور تصاعدی افزایش می‌یابد. شکل ۷ (پ و ت)، به ترتیب دوره‌ی بازگشت توأم AND و دوره‌ی بازگشت توأم OR را نشان می‌دهد. دوره‌ی بازگشت AND به مراتب دارای پراکندگی بیشتری از سناریوی OR است. به طور مشابه در سناریوی AND با مقدار دبی سیل ۲۶۲/۶۳ مترمکعب بر ثانیه و دبی رسوب ۴۳۵۲۹۲/۷ تن در روز، دارای دوره بازگشتی برابر ۲۲۵ سال و در سناریوی OR برابر ۶۴ سال خواهد بود. لذا در سناریوی AND مقادیر برآورد شده بسیار بیشتر از سناریوی OR است. شکل ۵ (ث و ج) سناریوی دبی سیل به شرط دبی رسوب برآورد شده است. به عنوان نمونه، در سناریوی

شکل ۵ (الف و ب)، تغییرات دبی سیل و دبی رسوب را در دوره بازگشت‌های مختلف نشان می‌دهد. همان‌طور که پیش‌تر نیز گفته شد، این مقادیر با تابع توزیع لوگ نرمال تخمین زده شده است. در این دو شکل محور افقی دوره‌ی بازگشت و محور عمودی، متغیر مورد بررسی است. بر اساس نتایج تغییرات دبی رسوب به مراتب بیشتر از تغییرات دبی سیل در دوره‌های بازگشت بالاتر است به طوری که با افزایش دوره بازگشت، مقدار دبی رسوب به طور تصاعدی افزایش می‌یابد. شکل ۷ (پ و ت)، به ترتیب دوره‌ی بازگشت توأم AND و دوره‌ی بازگشت توأم OR را نشان می‌دهد. دوره‌ی بازگشت AND به مراتب دارای پراکندگی بیشتری از سناریوی OR است. به طور مشابه در سناریوی AND با مقدار دبی سیل ۲۶۲/۶۳ مترمکعب بر ثانیه و دبی رسوب ۴۳۵۲۹۲/۷ تن در روز، دارای دوره بازگشتی برابر ۲۲۵ سال و در سناریوی OR برابر ۶۴ سال خواهد بود. لذا در سناریوی AND مقادیر برآورد شده بسیار بیشتر از سناریوی OR است. شکل ۵ (ث و ج) سناریوی دبی سیل به شرط دبی رسوب برآورد شده است. به عنوان نمونه، در سناریوی

شکل ۵ (الف و ب)، تغییرات دبی سیل و دبی رسوب را در دوره بازگشت‌های مختلف نشان می‌دهد. همان‌طور که پیش‌تر نیز گفته شد، این مقادیر با تابع توزیع لوگ نرمال تخمین زده شده است. در این دو شکل محور افقی دوره‌ی بازگشت و محور عمودی، متغیر مورد بررسی است. بر اساس نتایج تغییرات دبی رسوب به مراتب بیشتر از تغییرات دبی سیل در دوره‌های بازگشت بالاتر است به طوری که با افزایش دوره بازگشت، مقدار دبی رسوب به طور تصاعدی افزایش می‌یابد. شکل ۷ (پ و ت)، به ترتیب دوره‌ی بازگشت توأم AND و دوره‌ی بازگشت توأم OR را نشان می‌دهد. دوره‌ی بازگشت AND به مراتب دارای پراکندگی بیشتری از سناریوی OR است. به طور مشابه در سناریوی AND با مقدار دبی سیل ۲۶۲/۶۳ مترمکعب بر ثانیه و دبی رسوب ۴۳۵۲۹۲/۷ تن در روز، دارای دوره بازگشتی برابر ۲۲۵ سال و در سناریوی OR برابر ۶۴ سال خواهد بود. لذا در سناریوی AND مقادیر برآورد شده بسیار بیشتر از سناریوی OR است. شکل ۵ (ث و ج) سناریوی دبی سیل به شرط دبی رسوب برآورد شده است. به عنوان نمونه، در سناریوی

اگر دبی سیل ۲۶۲ مترمکعب بر ثانیه (Qf/Qs>=qs) و دبی رسوب بیشتر یا مساوی ۴۳۵۲۹۲ تن در روز (Qs>=435292) باشد، دوره‌ی بازگشتی معادل ۲۳۸۸۲ خواهد داشت اما در سناریوی (Qf/Qs<=qs) اگر دبی سیل ۲۶۲ مترمکعب بر ثانیه (Qf=262) و دبی رسوب کمتر و یا مساوی از ۴۳۵۲۹۲ تن در روز (Qs<=435292) باشد، دوره‌ی بازگشتی معادل ۱۷۰ سال خواهد داشت. کیهانی و همکاران (۱۴۰۰)، بذرافشان و همکاران (۲۰۲۱) اژدری و همکاران (۲۰۲۱) و گنگلی و ردی (۲۰۱۳) و بزرک و همکاران (۲۰۱۴) است که در تحقیقاتشان بیان کردند، سناریوی AND مقادیر به مراتب بیشتر از دوره بازگشت OR رانشان می‌دهد و ابزاری مناسب برای تحلیل ریسک وقایع هیدرولوژیکی است. همچنین در بین سناریوهای شرطی، سناریوی T(Qf/Qs>=qs) مقادیر بیشتری از دوره بازگشت را نسبت به T(Qf/Qs<=qs) نشان داد. بنابراین برای پیش‌بینی رسوب‌گذاری در مخازن و رودخانه‌ها، مهم است که از چه دوره بازگشتی (توأم یا شرطی) با یک ترکیب مشخص بار رسوب و دبی سیل در نظر گرفته شود.



شکل ۵- دوره‌ی بازگشت تک متغیره‌ی دبی سیل (الف)، دبی رسوب (ب)، دوره‌ی بازگشت توأم OR (پ)، دوره‌ی بازگشت توأم AND (ت)، دوره‌ی بازگشت شرطی $T(Qf/Qs \leq q_s)$ (ث)، دوره‌ی بازگشت شرطی $T(Qf/Qs > q_s)$ (ج).

جدول ۵- تحلیل ریسک تک، توأم دومتغیره و شرطی برای ریسک ۵۰ ساله پروژه.

دوره بازگشت	ریسک T_{QfQs}^U	کلاس ریسک	T_{QfQs}^n	کلاس ریسک	ریسک $T(Qf/Qs \geq qs)$	کلاس ریسک	ریسک $T(Qf/Qs \leq qs)$	کلاس ریسک
۲	۰/۰۷	بدون ریسک	۰/۰۱	بدون ریسک	۰/۳۲	کم	۰/۳۵	کم
۵	۰/۴۸	متوسط	۰/۲۲	کم	۰/۸۷	بحرانی	۰/۶۵	بالا
۱۰	۰/۷۳	بالا	۰/۴۷	متوسط	۰/۹۷	بحرانی	۰/۷۹	بالا
۲۰	۰/۸۷	بحرانی	۰/۶۹	بالا	۰/۹۹	بحرانی	۰/۸۸	بحرانی
۵۰	۰/۹۵	بحرانی	۰/۸۶	بحرانی	۱	بحرانی	۰/۹۵	بحرانی
۱۰۰	۰/۹۸	بحرانی	۰/۹۲	بحرانی	۱	بحرانی	۰/۹۷	بحرانی
۲۰۰	۰/۹۹	بحرانی	۰/۹۶	بحرانی	۱	بحرانی	۰/۹۸	بحرانی
۳۰۰	۰/۹۹	بحرانی	۰/۹۷	بحرانی	۱	بحرانی	۰/۹۹	بحرانی
۵۰۰	۰/۹۹	بحرانی	۰/۹۸	بحرانی	۱	بحرانی	۰/۹۹	بحرانی
۱۰۰۰	۱	بحرانی	۰/۹۹	بحرانی	۱	بحرانی	۱	بحرانی

رنگ سبز: بدون ریسک، آبی: کم، زرد: متوسط، نارنجی: بالا، قرمز: بحرانی

نتیجه گیری کلی

در این مطالعه، از توابع کاپولا به عنوان ابزاری برای تحلیل دومتغیره دبی سیل و رسوب استفاده گردید. نتایج تحلیل دوره‌ی بازگشت نشان داد در حالت دوره بازگشت توأم "AND" مقادیر دوره بازگشت به مراتب بزرگتر از مقادیر "OR" است. به همین ترتیب ریسک بالاتری نیز دارد. همچنین در نظر گرفتن سناریوهای شرطی نیز به طور قابل ملاحظه‌ای متفاوت بودند. بنابراین نادیده گرفتن همبستگی بین دبی سیل و رسوب ممکن است به طور قابل توجهی مقدار واقعی رسوب را بیشتر یا کمتر برآورد کند، در نتیجه احتمال وقوع متناظر بیشتر و یا کمتر شود. از مهم‌ترین محدودیت‌های تحقیق حاضر کمبود تعداد ایستگاه‌های رسوب-دبی سنجی در زیرحوضه‌های بالادست سد مورد بررسی است. در نهایت پیشنهاد می‌شود، با توجه به کارایی بالای توابع کاپولا برای آنالیز وقایع دبی سیل و رسوب و همچنین سناریوهای دوره بازگشت مورد بررسی، برای ارزیابی ریسک در ارتباط با مسائل هیدرولوژیکی، از جمله طراحی سرریز و اقدامات مدیریت و کنترل سیل و رسوب در حوزه آبخیز سدها استفاده گردد.

با استفاده از تحلیل فراوانی چند متغیره با توابع مفصل، می‌توان مقادیر کمی طراحی با بیشترین احتمال بار رسوب معلق و بستر و دبی سیل را با انتخاب نقاط با بزرگترین چگالی احتمال توأم بر مبنای دوره بازگشت مشخص به دست آورد (کیهانی و همکاران، ۱۴۰۰؛ سالوادوری و همکاران، ۲۰۱۱). بر همین اساس سطوح ریسک بر اساس سناریوهای مختلف نیز متفاوت خواهد بود. جدول ۵ سطوح مختلف ریسک را در دوره‌های بازگشت محاسبه شده برای ریسک ۵۰ ساله‌ی پروژه نشان می‌دهد. در منطقه‌ی مورد مطالعه ریسک سیلاب و رسوب در دوره‌ی بازگشت دوساله با سناریوی AND و OR فاقد ریسک اما برای دو حالت شرطی دارای ریسک کم است. یا در دوره بازگشت ۲۰ ساله، ریسک پروژه ۵۰ ساله برای تمام سناریوها به جز سناریوی OR (شرایط نارنجی یا ریسک بالا) بقیه‌ی سناریوها شرایط بحرانی را پیش‌بینی کرده‌اند. لذا منطقه، با در نظر گرفتن ریسک پروژه ۵۰ ساله، منطقه در دوره‌ی بازگشت بیش از ۲۰ ساله، همزمان دبی سیل و دبی رسوب، در شرایط پرخطر قرار خواهد گرفت.

منابع مورد استفاده

- Achite M, Bazrafshan O, Wałęga A, Azhdari Z, Krakauer N and Caloiero T, 2022. Meteorological and hydrological drought risk assessment using multi-dimensional copulas The Wadi Ouahrane basin in Algeria. *Water* 14(4): 653. <https://doi.org/10.3390/w14040653>.
- Azam M, Maeng SJ, Kim HS and Murtazaev A, 2018. Copula-based stochastic simulation for regional drought risk assessment in South Korea. *Water* 10(4): 359. <https://doi.org/10.3390/w10040359>
- Azhdari Z and Bazrafshan J, 2022. A hybrid drought Index for assessing agricultural drought in arid and semi-arid coastal areas of Southern Iran. *International Journal of Environmental Science and Technology* 19(10): 9409-9426. <https://doi.org/10.1007/s13762-022-04154-3>
- Azhdari Z, Bazrafshan O, Bazrafshan J, Shekari M, Zamani H, 2021. Meteorological drought monitoring based on multivariate statistical and probability indices in Hormozgan province. *Journal of Arid Biome* 10(2): 1-17. [10.29252/ARIDBIOM.2021.15258.1821](https://doi.org/10.29252/ARIDBIOM.2021.15258.1821).
- Azhdari Z, Bazrafshan O, Shekari M, and Zamani H, 2020. Analysis of Hydrological Drought Severity, Duration and Magnitude Using Copula Functions (Case study: Bandar-Sedij and Kol-Mehran Watershed). *Iranian journal of Ecohydrology* 7(1): 237-249. doi: 10.22059/ije.2020.295823.1270. (In Persian with English abstract)
- Azhdari Z, Bazrafshan O, Zamani H, Shekari M and Singh VP, 2021. Hydro-meteorological drought risk assessment using linear and nonlinear multivariate methods. *Physics and Chemistry of the Earth, Parts A/B/C* 123: 103046. <https://doi.org/10.1016/j.pce.2021.103046>
- Azimi Sardari MR, Bazrafshan O, Panagopoulos T and Sardooi ER, 2019. Modeling the impact of climate change and land use change scenarios on soil erosion at the Minab Dam Watershed. *Sustainability* 11(12): 3353. <https://doi.org/10.3390/su11123353>
- Bahari Meimandi J, Bazrafshan O, Esmaelpour Y, Shekari M and Zamani H, 2023. Study the Effect of Natural and Anthropogenic Factors on The Ground Water Falling in The Minab Plain. *Desert Management* 11(1): 1-18. [10.22034/JDMAL.2023.2000814.1412](https://doi.org/10.22034/JDMAL.2023.2000814.1412) (In Persian with English abstract)
- Bazrafshan O, Zamani H, Shekari M, and Singh VP, 2020. Regional risk analysis and derivation of copula-based drought for severity-duration curve in arid and semi-arid regions. *Theoretical and Applied Climatology*, 141: 889-905. <https://doi.org/10.1007/s00704-020-03217-0>
- Bezak N, Brilly M and Šraj M, 2014. Comparison between the peaks-over-threshold method and the annual maximum method for flood frequency analysis. *Hydrological Sciences Journal* 59(5): 959-977. <https://doi.org/10.1080/02626667.2013.831174>
- Bezak N, Rusjan S, Kramar Fijavž M, Mikoš M and Šraj M, 2017. Estimation of suspended sediment loads using copula functions. *Water* 9(8): 628. <https://doi.org/10.3390/w9080628>
- Bezak N, Šraj M and Mikoš M, 2016. Copula-based IDF curves and empirical rainfall thresholds for flash floods and rainfall-induced landslides. *Journal of Hydrology* 541: 272-284. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2016.02.058>
- De Michele C, Salvadori G, Canossi M, Petaccia A and Rosso R, 2005. "Bivariate statistical approach to check adequacy of dam spillway." *Journal of Hydrology Engineering* 10(1): 50-57. [10.1061/\(ASCE\)1084-0699\(2005\)10:1\(50\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1084-0699(2005)10:1(50))
- Ganguli P and Reddy MJ, 2013. Probabilistic assessment of flood risks using trivariate copulas. *Theoretical and applied climatology* 111: 341-360. <https://doi.org/10.1007/s00704-012-0664-4>
- Huang S, Huang Q, Chang J, Leng G and Chen Y, 2017. Variations in precipitation and runoff from a multivariate perspective in the Wei River Basin, China. *Quaternary International* 440: 30-39. <https://doi.org/10.1016/j.quaint.2016.05.020>.
- Keihani A and Fathian H, 2021. Multivariate frequency analysis of peak discharge and suspended and bed sediment load in Karaj Basin. *Iran-Water Resources Research* 17(1): 47-67. [20.1001.1.17352347.1400.17.1.4.5](https://doi.org/10.1001.1.17352347.1400.17.1.4.5) (In Persian with English abstract)
- Mirabbasi R, Fakheri-Fard A and Dinpashoh Y, 2012. Bivariate drought frequency analysis using the copula method. *Theoretical and Applied Climatology* 108: 191-206. <https://doi.org/10.1007/s00704-011-0524-7>
- Nazeri Tahroudi M, Ramezani Y, De Michele C and Mirabbasi Najafabadi R, 2020. Estimation of the joint frequency of peak flow discharge-suspended load of Zarinerood Basin using two-dimensional analysis. *Water and Soil* 34(2): 333-347. [10.22067/JSW.V34I2.81812](https://doi.org/10.22067/JSW.V34I2.81812) (In Persian with English abstract)

- Bazrafshan O, Shekari M, Zamani H, Dehghanpir S and Singh VP 2021. Assessing hydrologic drought risk using multi-dimensional copulas: case study in Karkheh River basin. *Environmental Earth Sciences* 80: 1-22. <https://doi.org/10.1007/s12665-021-09870-6>
- Peng T, Tian H, Singh VP, Chen M, Liu J, Ma H and Wang J, 2020. Quantitative assessment of drivers of sediment load reduction in the Yangtze River basin, China. *Journal of Hydrology* 580: 124242. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2019.124242>
- Pronoos Sedighi M, Ramezani Y, Nazeri Tahroudi M and Taghian M, 2023. Joint frequency analysis of river flow rate and suspended sediment load using conditional density of copula functions. *Acta Geophysica* 71(1): 489-501. <https://doi.org/10.1007/s11600-022-00894-5>
- Salvadori G, Durante F and De Michele C, 2013. Multivariate return period calculation via survival functions. *Water Resources Research* 49(4): 2308-2311. <https://doi.org/10.1002/wrcr.20204>
- Stedinger JR, 1993. Frequency Analysis of Extreme Events. *Handbook of Hydrology*.
- Wolf S, Esser V, Schüttrumpf H and Lehmkuhl F, 2021. Influence of 200 years of water resource management on a typical central European river. Does industrialization straighten a river?. *Environmental Sciences Europe* 33(1): 1-23. <https://doi.org/10.1186/s12302-021-00460-8>
- Yang P, Xia J, Zhang Y, Zhan C and Qiao Y, 2018. Comprehensive assessment of drought risk in the arid region of Northwest China based on the global palmer drought severity index gridded data. *Science of the Total Environment* 627: 951-962. <https://doi.org/10.1016/j.scitotenv.2018.01.234>