

## مقاله پژوهشی

# مدل‌سازی ضریب دبی سرریزهای جانبی واقع بر کانال‌های همگرا توسط مدل ترکیبی انفیس - کرم

## شب‌تاب

بابک سان احمدی<sup>۱</sup>، مجید حیدری<sup>۲\*</sup>، سعید گوهری<sup>۲</sup>، سعید شعبانلو<sup>۳</sup>

تاریخ دریافت: ۱۳۹۹/۰۶/۰۳ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۳/۱۴

۱- دانشجوی دکتری سازه‌های آبی، گروه علوم و مهندسی آب، دانشگاه بوعلی سینا، همدان

۲- استادیار سازه‌های آبی، گروه علوم و مهندسی آب، دانشگاه بوعلی سینا، همدان

۳- دانشیار منابع آب، گروه مهندسی آب، واحد کرمانشاه، دانشگاه آزاد اسلامی، کرمانشاه

\* نویسنده مسئول، پست الکترونیکی: mheydari@basu.ac.ir

## چکیده

در این مطالعه یک مدل هیبریدی برای تخمین ضریب دبی سرریزهای جانبی واقع بر کانال‌های همگرا توسعه داده شد. به عبارت دیگر با استفاده از الگوریتم کرم شب‌تاب (FA) سامانه استنتاجی فازی عصبی تطبیقی (ANFIS) بهینه‌سازی شد. سپس با استفاده از پارامترهای ورودی، شش مدل ANFIS و ANFIS-FA تعریف شد. در ابتدا تعداد خوشه‌های بهینه برای مدل ANFIS محاسبه شد. همچنین در این مطالعه برای بررسی دقت مدل‌سازی‌ها از شبیه‌سازی مونت کارلو استفاده گردید. علاوه بر این برای صحت‌سنجی نتایج مدل‌سازی‌ها از روش اعتبار‌سنجی ضربدری بهره گرفته شد. با تجزیه و تحلیل مدل‌سازی‌ها، مشاهده شد که مدل‌های هیبریدی در مقایسه با مدل ANFIS دارای دقت بیشتری هستند. سپس مدل برتر معرفی شد که این مدل مقادیر ضریب دبی را بر حسب کلیه پارامترهای ورودی تخمین می‌زند. مدل برتر مقادیر ضریب دبی را با دقت مناسبی شبیه‌سازی کرد. به عنوان مثال مقادیر  $R^2$ ، MAE و RMSE برای مدل برتر به ترتیب برابر ۰/۹۳۳، ۰/۰۱۱ و ۰/۰۱۵ محاسبه شد. همچنین تقریباً ۹۸ درصد نتایج مدل برتر دارای خطایی کمتر از ۱۲ درصد بود. بر اساس نتایج عدم قطعیت، مدل برتر ضریب را بیشتر از مقادیر واقعی شبیه‌سازی کرد. تحلیل حساسیت نشان داد که عدد فرود جریان در پائین‌دست سرریز جانبی موثرترین پارامتر ورودی بود.

**واژه‌های کلیدی:** آنالیز حساسیت، آنالیز عدم قطعیت، الگوریتم کرم شب‌تاب، انفیس، ضریب دبی سرریز جانبی، کانال همگرا.

## Modeling of Side Weir Discharge Coefficient on Converging Channel using the Hybrid Model ANFIS-Firefly Algorithm

B Sanahmadi<sup>1</sup>, M Heydari<sup>2\*</sup>, S Gohari<sup>2</sup>, S Shabanlou<sup>3</sup>

Received: August 24, 2020 Accepted: June 4, 2021

1- Ph.D. Candidate, Dept. of Water Science and Eng., Bu-Ali Sina Univ., Hamadan, Iran

2- Assist. Prof., Dept. of Water Science and Eng., Bu Ali Sina Univ., Hamadan, Iran

3- Assoc. Prof., Dept. of Water Eng., Kermanshah Branch, Islamic Azad Univ., Kermanshah, Iran

\*Corresponding Author, E-mail: mheydari@basu.ac.ir

### Abstract

In this study, a hybrid model was developed in order to approximate the discharge coefficient of side weirs located on converging channels. In other words, the ANFIS network was optimized by means of the firefly algorithm (FA). After that, six ANFIS and ANFIS-FA models were defined by input parameters. In addition, the Monte Carlo simulation was employed to study the modeling accuracy. Furthermore, the k-fold cross validation approach was implemented for validating the modeling results. By analyzing the modeling results, it was concluded that hybrid models are more accurate than ANFIS models. The superior model simulated the discharge coefficient values with reasonable accuracy. For example, the values of  $R^2$ , MAE and RMSE for the superior model were calculated 0.003, 0.011 and 0.015, respectively. Also, about 98% of the superior model results had an error less than 12%. According to the uncertainty analysis results, the superior model had an overestimated performance. A sensitivity analysis indicated that the flow Froude number at the side weir downstream is the most effective input parameter.

**Keywords:** ANFIS, Converging channel, Firefly algorithm, Sensitivity analysis, Side weir discharge coefficient, Uncertainty analysis.

### مقدمه

دادند. مارانزونی و همکاران (۲۰۱۷) در یک مطالعه آزمایشگاهی مشخصات هیدرولیکی سرریزهای جانبی مستطیلی در داخل کانال همگرا را مورد بررسی قرار دادند. آنها نشان دادند که همگرایی کانال اصلی باعث افزایش قابل توجه کارایی سرریز جانبی می‌شود. اخیراً الگوریتم‌های محاسبات نرم و هوش مصنوعی برای شبیه‌سازی مسائل مختلف هیدرولیکی استفاده شده‌اند. به عنوان مثال ابتهاج و همکاران (۲۰۱۵) با استفاده برنامه‌نویسی بیان ژن مقادیر ضریب دبی سرریزهای جانبی مستطیلی واقع بر مجاری مستطیلی شبیه‌سازی نمودند. آنها یک رابطه برای تخمین ضریب دبی پیشنهاد دادند. خوشبین و همکاران (۲۰۱۶) با استفاده از یک الگوریتم هیبریدی ضریب دبی سرریزهای جانبی مستطیلی را مدل‌سازی نمودند. همچنین عظیمی و همکاران (۲۰۱۷) به کمک ماشین آموزش نیرومند ضریب

سرریزهای جانبی کاربرد بسیار وسیعی در مهندسی آب، سازه‌های هیدرولیکی و مهندسی محیط زیست دارند و برای کنترل سطح جریان در سیستم‌های زهکشی، جمع آوری فاضلاب و شبکه‌های آبیاری مورد استفاده قرار می‌گیرند. مطالعات آزمایشگاهی، تئوریک و عددی مختلفی در ارتباط با جریان در داخل کانال‌های دارای سرریزجانبی انجام گرفته است. به عنوان مثال باقری و همکاران (۲۰۱۴) در یک مطالعه آزمایشگاهی مشخصات هیدرولیکی سرریزهای جانبی مستطیلی را مورد مطالعه قرار دادند. امیرقلو و همکاران (۲۰۱۷) تاثیر گردابه‌ها در دهانه سرریزهای جانبی کنگره‌ای نوزنقه‌ای مشخصات هیدرولیکی این نوع از سازه‌های انحرافی از قبیل ظرفیت آبگذری و آبشستگی را مورد مطالعه آزمایشگاهی قرار

و ماهانتا ۲۰۰۸). بخش فازی رابطه‌ی بین ورودی و خروجی برقرار نموده و پارامترهای مربوط به توابع عضویت بخش فازی بوسیله الگوریتم‌های آموزشی شبکه عصبی تعیین می‌شوند. لذا خصوصیات هر دو مدل فازی و عصبی در این سیستم، نهفته است. این سیستم به کمک مفاهیم زبانی<sup>۱</sup>، ارتباط غیرخطی بین ورودی‌ها و خروجی‌ها را برقرار و استنتاج می‌کند (سرچ ۲۰۰۱، نادرلو و همکاران ۲۰۱۲). ساختار مناسب ANFIS متناسب با داده‌های ورودی، درجه عضویت، قوانین و توابع درجه عضویت خروجی، انتخاب می‌شود. در لایه اول (ورودی) میزان تعلق هر ورودی به بازه‌های مختلف فازی مشخص می‌شود. با ضرب مقادیر ورودی به هر گره در یکدیگر، وزن قانون‌ها ( $w_i$ ) در لایه دوم بدست می‌آید. در لایه سوم، عمل محاسبه وزن نسبی قوانین انجام می‌گیرد. لایه چهارم، لایه قوانین است که از انجام عملیات بر روی سیگنال‌های ورودی به این لایه، حاصل می‌شود. لایه آخر، خروجی شبکه ( $f$ ) است که هدف آن حداقل نمودن اختلاف خروجی بدست آمده از شبکه و خروجی واقعی است. شبکه ANFIS دارای  $m$  ویژگی ورودی و  $n$  قانون است که هر قانون به صورت زیر بیان می‌شود:

$$R_i: \text{if } (x_j \text{ is } f_{ij}) \text{ and } (x_j \text{ is } f_{ij}) \text{ and } \dots (x_m \text{ is } f_{im}) \text{ then output} = f_i \quad [1]$$

که در آن  $x_j$ ،  $j^{\text{th}}$  ورودی و  $f_{ij}$  تابع عضویت قانون روی  $x_j$  و  $f_i$  خروجی قانون است. توابع عضویت  $g_{ij}$  که دارای شکل گاوسی است، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$g_{ij}(x) = \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x - c_{ij}}{\sigma_{ij}}\right)^2\right) \quad [2]$$

از ضرب به‌عنوان عملگر "AND" استفاده شده است. در نتیجه خواهیم داشت:

$$\mu_i = \prod_{j=1}^m g_{ij}(x_j) \quad [3]$$

دبی سرریزهای جانبی بر روی مجاری دوزنقه‌ای پیش‌بینی نمودند. آنها با تحلیل حساسیت پارامترهای موثر بر روی ضریب دبی را شناسایی کردند. همچنین آنها یک ماتریس برای محاسبه ضریب دبی سرریزهای جانبی مستطیلی بر روی کانال دوزنقه‌ای شکل ارائه نمودند. عظیمی و همکاران (۲۰۱۹a) مقادیر ضریب دبی سرریزهای جانبی واقع بر کانال‌های دوزنقه‌ای برای شرایط جریان زیربحرانی را توسط مدل ماشین بردار پشتیبان تخمین زدند. آنها نشان دادند که عدد فرود موثرترین پارامتر ورودی جهت مدل‌سازی ضریب دبی بود. علاوه بر این زارعی و همکاران (۲۰۲۰) ضریب دبی سرریزهای جانبی واقع بر کانال‌های همگرا را توسط ماشین آموزش نیرومند پیش‌بینی نمودند. آنها شش مدل ماشین آموزش نیرومند تعریف کردند و با اجرای یک تحلیل حساسیت، مدل برتر و مهمترین پارامتر ورودی را معرفی کردند.

با بررسی مطالعات گذشتگان مشاهده می‌شود که مدل‌سازی ضریب دبی سرریزهای جانبی واقع بر مجاری همگرا تاکنون توسط مدل‌های هیبریدی انجام نشده است. در این مطالعه برای اولین بار یک مدل فرا ابتکاری برای تخمین ضریب دبی سرریزهای جانبی واقع بر کانال‌های همگرا توسعه داده می‌شود. برای این منظور شبکه ANFIS توسط الگوریتم کرم شب‌تاب بهینه‌سازی می‌شود. سپس با توجه به پارامترهای ورودی، ۶ مدل متمایز معرفی شده و با تجزیه و تحلیل نتایج مدل‌سازی، مدل برتر و موثرترین پارامتر معرفی می‌شود.

## مواد و روش‌ها

### سامانه استنتاجی فازی-عصبی تطبیقی

سامانه استنتاجی فازی-عصبی تطبیقی ترکیبی از سیستم فازی و شبکه عصبی مصنوعی است بطوریکه مزایای هر دو را به طور همزمان در بردارد (بورگوهاین

<sup>1</sup> Linguistic language concept

### الگوریتم کرم شب‌تاب

الگوریتم کرم شب‌تاب (FA)، که برای اولین بار توسط (یانگ ۲۰۱۰) ارائه شده است. ایده اصلی این الگوریتم از ارتباط نوری میان کرم‌های شب‌تاب الهام گرفته شده است. این الگوریتم را می‌توان از مظاهر هوش ازدحامی<sup>۴</sup> دانست که در آن، همکاری و احتمالاً رقابت اعضای ساده و کم هوش، مرتبه بالاتری از هوشمندی را ایجاد می‌کنند که قطعاً توسط هیچ یک از اجزا، قابل حصول نیست. الگوریتم کرم شب‌تاب بر پایه قوانین زیر، ارائه شده است (یانگ ۲۰۱۲):

(۱) همه کرم شب‌تاب‌ها دو جنسیتی هستند، یعنی صرف نظر از جنسیت خود به صورت جذاب تر و شفاف تری حرکت خواهند کرد بطوری‌که یک کرم شب‌تاب، کرم شب‌تاب‌های دیگر را جذب می‌کند.

(۲) درجه جذابیت یک کرم شب‌تاب با درخشش آن متناسب است. همچنین ممکن است درخشندگی با افزایش فاصله از کرم شب‌تاب‌های دیگر، کاهش یابد. حال اگر یک کرم شب‌تاب جذاب‌تری وجود نداشته باشد، آنگاه به صورت تصادفی حرکت خواهد کرد.

(۳) درخشندگی یا شدت نور یک کرم شب‌تاب، توسط مقدار تابع هدف تعیین می‌شود. الگوریتم کرم شب‌تاب، الگوریتمی تکاملی بر پایه جمعیت می‌باشد که از رفتار کرم‌های شب‌تاب در جستجوی غذا و هوش جمعیتی آنها، الهام گرفته شده است. در طبیعت کرم‌های شب‌تاب به صورت تصادفی حرکت می‌کنند و هر دام طعمه بهتری پیدا کند از خود نور بیشتری ساطع می‌کند و دیگران را به سمت خود جذب می‌کند. هر چه فاصله دو کرم از یکدیگر بیشتر باشد، درصد جذب آن‌ها به یکدیگر کمتر می‌شود. به عبارتی، فاصله با سرعت و میزان جذب نسبت عکس دارد. این الگوریتم از دو بخش اساسی تشکیل شده است؛ تغییرات شدت نور و حرکت به سمت کرم شب‌تاب با نور بیشتر. میزان شدت نور به مقدار تابع

که در آن  $\mu_i$  درجه فعال شده قانون را نشان می‌دهد. خروجی سیستم نیز با رابطه مرکز ثقل به صورت زیر محاسبه می‌شود»

$$f(x) = \frac{\sum_{i=1}^n \mu_i f_i}{\sum_{i=1}^n \mu_i} \quad [4]$$

پنج عامل مهم و موثر در مدل‌سازی ANFIS، عبارتند از نوع مجموعه‌های فازی ورودی، تعداد مجموعه‌های فازی ورودی، نوع مجموعه فازی خروجی، شیوه بهینه‌سازی و تعداد تکرارها است. مجموعه‌های فازی ورودی در انواع مختلفی مانند مثلثی، دوزنقه‌ای و گوسی هستند. در این مطالعه، با توجه به عملکرد خوب مجموعه فازی گوسی در مطالعات اخیر، (عظیمی و همکاران ۲۰۱۷ و ۲۰۱۹b) از این نوع استفاده می‌شود. مجموعه‌های فازی خروجی نیز در دو نوع ثابت و خطی هستند که در این مطالعه از مجموعه فازی خطی استفاده شده است. علاوه بر این، تعداد تکرار در نظر گرفته شده جهت آموزش شبکه برابر با ۵۰۰۰ در نظر گرفته شده است. روش مورد استفاده جهت تولید سامانه استنتاج فازی (FIS) در این مطالعه، روش خوشه‌ی- فازی C<sup>۲</sup> است که نسبت به روش‌های دیگر، به تعداد پارامتر کمتری نیاز دارد و عملکرد موفقی در مطالعات اخیر داشته است (عظیمی و همکاران ۲۰۱۷ و ۲۰۱۹). در مورد نحوه بهینه‌سازی در شبکه ANFIS، دو روش بهینه‌سازی الگوریتم انتشار از عقب<sup>۲</sup> (BP) و ترکیبی که از BP و حداقل مربعات (LS) است (BP-LS)، الگوریتم‌های کلاسیک جهت آموزش این شبکه هستند. در این مطالعه، علاوه بر استفاده از روش ترکیبی، از الگوریتم کرم شب‌تاب که یک الگوریتم فراابتکاری جدید و قدرتمند در حل مسائل غیرخطی است، نیز استفاده می‌شود. الگوریتم کرم شب‌تاب جهت بهینه‌سازی توابع عضویت شامل  $(\sigma$  and  $c)$  برای ورودی‌های مختلف، مورد استفاده قرار می‌گیرد. در ادامه، چگونگی عملکرد این الگوریتم بیان می‌شود.

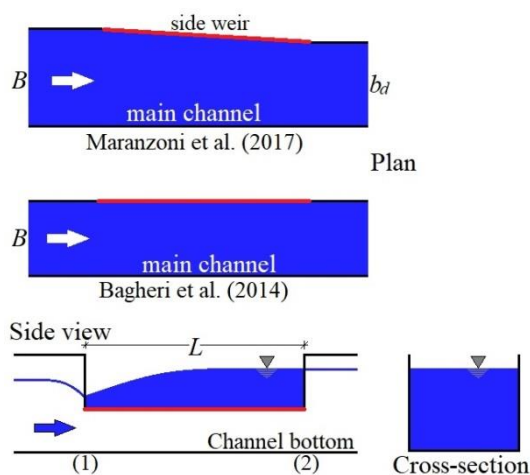
<sup>4</sup> Swarm intelligence

<sup>2</sup> Fuzzy C-means clustering (FCM)

<sup>3</sup> Back-propagation

### مدل آزمایشگاهی

در مطالعه حاضر جهت صحت سنجی نتایج مدل‌های عددی از نتایج آزمایشگاهی باقری و همکاران (۲۰۱۴) و مارانزونی و همکاران (۲۰۱۷) استفاده شد. مدل آزمایشگاهی باقری و همکاران (۲۰۱۴) شامل یک کانال مستطیلی منشوری بود که سرریز جانبی بر روی دیواره جانبی آن نصب شد. علاوه بر این مدل آزمایشگاهی مارانزونی و همکاران (۲۰۱۷) متشکل از یک کانال همگرا مستطیلی شکل بود که سرریز جانبی در محل همگرایی کانال و بر روی دیواره جانبی متصل شد. رژیم جریان در هر دو مطالعه زیر بحرانی بود و کانال اصلی قبل و بعد از سرریز جانبی مستطیلی و منشوری ذکر شده است.



شکل ۱- طرح کلی مدل‌های آزمایشگاهی مورد استفاده در مطالعه حاضر.

### ضریب دبی روزنه‌های جانبی

مارانزونی و همکاران (۲۰۱۷) دبی سرریزهای جانبی واقع بر کانال همگرا ( $Q_w$ ) را به‌عنوان تابعی از عرض کانال اصلی قبل از همگرایی  $B$ ، عرض کانال اصلی بعد از همگرایی  $b_d$ ، ارتفاع سرریز  $w$ ، طول سرریز جانبی  $L$ ، ضخامت تاج سرریز جانبی  $s$ ، شیب کف کانال  $s_0$ ، ضریب زبری کانال  $\varepsilon$ ، عمق پائین‌دست سرریز جانبی  $h_d$ ، دبی پائین‌دست سرریز جانبی  $Q_d$ ، چگالی آب  $\rho$ ، وزن

هزینه بستگی دارد. لذا در مسائل کمینه‌سازی، کرم شب‌تاب با نور زیادتر، کرم‌های شب‌تاب با نور کمتر را به خود جذب می‌کند و فرض کنید  $n$  تعداد کرم شب‌تاب،  $x_i$  موقعیت ذره  $i^{\text{th}}$  و  $f(x_i)$  تابع هزینه است. لذا میزان درخشندگی هر کرم، برابر با مقدار تابع هزینه آن خواهد بود:

$$I_i = f(x_i), \quad 1 \leq i \leq n \quad [5]$$

هر کرم شب‌تاب دارای یک مشخصه نور می‌باشد که نشان می‌دهد تا چه اندازه ای قوی است. این مشخصه یک مقدار نسبی بوده و با تغییر فاصله بین دو کرم  $i$  و  $j$  تغییر می‌کند. تابع جذب به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\beta(r) = \beta_0 e^{-r^2} \quad [6]$$

که در آن  $\beta_0$  میزان جذب به از  $r=0$  و  $\gamma$  ضریب جذب نور می‌باشد. حرکت کرم  $i$  با موقعیت  $x_i$  به سمت کرم  $j$  با موقعیت  $x_j$  (با نور بیشتر) به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$x_i(t+1) = x_i(t) + \beta_r(x_j - x_i) \quad [7]$$

به طور کلی، فلوجارت مربوط به الگوریتم کرم شب‌تاب به‌صورت زیر می‌باشد:

- ۱- تعیین و مقداردهی اولیه کرم‌های شب‌تاب (جمعیت اولیه)،
- ۲- به دست آوردن تابع هزینه برای هر فرد از جمعیت در موقعیت خود،
- ۳- تخصیص تصادفی شدت نور به هر فرد از جمعیت،
- ۴- تعیین بهترین (پرنورترین) فرد در جمعیت به واسطه محاسبه توابع هزینه کل افراد جمعیت،
- ۵- حرکت دیگر افراد جمعیت به سمت بهترین فرد و به روزرسانی شدت نور با توجه به آن،
- ۶- بررسی شرایط توقف؛ اگر شرایط توقف مهیا بود، حرکت به سمت مرحله بعد، در غیر این‌صورت، حرکت به سمت گام ۴، ۷- پایان الگوریتم.

عملکرد الگوریتم کرم شب‌تاب به‌طور کامل به تعداد جمعیت اولیه، تابع جذب و ضریب جذب وابسته است. هر چه ضریب جذب نور بیشتر باشد، سرعت جذب افراد جمعیت به سمت پرنورترین فرد، بیشتر می‌شود.

معمولاً برای شبیه‌سازی سیستم‌های فیزیکی و ریاضیاتی که اغلب حل آنها با استفاده از روش‌های دیگر مقدور نیست استفاده می‌گردد. شبیه‌سازی مونت کارلو به‌طور کلی به‌وسیله توزیع احتمالی برای حل مسائل مختلف از قبیل بهینه‌سازی و انتگرال‌گیری عددی استفاده می‌شود. علاوه بر این از روش اعتبار‌سنجی چند لایه ای برای بررسی عملکرد مدل‌های مذکور بهره گرفته می‌شود. در روش اعتبار‌سنجی چند لایه ای، نمونه اصلی است به‌طور تصادفی به  $k$  نمونه‌های فرعی به اندازه مساوی تقسیم شود. در بین نمونه‌های فرعی  $k$ ، یک نمونه فرعی به‌عنوان داده‌های اعتبار‌سنجی و باقی‌مانده آنها به‌عنوان داده‌های آزمون این مدل استفاده می‌شوند. سپس روند اعتبار‌سنجی چند لایه  $k$  بار تکرار می‌شود (برابر تعداد لایه‌ها)، هر کدام از نمونه‌های فرعی  $k$  دقیقاً یک‌بار به‌عنوان داده‌های اعتبار‌سنجی مورد استفاده قرار می‌گیرند. نتایج بدست آمده از  $k$  لایه‌ی مذکور متوسط‌گیری شده و به‌عنوان یک تخمین ارائه می‌شود. مزیت این روش، تکرار تصادفی نمونه‌های فرعی در روند آزمون و آموزش برای کلیه مشاهدات است و هر مشاهده دقیقاً یک‌بار برای اعتبار‌سنجی مورد استفاده قرار می‌گیرد. در این مطالعه مقدار  $k$  برابر با ۵ فرض شده است.

### معیارهای بررسی دقت مدل‌های عددی

در این مطالعه جهت بررسی دقت مدل‌های ماشین آموزش نیرومند از شاخص‌های آماری خطای مطلق میانگین ( $MAE$ )، خطای جذر میانگین مربعات ( $RMSE$ )، ضریب تبیین ( $R^2$ ) و درصد میانگین مطلق خطا ( $MAPE$ ) به‌صورت زیر استفاده می‌شود:

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| (R)_{(Predicted)_i} - (R)_{(Observed)_i} \right| \quad [10]$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (R_{(Predicted)_i} - R_{(Observed)_i})^2} \quad [11]$$

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( \frac{|R_{(Predicted)_i} - R_{(Observed)_i}|}{R_{(Observed)_i}} \right) \times 100 \quad [12]$$

مخصوصاً  $\nu$ ، ویسکوزیته دینامیکی  $\mu$  و تنش کشش سطحی  $\sigma$  در نظر گرفتند.

$$Q_w = f_1(B, b_d, w, L, s, S_0, \varepsilon, h_d, Q_d, \rho, \gamma, \mu, \sigma) \quad [8]$$

آنها با معرفی شش گروه بدون ضریب دبی سرریزهای جانبی واقع بر کانال‌های همگرا را به صورت زیر در نظر گرفتند:

$$Q_w = f_1(\theta, b_d/h_d, w/h_d, L/h_d, F_d) \quad [9]$$

در معادله ۹،  $\theta$  نسبت همگرایی بوده و  $F_d$  شامل عدد فرود در پائین‌دست سرریز جانبی است. بنابراین پارامترهای بدون بعد معادله ۹ به‌عنوان پارامترهای ورودی مدل‌های عددی در نظر گرفته می‌شود. در این مطالعه، شش مدل عددی مختلف برای مدل‌های ANFIS و ANFIS-FA تعریف می‌گردد که در جدول ۱ نحوه ترکیب پارامترهای مذکور نشان داده شده است. لازم به ذکر است که این ترکیب پارامترهای ورودی در سایر مطالعات نیز استفاده شده است (زارعی و همکاران ۲۰۲۰ و همکاران ۲۰۲۰).

### جدول ۱- نحوه ترکیب پارامترهای ورودی برای مدل‌های

ANFIS و ANFIS-FA.

مدل	$\theta$	$b_d/h_d$	$w/h_d$	$L/h_d$	$F_d$
Model 1					
Model 2					
Model 3					
Model 4					
Model 5					
Model 6					

### اعمال شبیه‌سازی مونت کارلو و اعتبار‌سنجی چند لایه

علاوه بر این، در این مقاله برای بررسی توانایی مدل‌های عددی از شبیه‌سازی‌های مونت کارلو استفاده می‌شود. ایده اصلی این روش بر است که با استفاده از تصمیم‌گیری تصادفی مسائلی که ممکن است در اصل قطعی باشند را حل می‌کند. روش‌های مونت-کارلو

$$R^2 = \frac{\left( n \sum_{i=1}^n R_{(Predicted)_i} R_{(Observed)_i} - \sum_{i=1}^n R_{(Predicted)_i} \sum_{i=1}^n R_{(Observed)_i} \right)^2}{\left( n \sum_{i=1}^n \left( R_{(Predicted)_i} \right)^2 - \sum_{i=1}^n \left( R_{(Predicted)_i} \right) \right) \left( n \sum_{i=1}^n \left( R_{(Observed)_i} \right)^2 - \sum_{i=1}^n \left( R_{(Observed)_i} \right) \right)} \quad [۱۳]$$

مساوی ۳۸۷/۷۸۶- بدست آمده است. نتایج شاخص‌های آماری مختلف شکل ۲ قابل مشاهده است. به عنوان مثال، ANFIS 1 مقادیر ضریب دبی را بر حسب کلیه پارامترهای ورودی  $(\theta, b_d/h_d, w/h_d, L/h_d, F_d)$  شبیه‌سازی می‌کند. برای این مدل شاخص‌های آماری  $MAE$  و  $RMSE$  به ترتیب مساوی ۰/۰۱۷ و ۰/۰۲۱ محاسبه شده است. در میان کلیه مدل‌های عددی با ترکیب شماره یک مدل شماره دارای بیشترین همبستگی با مقادیر آزمایشگاهی است. همچنین مدل‌های ANFIS 2 تا ANFIS 6 مقدار ضریب دبی را با ترکیبی از پنج پارامتر ورودی پیش‌بینی می‌کند. به عنوان مثال برای مدل ANFIS 2 تاثیر عدد فرود در پائین‌دست سرریز جانبی  $(F_d)$  حذف شده است که دقت مدل‌سازی به شکل قابل ملاحظه‌ای کاهش یافت. این مدل مقادیر ضریب دبی را بر حسب  $\theta, b_d/h_d, w/h_d, L/h_d$  پیش‌بینی می‌کند. علاوه بر این مقادیر  $MAPE$ ،  $RMSE$  و  $MAE$  برای این مدل به ترتیب مساوی ۰/۰۵۸، ۶/۴۵۹ و ۰/۰۴۰ محاسبه شده‌اند. لازم به ذکر است در میان کلیه مدل‌های ANFIS 2 مدل دارای کمترین دقت است. بنابراین پارامتر عدد فرود در پائین‌دست سرریز جانبی به عنوان موثرترین پارامتر ورودی شناسایی می‌شود. برای مدل ANFIS 3 نیز مقادیر شاخص‌های آماری  $R^2$ ،  $MAE$  و  $MAPE$  به ترتیب مساوی ۰/۹۸۴، ۰/۰۱۷ و ۳/۴۰۷ تخمین زده شده‌اند. برای مدل ANFIS 3 تاثیر پارامتر  $L/h_d$  حذف شده است. در میان مدل‌های با ۴ پارامتر ورودی، مدل ANFIS 3 دارای بالاترین دقت است. برای مدل مذکور تاثیر پارامتر بدون بعد  $w/h_d$  نادیده گرفته شده است. برای ANFIS 4 مقادیر شاخص‌های آماری ضریب تبیین و خطای مطلق میانگین به ترتیب مساوی ۰/۹۵۱ و ۰/۰۲۷ محاسبه گردیده است. برای مدل مذکور

در معادلات مذکور مقادیر  $R_{(Predicted)_i}$ ،  $R_{(Observed)_i}$  و  $(\bar{R})_{(Observed)_i}$  به ترتیب برابر مقادیر آزمایشگاهی، نتایج پیش‌بینی شده توسط مدل‌های عددی، میانگین مقادیر آزمایشگاهی و تعداد اندازه‌گیری‌های آزمایشگاهی می‌باشند.

شاخص‌های آماری معرفی شده، مقایسه همزمانی از میانگین و واریانس از مدل‌ها را ارائه نمی‌کنند. بنابراین شاخص اطلاعات آکیایی<sup>۵</sup> ( $AIC$ ) برای مقایسه ضریب دبی پیش‌بینی شده با ضریب دبی آزمایشگاهی به صورت زیر معرفی می‌شود (ابتهاج و همکاران ۲۰۱۴):

$$AIC = n \cdot \log \left[ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( C_{d(Observed)_i} - C_{d(Predicted)_i} \right)^2 \right] + 2k \quad [۱۴]$$

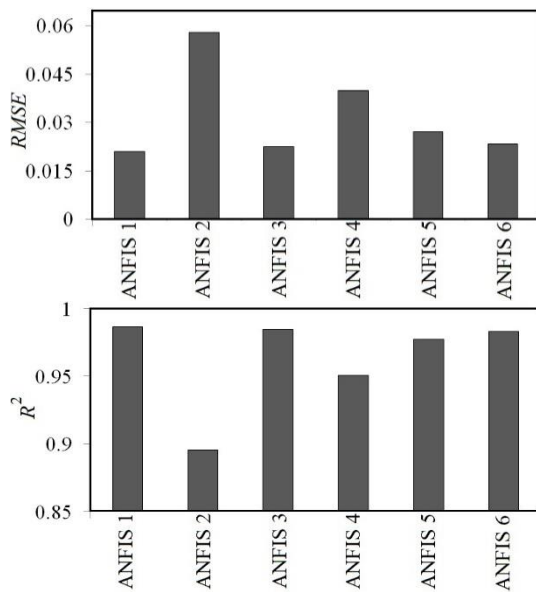
در اینجا  $k$  برابر تعداد پارامترهای تخمین زده شده مورد استفاده در مدل عددی است. پارامتر  $ACI$  به عنوان یک معیار برای انطباق مناسب یک مدل آماری در نظر گرفته می‌شود. همچنین این شاخص به عنوان ابزاری برای انتخاب مدل استفاده می‌گردد و به طور همزمان پیچیدگی و دقت مدل عددی را توصیف می‌کند.

## نتایج و بحث

### بررسی دقت مدل‌های ANFIS

در ابتدا دقت مدل‌های ANFIS مورد بررسی قرار می‌گیرد. همان‌گونه که بیان شد برای شبکه ANFIS شش مدل متمایز با ورودی مختلف تعریف شد. با استفاده از شاخص  $AIC$  تعداد خوشه‌های بهینه برای مدل ANFIS مساوی با ۴ بدست آمد. به عنوان مثال برای مدل‌های ANFIS 1، ANFIS 2 مقدار  $AIC$  به ترتیب مساوی با ۳۷۶/۲۲۱- و ۲۶۹/۶۸۱- محاسبه شده است. این در حالی است که مقدار شاخص مذکور برای مدل ANFIS 3

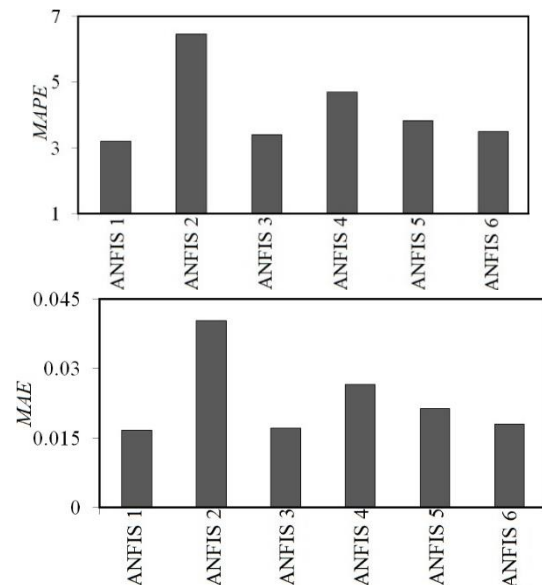
<sup>5</sup> Akaike information criterion



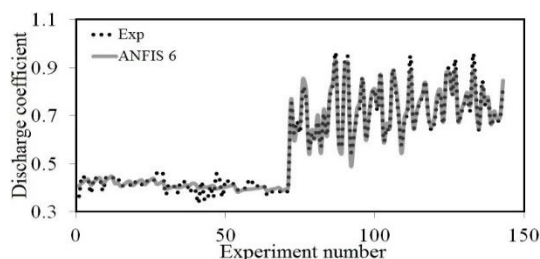
شکل ۲- مقادیر شاخص‌های آماری مختلف برای مدل‌های ANFIS

در این قسمت به بررسی توزیع خطای مدل‌های ANFIS پرداخته می‌شود. به عنوان مثال، تقریباً ۹۳ درصد نتایج شبیه‌سازی توسط مدل ANFIS 1 دارای خطایی کمتر از ۸ درصد هستند. این در حالی است که ۱۰۰ درصد مقادیر ضریب دبی پیش‌بینی شده توسط این مدل دارای خطایی کمتر از ۱۴ درصد می‌باشند. برای مدل ANFIS 2 نیز حدوداً ۸۱ درصد نتایج مقدار خطایی کمتر از ۱۲ درصد هستند. علاوه بر این تقریباً ۹۶ درصد نتایج مدل ANFIS 3 مقدار خطایی کمتر از ۱۶ درصد دارند. همچنین حدوداً ۹۷ درصد مقادیر ضریب دبی تخمین زده شده توسط مدل ANFIS 4 دارای مقدار خطایی کمتر از ۱۸ درصد هستند. بر اساس نتایج توزیع خطا، حدوداً ۹۰ درصد ضریب دبی-های شبیه‌سازی توسط مدل ANFIS 5 دارای مقدار خطایی کمتر از ۸ درصد هستند. همچنین حدوداً ۹۶ درصد مقادیر پیش‌بینی شده توسط مدل ANFIS 6 دارای مقدار خطایی کمتر از ۱۲ درصد هستند. در شکل ۳ مقایسه نتایج ضریب دبی پیش‌بینی شده توسط مدل‌های مختلف ANFIS قابل مشاهده است. بر اساس نتایج مدل‌سازی، در میان کلیه مدل‌های ANFIS مدل ANFIS 1 دارای بهترین عملکرد است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، مدل‌های ANFIS 2

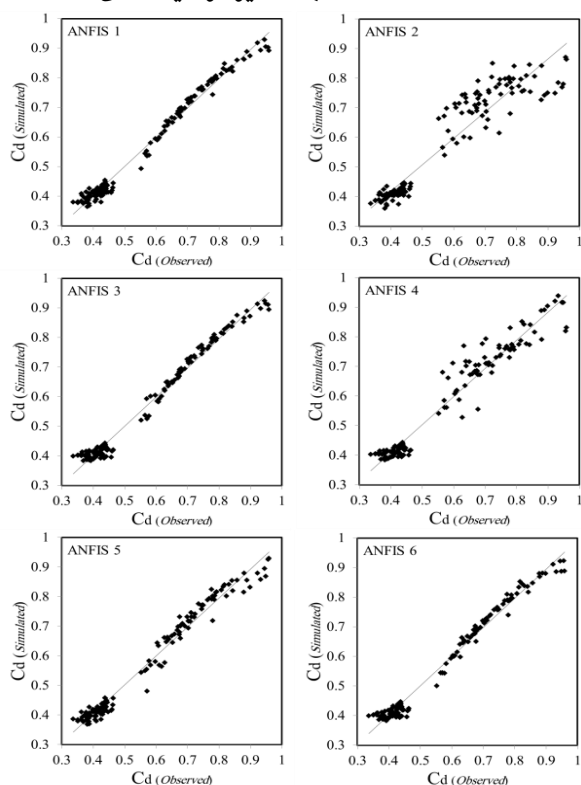
مقدار  $MAPE$  برابر  $۴/۷۰۶$  و شاخص  $RMSE$  مساوی  $۰/۰۴۰$  بدست آمده است. این مدل مقادیر ضریب دبی سرریز جانبی را بر حسب  $\theta, w/h_d, L/h_d, F_d$  شبیه‌سازی می‌کند. برای مدل مذکور پارامتر  $b_d/h_d$  حذف گردیده است. مقادیر پارامترهای  $MAE$  و  $MAPE$  برای مدل ANFIS 5 به ترتیب مساوی  $۰/۰۲۱$  و  $۳/۸۲۳$  محاسبه شده است. این در حالی است که مقدار ضریب تبیین این مدل مساوی  $۰/۹۷۷$  است. برای مدل ANFIS 6 تاثیر پارامتر بدون بعد  $\theta$  حذف شده و این مدل تابع هدف را با استفاده از پارامترهای ورودی  $w/h_d, L/h_d, F_d$  شبیه‌سازی می‌نماید. برای مدل ANFIS 6 مقادیر شاخص‌های آماری  $MAE, RMSE$  و  $R^2$  به ترتیب مساوی  $۰/۰۱۸, ۰/۹۸۳$  و  $۰/۰۲۳$  هستند. با تحلیل حساسیت مدل‌های ANFIS نشان داده شد که مدل ANFIS 1 دارای بیشترین دقت است. همچنین پارامتر بدون بعد عدد فرود در پائین‌دست سرریز جانبی ( $F_d$ ) به عنوان موثرترین پارامتر ورودی معرفی شد.







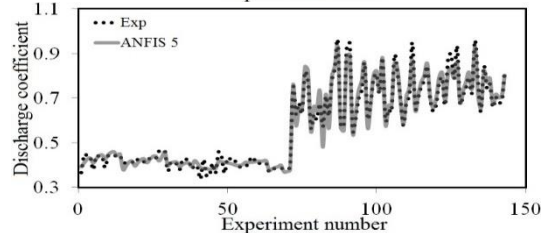
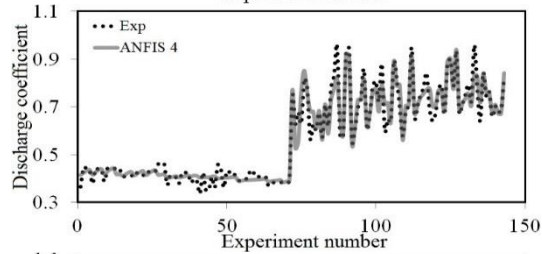
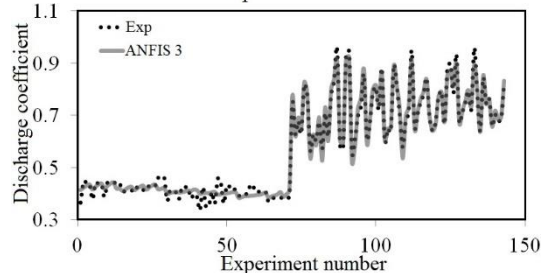
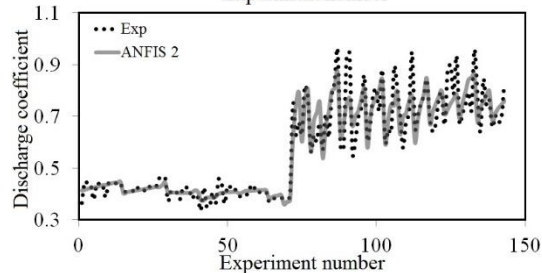
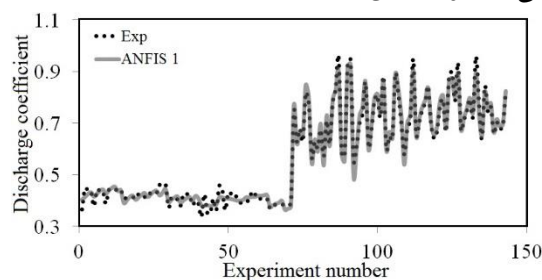
شکل ۴- مقایسه ضریب دبی محاسبه شده توسط مدل‌های مختلف ANFIS با مقادیر آزمایشگاهی.

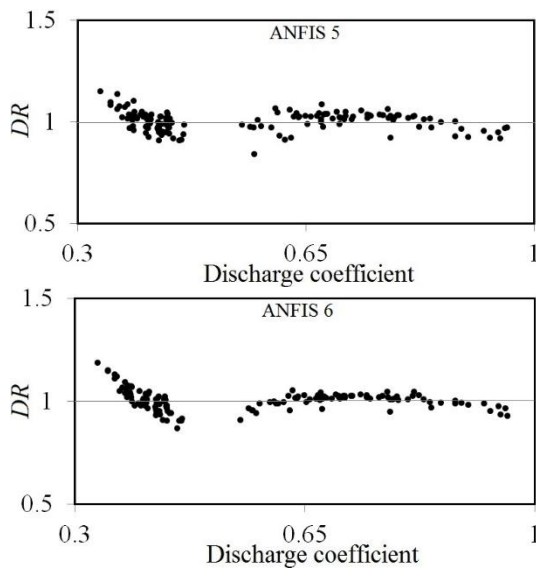


شکل ۵- نمودارهای پراکندگی برای مدل‌های ANFIS.

در ادامه به منظور بررسی بیشتر دقت مدل‌های شش‌گانه ANFIS ضریب اختلاف (Discrepancy Ratio) ( $DR$ ) مدل‌های مذکور مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. این پارامتر شامل نسبت آباشستگی شبیه‌سازی شده به آباشستگی‌های مشاهداتی است. همچنین ضریب اختلاف حداکثر، حداقل و متوسط به ترتیب با  $DR_{max}$ ،  $DR_{min}$  و  $DR_{ave}$  نیز برای مدل‌های عددی محاسبه شده است. نزدیک بودن مقادیر ضریب اختلاف به عدد یک نشان دهنده نزدیک بودن مقادیر آزمایشگاهی به مقادیر عددی است. به عنوان مثال مقادیر ضریب اختلاف حداکثر، حداقل و متوسط برای مدل ANFIS 1 به ترتیب مساوی

تا ANFIS 6 در مواجهه با مقادیر آزمایشگاهی دارای عملکردی کمتر از مقدار واقعی و بیشتر از مقدار واقعی هستند. علاوه بر این نمودارهای پراکندگی مدل‌های ANFIS در شکل ۴ نشان داده شده است. با توجه به نتایج مدل‌سازی‌ها، مدل ANFIS 1 و ANFIS 4 دارای عملکردی بیشتر از واقعی است. در حالی که سایر مدل‌های ANFIS 2، ANFIS 3، ANFIS 5 و ANFIS 6 عملکردی کمتر از مقدار واقعی از خود نشان داده است.



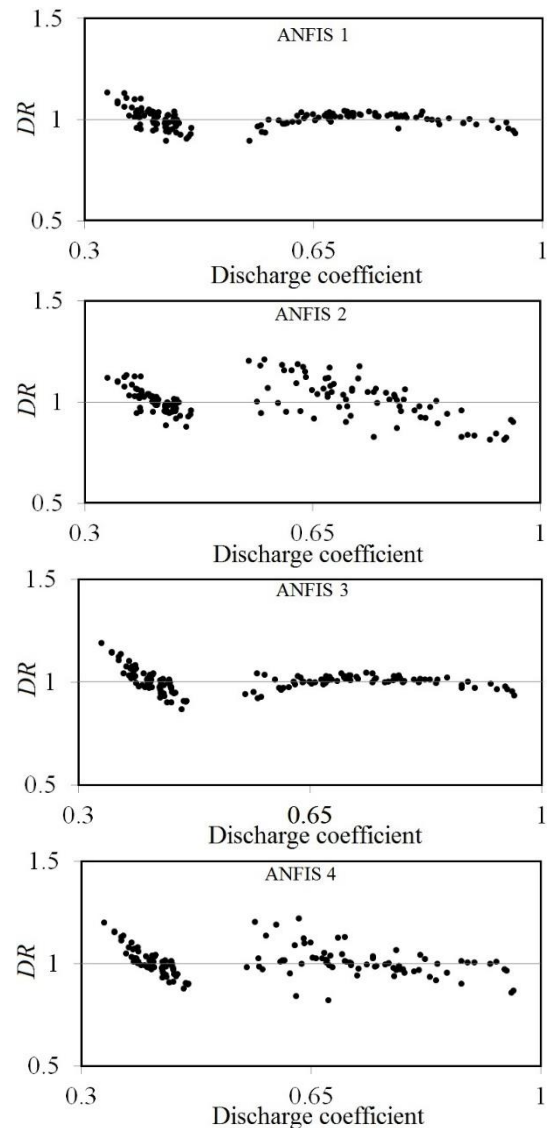


شکل ۶- نمودارهای نسبت اختلاف برای مدل‌های مختلف ANFIS

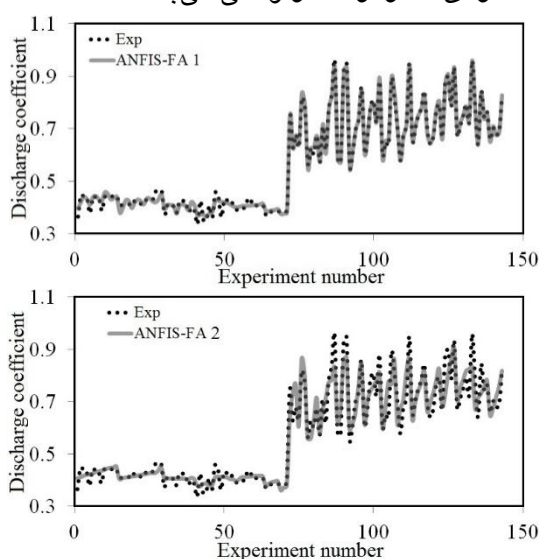
#### بررسی دقت مدل‌های ANFIS-FA

در ادامه به ارزیابی نتایج مدل‌های ترکیبی پرداخته می‌شود. در ابتدا تحلیل حساسیت مدل‌های ANFIS-FA انجام می‌شود. به عنوان مثال مقدار شاخص  $AIC$  برای مدل‌های ANFIS-FA 1 و ANFIS-FA 2 به ترتیب مساوی ۴۲۰/۳۶۲- و ۲۹۲/۳۳۳- محاسبه شده است. علاوه بر این مقدار پارامتر مذکور برای مدل ANFIS-FA 3 برابر ۴۱۸/۱۶۷- می‌باشد. همچنین مقدار شاخص اطلاعات آیکی برای مدل‌های ANFIS-FA 4، ANFIS-FA 5 و ANFIS-FA 6 به ترتیب برابر ۳۳۶/۵۷۲، ۳۷۵/۳۱۶- و ۴۱۳/۹۳۳- محاسبه گردیده است. در میان کلیه مدل‌های ترکیبی ANFIS-FA 1 دارای بیشترین همبستگی با مقادیر آزمایشگاهی است. همچنین ANFIS-FA 2 در میان مدل‌های ANFIS-FA دارای کمترین دقت است. برای این مدل مقدار ضریب تبیین مساوی ۰/۹۲۸ است. لازم به ذکر است که مقادیر  $MAE$  برای مدل‌های ANFIS-FA 3 و ANFIS-FA 4 به ترتیب مساوی با ۰/۰۱۱ و ۰/۰۲۲ محاسبه گردیده است. در مقابل مقادیر  $MAPE$   $R^2$  و  $MAE$  برای ANFIS-FA 6 به ترتیب برابر ۰/۹۹۰، ۲/۸۰۴ و ۰/۰۱۴ تخمین زده شده است. همچنین در شکل ۷

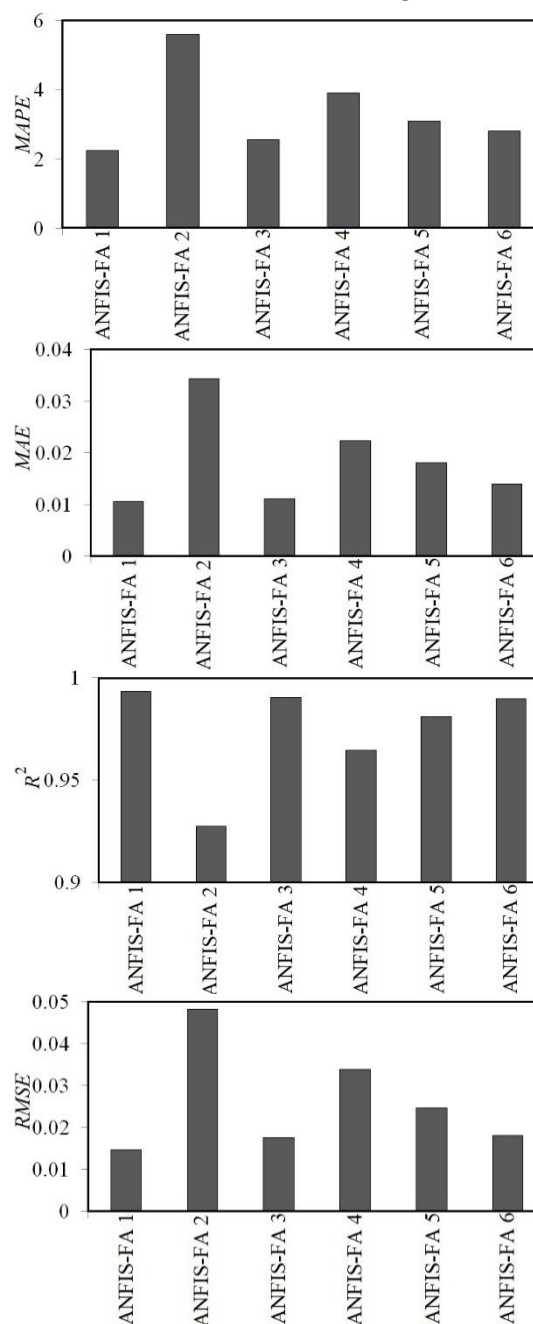
۱/۱۳۱، ۰/۸۹۲ و ۰/۰۳۲ محاسبه شده است. برای مدل‌های ANFIS 2 و ANFIS 3 مقدار  $DR_{ave}$  به ترتیب مساوی ۰/۰۶۵ و ۰/۰۳۴ بدست آمده است. علاوه بر این مقدار ضریب اختلاف حداکثر برای مدل ANFIS 4 مساوی ۱/۲۱۸ محاسبه گردیده است. همچنین مقادیر  $DR_{max}$ ،  $DR_{min}$  برای مدل ANFIS 5 به ترتیب مساوی ۱/۱۴۹ و ۰/۸۴۰ تخمین زده شده است. این در حالی است که مقدار  $DR_{ave}$  برای مدل ANFIS 6 برابر با ۰/۰۳۵ است. نتایج تغییرات ضریب اختلاف در برابر مقادیر ضریب دبی در شکل ۶ قابل مشاهده است.



بر این ۹۵ درصد نتایج ANFIS-FA 3 دارای مقدار خطایی کمتر از ۱۰ درصد هستند. علاوه بر این، مدل ANFIS-FA 4 حدوداً ۸۵ درصد نتایج را با خطایی کمتر از ۸ درصد تخمین می‌زند. این در حالی است که برای تقریباً ۷۴ درصد نتایج مدل ANFIS-FA 5 خطایی کمتر از ۴ درصد بدست آمده است. مشابه مدل‌های ANFIS، با حذف شدن پارامتر عدد فرود دقت مدل‌سازی به شکل قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌یابد. بنابراین پارامتر مذکور موثرترین پارامتر در پیش‌بینی ضریب دبی سرریزهای جانبی واقع بر مجاری همگرا است. همچنین مقایسه ضریب دبی پیش‌بینی شده توسط مدل‌های مختلف ANFIS-FA با مقادیر آزمایشگاهی در شکل ۸ نشان داده شده است. بر اساس نتایج تحلیل حساسیت، مدل ANFIS-FA 1 دارای بیشترین دقت و کمترین خطا است. بر اساس نتایج شبیه‌سازی، این مدل به عنوان مدل برتر در میان کلیه مدل‌ها شناسایی می‌شود. همچنین، در شکل ۹ نمودارهای پراکنندگی مدل‌های ANFIS-FA قابل مشاهده است. با توجه به نتایج مدل‌سازی‌ها، مدل‌های 1 ANFIS، 3 ANFIS، 5 ANFIS و 6 ANFIS عملکردی بیشتر از مقدار واقعی است اما دو مدل دیگر شامل 2 ANFIS و 4 ANFIS عملکردی کمتر از مقدار واقعی می‌باشد.

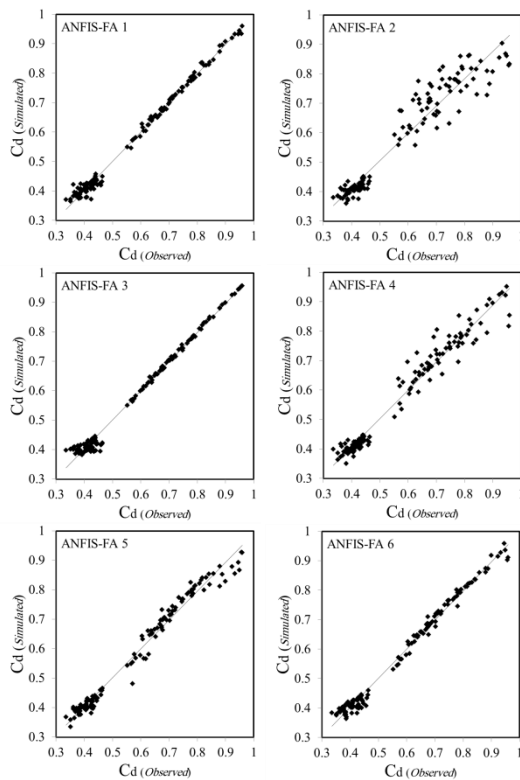


مقادیر شاخص‌های آماری مختلف برای مدل‌های ANFIS-FA نشان داده شده است.



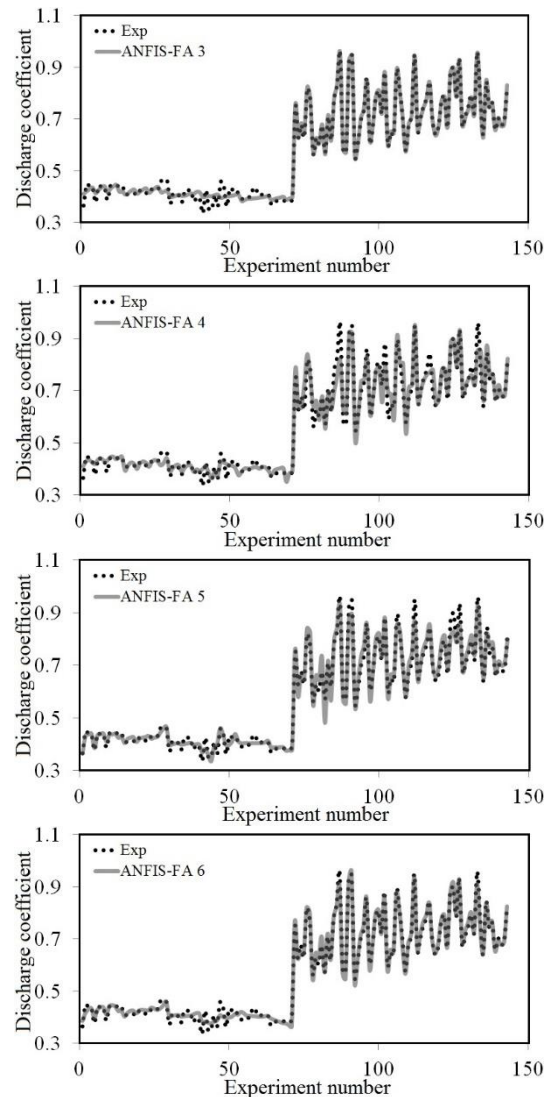
شکل ۷- مقادیر شاخص‌های آماری مختلف برای مدل‌های ANFIS-FA.

در ادامه به بررسی توزیع خطای مدل‌های ANFIS-FA پرداخته می‌شود. تقریباً ۹۸ درصد نتایج مدل ANFIS-FA 1 دارای خطایی کمتر از ۱۲ درصد هستند. همچنین کل ضریب دبی‌های پیش‌بینی شده توسط ANFIS-FA 2 دارای مقدار خطایی کمتر از ۱۸ درصد می‌باشند. علاوه



شکل ۹- نمودارهای پراکنندگی مدل‌های.

در بخش بعدی به ارزیابی ضریب اختلاف برای مدل‌های در شکل ANFIS-FA 1 تا ANFIS-FA 6 پرداخته می‌شود. در شکل ۱۰ توزیع مقدار ضریب اختلاف برای این مدل‌ها نشان داده شده است. به عنوان مثال مقدار ضریب اختلاف حداکثر، حداقل و متوسط برای ANFIS-FA 1 به ترتیب برابر با ۱/۱۶۴، ۰/۸۷۴ و ۰/۰۲۲ بدست آمده است. این در حالی است که مقدار  $DR_{max}$  برای مدل‌های ANFIS-FA 2 و ANFIS-FA 3 به ترتیب برابر با ۰/۰۵۶ و ۰/۰۲۶ تخمین زده شده‌اند. همچنین برای مدل ANFIS-FA 4 ضریب اختلاف حداقل مساوی ۰/۸۵۴ محاسبه شده است. لازم به ذکر است که ضریب اختلاف متوسط برای مدل‌های ANFIS-FA 5 و ANFIS-FA 6 نیز به ترتیب برابر با ۰/۰۳۱ و ۰/۰۲۸ تخمین زده شده است.

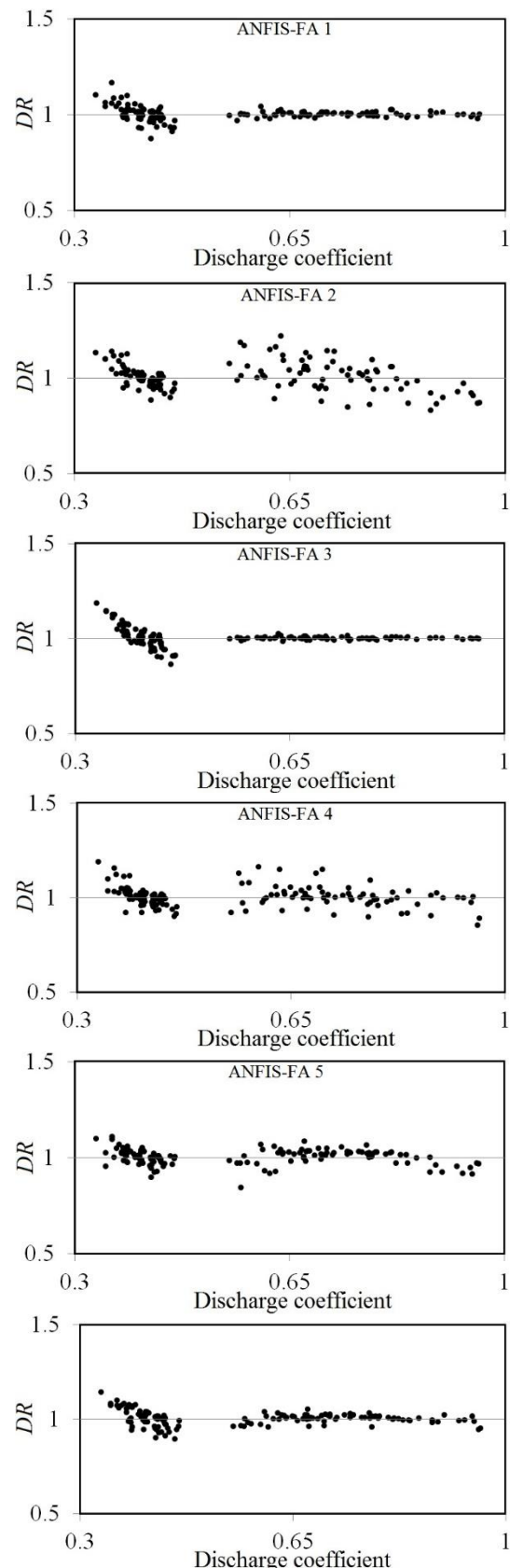


شکل ۸- مقایسه ضریب دبی محاسبه شده توسط مدل‌های مختلف ANFIS-FA با مقادیر آزمایشگاهی.

بر اساس نتایج مدل‌های عددی مختلف، مدل ANFIS-FA 1 به عنوان مدل برتر معرفی شد. این مدل مقادیر ضریب دبی سرریزهای جانبی واقع بر کانال‌های مستطیلی همگرا را با دقت قابل قبولی شبیه‌سازی می‌کند. مدل مذکور تابعی از کلیه پارامترهای ورودی است. همچنین، پارامتر عدد فرود جریان در پائین دست سرریز جانبی به عنوان موثرترین پارامتر ورودی شناسایی شد. در ادامه تحلیل عدم قطعیت مدل‌های برتر ANFIS 1 و ANFIS-FA 1 انجام می‌شود. تحلیل عدم قطعیت جهت توصیف خطای پیش‌بینی شده توسط مدل‌های مذکور مورد استفاده قرار می‌گیرد که در آن مقدار خطای پیش‌بینی شده توسط مدل عددی ( $e_j$ ). به صورت تفاضل بین مقادیر تراز آب زیرزمینی پیش‌بینی شده ( $P_j$ ) و مقادیر مشاهداتی ( $T_j$ ). محاسبه می‌گردد ( $e_j = P_j - T_j$ ). همچنین مقدار میانگین خطای پیش‌بینی شده به صورت  $\bar{e} = \sum_{j=1}^n e_j$  بدست می‌آید. علاوه بر این مقدار انحراف استاندارد مقادیر خطای پیش‌بینی شده نیز به صورت

$$S_e = \sqrt{\sum_{j=1}^n (e_j - \bar{e})^2 / n - 1}$$

تعریف می‌شود. منفی بودن مقدار  $\bar{e}$  نشان دهنده عملکرد کمتر از مقدار واقعی بودن مدل عددی است. در مقابل مثبت بودن  $\bar{e}$  به معنای عملکرد بیشتر از مقدار واقعی بودن مدل عددی مذکور است. لازم به ذکر است که، با استفاده از پارامترهای  $\bar{e}$  و  $S_e$  یک باند اطمینان در اطراف مقادیر پیش‌بینی از یک خطا توسط روش ویلسون تولید می‌شود. در ادامه با استفاده از  $\pm 1/64 S_e$  به صورت تقریبی منجر به ۹۵٪ باند اطمینان می‌گردد. نتایج عدم قطعیت مدل‌های ANFIS 1 و ANFIS-FA 1 در جدول ۲ نشان داده شده است. با توجه به نتایج عدم قطعیت، مدل‌های ANFIS 1 و ANFIS-FA 1 دارای عملکردی بیشتر از مقدار واقعی می‌باشند. همچنین حد پائین ۹۵٪ خطای پیش‌بینی شده برای مدل ANFIS 1 مساوی  $-0/003$  و حد بالای آن برابر  $0/003$  محاسبه گردیده است. علاوه بر این حد بالا و پائین ۹۵٪ خطای پیش‌بینی شده برای مدل ANFIS-FA 1 به ترتیب مساوی  $0/002$  و  $-0/002$  بدست آمده است.



شکل ۱۰- نمودارهای نسبت اختلاف برای مدل‌های مختلف ANFIS-FA.

جدول ۲- نتایج تحلیل عدم قطعیت برای مدل‌های ANFIS 1 و ANFIS-FA 1.

مدل‌ها	تعداد نمونه‌ها	متوسط خطای پیش‌بینی شده	انحراف استاندارد	$S_e$	محدوده عدم قطعیت	دامنه ۹۵٪ خطای پیش‌بینی شده
ANFIS 1	۱۴۳	۰.۸-۲/۳۸۳E	۰/۰۲۱	۰/۰۰۲	-۰/۰۰۳ تا ۰/۰۰۳	-۰/۰۰۳ تا ۰/۰۰۳
ANFIS-FA 1	۱۴۳	۰.۸-۲/۶۲۳E	۰/۰۱۵	۰/۰۰۱	-۰/۰۰۲ تا ۰/۰۰۲	-۰/۰۰۲ تا ۰/۰۰۲

### نتیجه‌گیری کلی

در این مطالعه یک مدل فرا ابتکاری برای شبیه‌سازی ضریب دبی سرریزهای جانبی مستطیلی واقع بر کانال‌های همگرا توسعه داده شد. مدل هیبریدی از ترکیب شبکه ANFIS و الگوریتم کرم شب‌تاب (ANFIS-FA) تولید شد. برای یافتن ترکیب مدل‌سازی بهینه، شش مدل مختلف ANFIS و ANFIS-FA معرفی شد. تحلیل نتایج نشان داد که مدل‌های ANFIS-FA دارای دقت بیشتری از مدل‌های ANFIS است. به عنوان مثال مقدار  $R^2$  برای مدل‌های برتر ANFIS و ANFIS-FA به ترتیب مساوی با ۰/۹۸۶ و ۰/۹۹۳ بدست آمده است. مدل ANFIS-FA 1 به

عنوان مدل برتر معرفی می‌شود. این مدل مقادیر ضریب دبی سرریزهای جانبی واقع بر کانال‌های همگرا را با دقت مناسبی تخمین زد. به عنوان مثال، تمامی نتایج این مدل هیبریدی دارای خطایی کمتر از ۱۸ درصد بودند. علاوه بر این، ضریب اختلاف حداکثر، حداقل و متوسط برای ANFIS-FA 1 به ترتیب برابر با ۱/۱۶۴، ۰/۸۷۴ و ۰/۰۲۲ بدست آمد. با توجه به نتایج تحلیل حساسیت، عدد فرود جریان در پائین دست سرریز جانبی (Fa) به عنوان موثرترین پارامتر ورودی شناسایی شد. همچنین تحلیل عدم قطعیت نشان داد که مدل برتر هیبریدی دارای عملکردی بیشتر از مقدار واقعی بود.

### منابع مورد استفاده

- Azimi H, Bonakdari H and Ebtehaj I, 2017. Sensitivity analysis of the factors affecting the discharge capacity of side weirs in trapezoidal channels using extreme learning machines. *Flow Measurement and Instrumentation* 54: 216-223.
- Azimi H, Bonakdari H, Ebtehaj I and Michelson DG, 2018. A combined adaptive neuro-fuzzy inference system–firefly algorithm model for predicting the roller length of a hydraulic jump on a rough channel bed. *Neural Computing and Applications*, 29(6): 249-258.
- Azimi H, Bonakdari H, Ebtehaj I, Shabanlou S, Talesh SHA and Jamali A, 2019a. A Pareto design of evolutionary hybrid optimization of ANFIS model in prediction abutment scour depth. *Sādhanā* 44(7): 1-14.
- Azimi H, Bonakdari H and Ebtehaj I, 2019b. Design of radial basis function-based support vector regression in predicting the discharge coefficient of a side weir in a trapezoidal channel. *Applied Water Science* 9(78): 1-12.
- Bagheri S, Kabiri-Samani AR and Heidarpour M, 2014. Discharge coefficient of rectangular sharp-crested side weirs Part II: Domínguez's method. *Flow Measurement and Instrumentation* 35: 116-121.
- Buragohain M and Mahanta C, 2008. A novel approach for ANFIS modelling based on full factorial design. *Applied Soft Computing* 8: 609-625.
- Ebtehaj I, Bonakdari H and Sharifi A, 2014. Design criteria for sediment transport in sewers based on self-cleansing concept. *Journal of Zhejiang University Science A*. 15(11): 914-924.
- Ebtehaj I, Bonakdari H, Zaji AH, Azimi H and Sharifi A, 2015. Gene expression programming to predict the discharge coefficient in rectangular side weirs. *Applied Soft Computing* 35: 618-628.

- Emiroglu ME, Gogus M, Tunc M and Islamoglu K, 2017. Effects of antivortex structures installed on trapezoidal labyrinth side weirs on discharge capacity and scouring. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering* 143(6): 04017006-04017013.
- Gharib R, Heydari M, Kardar S and Shabanlou S, 2020. Simulation of discharge coefficient of side weirs placed on convergent canals using modern self-adaptive extreme learning machine. *Applied Water Science* 10(1): 1-11.
- Khoshbin F, Bonakdari H, Ashraf Talesh SH, Ebtehaj I, Zaji AH and Azimi H, 2016. Adaptive neuro-fuzzy inference system multi-objective optimization using the genetic algorithm/singular value decomposition method for modelling the discharge coefficient in rectangular sharp-crested side weirs. *Engineering Optimization* 48(6): 933-948.
- Naderloo L, Alimardani R, Omid M, Sarmadian F, Javadikia P, Torabi MY and Alimardani F, 2012. Application of ANFIS to predict crop yield based on different energy inputs. *Measurement* 45: 1406-1413
- Maranzoni A, Pilotti M and Tomirotti M, 2017. Experimental and numerical analysis of side weir flows in a converging channel. *Journal of Hydraulic Engineering* 143(7): 7009-7017.
- Serge G, 2001. Designing fuzzy inference systems from data: Interpretability oriented review. *IEEE Transaction on Fuzzy System* 9: 426-442.
- Yang XS, 2010. Firefly algorithm. Pp.221-230. In: Yang XS, (ed.) *Engineering Optimization*, Wiley Online Library.
- Zarei S, Yosefvand F and Shabanlou S, 2020. Discharge coefficient of side weirs on converging channels using extreme learning machine modeling method. *Measurement* 152: 107322.