

تحلیل وقوع روزهای عادی و یخبندان با روش زنجیره مارکف مرتبه اول (مطالعه موردی: ایستگاه‌های همدید همدان و ملایر)

نادیا شهرکی^۱، صفر معروفی^{۲*}

تاریخ دریافت: ۹۴/۰۹/۱۷

تاریخ پذیرش: ۹۶/۰۳/۱۶

۱- دانشجوی دکتری رشته مهندسی منابع آب، گروه مهندسی علوم آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه بوعلی سینا، همدان

۲- استاد مهندسی منابع آب، گروه مهندسی علوم آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه بوعلی سینا، همدان

* مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: smarofi@yahoo.com

چکیده

در این مطالعه احتمالات پیشامدهای متوالی روزهای عادی و یخبندان برای ایستگاه‌های همدید همدان و ملایر، با استفاده از زنجیره مارکف مرتبه اول دو حالتی مورد تحلیل قرار گرفت. بدین منظور، از آمار کمینه دمای روزانه ماه‌های اکتبر تا مارس سال‌های ۲۰۰۰ تا ۲۰۱۴ استفاده شد. داده‌ها بر اساس ماتریس شمارش تغییر حالت روزهای یخبندان و عادی مرتب شده و احتمال مربوطه با توجه به روش درست‌نمایی بیشینه محاسبه گردید. احتمال ساده و تداوم روزهای یخبندان و عادی، محاسبه شد. نتایج نشان داد که ایستگاه‌های همدان و ملایر، به ترتیب تعداد ۸۶۰ و ۱۱۹۹ دو روز عادی متوالی و تعداد ۲۳۵ و ۲۴۶ روز عادی بعد وقوع یخبندان را به خود اختصاص داده‌اند. بر همین اساس، روزهای یخبندان بعد از روز عادی در این ایستگاه‌ها به ترتیب ۲۳۵ و ۲۴۶ بودند. همچنین تعداد یخبندان‌های متوالی دو روزه در ایستگاه‌های مذکور به ترتیب ۱۴۰۰ و ۱۰۳۹ روز بود. درصد احتمال وقوع دوره یخبندان متوالی ایستگاه‌های همدان و ملایر به‌طور میانگین به ترتیب ۸۱/۰۶ و ۷۶/۷۳ بوده است. درصد احتمال وقوع روزهای یخبندان در این ایستگاه‌ها به‌طور میانگین ۶۰/۱۱ و ۴۶/۹۹ بوده است. همچنین درصد احتمال تداوم پی‌درپی یخبندان ۲ تا ۵ روزه نشان داد که مقدار متوسط این احتمال در ایستگاه همدان به ترتیب، برابر با ۵۰/۹، ۴۳/۷۳، ۳۷/۶۷ و ۳۲/۷۸ و در ایستگاه ملایر به ترتیب، برابر با ۳۷/۸۲، ۳۰/۷۲، ۲۵/۲۵ و ۲۰/۹۹ بوده است. از آنجایی که دماهای پایین تأثیرات مخربی بر تولیدات کشاورزی دارند، از این نتایج جهت پیش‌بینی و جلوگیری از خسارات احتمالی می‌توان استفاده کرد.

واژه‌های کلیدی: دوره عادی، دوره یخبندان، زنجیره مارکف، ملایر، همدان

Analysis of Frost-Free and Freeze days based on First-Order Markov Chain Probability Model (Case Study: of Hamedan and Malayer Synoptic Stations) N Shahraki¹, S Marofi^{*2}

Received: December 08, 2015 Accepted: June 06, 2017

¹Ph.D. Student, Water Res. Engr., Dept. of Science and Water Engr., Faculty of Agric., Bu-Ali Sina University, Hamedan, Iran

²Prof., Water Res. Engr., Dept. of Science and Water Engr., Faculty of Agric., Bu-Ali Sina University, Hamedan, Iran

*Corresponding Author, Email: smarofi@yahoo.com

Abstract

This study tries to analyze the consecutive frost-free and freeze day's occurrence probabilities, in Hamedan and Malayer Synoptic stations using first-order two-state Markov Chain method. The analysis was performed for the minimum daily temperature data during the October to March in the period of 2000-2014. The data were arranged according to frequency matrix of the freeze and frost-free days mode change and the elements of probability matrix were calculated by the maximum likelihood method. In addition, the initial and consecutive probabilities of the frost-free and freeze periods were also calculated. Based on the results, the number of observed periods with 2 consecutive frost-free days at Hamedan and Malayer synoptic stations were 860 and 1199, respectively. In the same order the occurrences numbers of frost-free days after freezing days at the same stations were also 235 and 246, respectively. Accordingly, 235 and 246 freezing days were occurred after frost-free event and also, 1400 and 1039 periods of 2 consecutive freeze days were detected at Hamedan and Malayer stations, respectively. The average probability percentages of the consecutive freeze periods were 81.06 and 76.73 for the Hamedan and Malayer stations, respectively. The average probability percent of freeze days were 60.11 and 46.99 in the studied stations, respectively. Also, probability percentages for freezing duration of 2-5 days showed that the average probability percentages of the consecutive days were equal to 50.9, 43.73, 37.67 and 32.78 in Hamadan station and 37.82, 30.72, 25.25 and 20.99 in Malayer station, respectively. So the results can be used to predict and prevent potential damage, since the low temperatures have a detrimental effect on agricultural production.

Keywords: Hamedan, Malayer, Markov Chain, Period freeze, Period frost-free

مقدمه

مدل زنجیره مارکف در علوم مختلف کاربرد وسیعی دارد. داش (۲۰۱۲) از مدل زنجیره مارکف برای وقوع بارش روزانه در چهار ایستگاه اودیشا در هند استفاده نمود. او فراوانی وقوع بارش را با استفاده از ماتریس احتمال انتقال به دست آورده و به این نتیجه رسیده است که زنجیره مارکف مرتبه اول می‌تواند برای وقوع بارش در تمام ماه‌های سال مناسب باشد. سلواراج و سلویس (۲۰۱۰) با استفاده از مدل زنجیره مارکف مرتبه اول به توصیف و تجزیه و تحلیل مقادیر و وقوع بارش روزانه در آدوتوریاد ناحیه تنجاور از تامیل نادو هند پرداختند. نتایج مطالعه آن‌ها نشان داد که مدل زنجیره‌ی مارکف مرتبه اول برای تولید توالی بارش

از دیدگاه هواشناسی، اصطلاح یخبندان هنگامی به کار می‌رود که دمای کمینه روزانه به زیر صفر درجه سلسیوس نزول کند، در حالی که از نظر فنی رویداد تشکیل کریستال‌های یخ روی سطوحی که دمای آنها زیر صفر درجه سلسیوس قرار داشته و دمای لایه هوای بالای سطوح مزبور به نقطه شبنم رسیده باشد، یخبندان نامیده می‌شود. در علم کشاورزی، یخبندان به رویداد دمایی گفته می‌شود که سبب خسارت به بافت‌های گیاهی شود. این دمای بحرانی الزاماً با دمای صفر درجه سلسیوس هماهنگ نبوده، ممکن است در دمایی بالاتر یا پایین‌تر از آن هم روی دهد. اما بر روی دمای صفر درجه تأکید بیشتری وجود دارد (کاویانی ۱۳۸۶).

¹ - Aduthuria

جغرافیایی عوامل محلی و توپوگرافی مورد بررسی قرار دادند.

در ایران کمالی و صحرانیان (۱۳۸۴) به بررسی آماری وقوع سرما و یخبندان‌های بهار و پاییزه در استان آذربایجان شرقی پرداختند. آن‌ها تاریخ وقوع اولین سرما و یخبندان پاییزه و آخرین سرما و یخبندان بهار را برای استان آذربایجان شرقی به دست آوردند. هژبرپور و علیجانی (۱۳۸۶) الگوهای همید مولد طولانی‌ترین، زودرس‌ترین و دیررس‌ترین یخبندان‌های استان اردبیل را بر اساس آمار چهار ایستگاه این استان، برای سال‌های ۱۹۹۵ تا ۲۰۰۴ بررسی نمودند. نتایج تحقیق آن‌ها نشان داد که بیشتر یخبندان‌های استان از نوع همرفتی^۱ هستند که در دوره سرد سال از آبان تا فروردین اتفاق می‌افتند و نواحی جنوبی و مرکزی سردتر از نواحی شمالی هستند. پدرام و همکاران (۱۳۸۶) به بررسی و تحلیل آغاز و خاتمه یخبندان‌های تابشی^۲ - همرفتی^۱ و همرفتی برای ۱۲ ایستگاه همید استان‌های آذربایجان غربی و شرقی در یک دوره مشترک ۱۳ ساله پرداختند. نتایج تحقیقات آن‌ها نشان داد که به‌طور میانگین یخبندان‌های فرارفتی در منطقه از ۶ تا ۴۰ روز دیرتر از یخبندان‌های تابشی - فرارفتی در پائیز آغاز گردیده و ۱ تا ۲۵ روز زودتر در بهار خاتمه می‌یابد. علیجانی و همکاران (۱۳۸۹) به بررسی تداوم روزهای یخبندان ۵۸ ایستگاه در ایران طی سال‌های ۱۹۹۱ تا ۲۰۰۵ از ماه اکتبر تا مه پرداختند. ایشان نتایج را در قالب نقشه‌های پهنه‌بندی تداوم‌های مختلف در گستره ایران نشان دادند. نتایج تحقیقات آن - ها حاکی از آن بود که تداوم روزهای یخبندان در ایران تصادفی است و به وقوع روز یا روزهای یخبندان روزهای گذشته وابسته است. ویژگی زنجیره مارکف وقوع روزهای یخبندان ایستا از زمان است. عساکره (۱۳۸۹) احتمال توالی و تداوم یخبندان‌های زودرس و دیررس برای ماه‌های مهر و فروردین طی سال‌های ۱۳۳۹ تا ۱۳۸۳ در شهر زنجان با استفاده از روش

روزانه مناسب است. در زمینه استفاده از مدل‌سازی جهت تحلیل روزهای یخبندان متوالی مطالعات زیادی در جهان انجام گرفته است.

واتکینز (۱۹۹۱) در انگلستان مرکزی تغییرات بلند مدت در طول فصل یخبندان با تحلیل دماهای روزانه، شروع و خاتمه یخبندان‌ها را مطالعه کرد. بوئر و همکاران (۱۹۹۳) با توجه به پنج ویژگی یخبندان، یکی از مناطق گندم خیز استرالیا را به چهار ناحیه همگن تقسیم کردند و به این نتیجه رسیدند که ارتفاع، بهترین عامل پیش‌بینی کننده ویژگی‌های یخبندان است و از این نظر عرض جغرافیایی و سایر عوامل در درجه بعدی اهمیت قرار می‌گیرند. وایلن و لی‌بوتر (۱۹۹۸) با استفاده از روش - های آماری مختلف به مطالعه یخبندان قسمتهای شمالی مرکز ایالت فلوریدای آمریکا و کانادین پرایزر آمریکا پرداختند. آن‌ها با مدل رگرسیونی، تاریخ‌های وقوع یخبندان را پیش‌بینی کردند. نتایج تحقیق نشان داد که تاریخ وقوع پیش‌بینی شده یخبندان با تاریخ مشاهده آن تفاوت چندانی نداشته و ضرایب متفاوت تاریخ وقوع یخبندان‌ها در دو ایستگاه مطالعاتی، بیشتر از شرایط محیطی نظیر توپوگرافی آنها ناشی می‌شود. مولر و همکاران (۲۰۰۰) در ناحیه مرکزی آرژانتین رابطه بین چرخه‌های انسو و فراوانی یخبندان را مورد بررسی قرار دادند. نتایج تحقیقات آن‌ها نشان داد که بخشی از تغییرپذیری فراوانی یخبندان را می‌توان به‌وسیله این چرخه تشریح کرد. کونتینس (۲۰۰۰) بارش‌های رخ داده در درجه حرارت‌های یخبندان را برای ناحیه دریاچه - های پنجانگانه ایالات متحده بررسی نمود. تات و ژنگ (۲۰۰۳) ویژگی‌های یخبندان ناحیه اوتاگو در کشور نیوزیلند با استفاده از داده‌های ماهواره‌ای را مورد مطالعه قرار دادند. همچنین نقشه‌های زمان آغاز و خاتمه یخبندان را با استفاده از سیستم اطلاعات جغرافیایی برای این ناحیه تهیه کردند. مدلین و بلتراند (۲۰۰۵) در ناحیه تاکداری شمال فرانسه پراکندگی مکانی یخبندان‌های دیررس بهار و عوامل تأثیرگذار بر روی آن را مطالعه کردند. آن‌ها عوامل تأثیرگذار بر پراکندگی مکانی یخبندان را در دو مقیاس طول و عرض

¹ - Advection

² - Radiation-advection

این پدیده اقلیمی، همچون دوره‌های کوتاه یخبندان، بدون یخبندان و تداوم یخبندان مطالعات بسیار اندکی صورت گرفته است. بنابراین، در این مطالعه تداوم یخبندان در طول دوره یخبندان مطالعه شده است. هدف این تحقیق، تعیین احتمال وقوع یخبندان‌های روزانه، استخراج دوره‌های یخبندان و عادی و همچنین به‌دست آوردن تداوم‌های دو، سه، چهار و پنج روزه یخبندان با استفاده از مدل زنجیره مارکف و اطلاعات ایستگاه‌های همدید همدان و ملایر می‌باشد.

مواد و روش‌ها

ایستگاه‌های مورد مطالعه و داده‌های مورد استفاده

در بررسی حاضر، از آمار کمینه دمای روزانه ایستگاه‌های همدید همدان و ملایر استفاده شده است. مشخصات این ایستگاه‌ها در جدول ۱ آورده شده است. پهنه‌بندی اقلیمی این ایستگاه‌ها در سیستم دوما رتن گسترش یافته مشخص شده است (خلیلی ۱۹۹۷).

زنجیره‌ی مارکف مورد تجزیه و تحلیل قرار داد. نتایج نشان داد که احتمال وقوع یخبندان در هر روز فروردین ۰/۳۵ و برای مهر ماه ۰/۰۴ می‌باشد. رحیمی و همکاران (۱۳۹۰) به تحلیل آماری دوره‌های تر و خشک بارندگی هفتگی دشت ورامین با استفاده از زنجیره مارکف پرداختند. مطالعه ویژگی‌های مهم مرتبط با دوره‌های تر و خشک کوتاه مدت همچون احتمالات ساده و شرطی، فراوانی روزها، طول دوره‌های تر و خشک و نیز سیکل هفته‌های تر و خشک به‌کمک زنجیره مارکف مرتبه‌ی اول از نتایج مهم این مطالعه است. ماه‌آورپور (۱۳۹۳) احتمال وقوع بارش‌های روزانه ایران و پیش‌بینی آن با مدل زنجیره مارکف به‌دست آورد. همچنین دوره بازگشت بارش با تداوم ۱ تا ۳ روز برای تمام ماه‌ها و فصول محاسبه کرد.

در یک جمع‌بندی کلی، از منابع موجود مشخص گردید بیشتر مطالعات انجام شده به‌خصوص در داخل کشور بر روی برخی ویژگی‌های یخبندان، مانند فراوانی و شدت وقوع متمرکز بوده است و در مورد ویژگی‌های

جدول ۱- ویژگی‌های جغرافیایی و اقلیمی ایستگاه‌های مورد مطالعه.

ایستگاه	مختصات جغرافیایی		ارتفاع (m)	میانگین تعداد		انحراف معیار	اقلیم
	عرض	طول		روزهای یخبندان	روزهای یخبندان		
فرودگاه همدان	۳۴°۵۲'	۴۸°۳۲'	۱۷۴۱	۹	۴/۶۸	نیمه خشک	
ملایر	۳۴°۱۹'	۴۸°۵۱'	۱۷۲۵	۷	۳/۹	نیمه خشک	

روش تحقیق

زنجیره مارکف و کاربرد آن

زنجیره مارکف روشی ریاضی، برای مدل‌سازی فرآیندهای احتمالاتی است. یک زنجیره مارکف با دو ویژگی فضای حالت و مرتبه شناخته می‌شود. اگر سیستم برای دمای روزانه تعریف شود، فضای حالت S در یک روز معین یکی از دو وضعیت $S=\{I,F\}$ خواهد بود که در آن F، معرف روز عادی و I، معرف روز

یخبندان است. مرتبه زنجیره مارکف مشخص می‌کند که حالت فعلی یک سیستم به چند حالت قبلی آن وابستگی دارد (رحیمی و همکاران ۱۳۹۰).

در این مطالعه فرض شده است که دما در یک روز معین فقط بستگی به دما روز قبل دارد، از این رو زنجیره مارکف از مرتبه نخست به‌شرح زیر تعریف گردید (دانیل ۱۹۸۵).

$$P_r\{X_{t+1}|X_t, X_{t-1}, \dots, X_1\} = P_r\{X_{t+1}|X_t\}$$

[۱]

که در آن n_{FF} بیانگر تعداد روزهایی است که یک روز عادی به دنبال یک روز عادی، n_{FI} تعداد روزهایی که یک روز یخبندان به دنبال یک روز عادی، n_{IF} تعداد روزهایی که یک روز عادی به دنبال یک روز یخبندان و n_{II} تعداد روزهایی است که یک روز یخبندان به دنبال یک روز یخبندان اتفاق افتاده است. با تشکیل این ماتریس مقادیر P_{FF} , P_{FI} , P_{IF} , P_{II} بر اساس روش درستمایی بیشینه با استفاده از معادلات ۹ تا ۱۲ محاسبه شد (سرینیواساردی و همکاران ۲۰۰۸):

$$P_{FF} = \frac{n_{FF}}{n_{FF} + n_{FI}} \quad [۹]$$

$$P_{FI} = \frac{n_{FI}}{n_{FF} + n_{FI}} \quad [۱۰]$$

$$P_{IF} = \frac{n_{IF}}{n_{IF} + n_{II}} \quad [۱۱]$$

$$P_{II} = \frac{n_{II}}{n_{IF} + n_{II}} \quad [۱۲]$$

با مشخص شدن عناصر ماتریس، احتمالات شرطی روز عادی و یخبندان مورد انتظار به دست آمد. همچنین احتمالات ساده روز عادی و یخبندان، احتمال تداوم پی‌درپی دو، سه، چهار و پنج روزه دوره‌های یخبندان و عادی روزانه به دست آمدند. احتمالات ساده وقوع روزهای یخبندان و عادی از معادلات ۱۳ و ۱۴ به دست آمد (سرینیواساردی و همکاران ۲۰۰۸).

$$P_F = \frac{n_F}{n} \quad [۱۳]$$

$$P_I = \frac{n_I}{n} \quad [۱۴]$$

که در آن P_F یا P_I احتمال ساده وقوع روز

عادی یا یخبندان، n_F (یا n_I) تعداد دفعات عادی یا

یخبندان بودن روز مورد نظر و n تعداد سال‌های مورد بررسی است.

آزمون کای دو^۱

پس از تعیین ماتریس احتمال انتقال لازم است برازش مدل زنجیره مارکف بر سری داده‌ها را با استفاده از معادله ۱۵ بررسی نمود. برای این منظور، از آزمون کای مربع (χ^2) استفاده شد. فرضیه صفر (H_0)

معادله ۱ بیان می‌کند که حالت یک متغیر در زمان t صرفاً به حالت آن در زمان $t-1$ وابسته است نه به مسیری که سیستم از طریق آن به حالت فعلی رسیده است. بنابراین چهار حالت روز عادی بعد از یک روز عادی (P_{FF})، روز یخبندان بعد از یک روز یخبندان (P_{II}) و روز عادی بعد از یک روز یخبندان (P_{IF}) وجود دارد. احتمالات انتقال شرطی برای زمان $t+1$ خواهد بود. (مثلاً فردا با چه احتمالی یخبندان خواهد بود به شرط این که امروز یخبندان باشد و یا با چه احتمالی فردا عادی خواهد بود اگر امروز یخبندان باشد). از این‌روی معادلات ۲، ۳، ۴ و ۵ برقرار خواهند بود (دانیل ۱۹۸۵).

$$P_{FF} = P_r\{X_{t+1} = 0 | X_t = 0\} \quad [۲]$$

$$P_{FI} = P_r\{X_{t+1} = 1 | X_t = 0\} \quad [۳]$$

$$P_{IF} = P_r\{X_{t+1} = 0 | X_t = 1\} \quad [۴]$$

$$P_{II} = P_r\{X_{t+1} = 1 | X_t = 1\} \quad [۵]$$

معادلات ۲ و ۳ توزیع احتمال شرطی را برای مقدار سری زمانی در بازه $t+1$ به شرطی که در زمان t $X_t=0$ باشد را نشان می‌دهند. متقابلاً معادلات ۴ و ۵ توزیع احتمال شرطی برای مقدار آتی سری زمانی به شرطی که در زمان حال $X_t=1$ باشد را نشان می‌دهند، بنابراین، معادلات ۶ و ۷ را می‌توان نوشت (دانیل ۱۹۸۵):

$$P_{FF} + P_{FI} = 1 \quad [۶]$$

$$P_{IF} + P_{II} = 1 \quad [۷]$$

که برای به دست آوردن ماتریس احتمال انتقال ماتریس فراوانی انتقال از روی داده‌های گسسته با استفاده از معادله زیر تعیین شد (دانیل ۱۹۸۵):

$$N = \begin{bmatrix} n_{FF} & n_{FI} \\ n_{IF} & n_{II} \end{bmatrix} \quad [۸]$$

^۱ - Chi-squared test

درپی از معادلات ۱۷ و ۱۸ به دست آمد (سرینوواساردی و همکاران ۲۰۰۸).

$$F_{(2)} = P_{F_{I1}} \times P_{FF_{I2}} \quad [17]$$

$$I_{(2)} = P_{I_{I1}} \times P_{II_{I2}} \quad [18]$$

همچنین احتمال تداوم سه روز عادی پی‌درپی یا سه روز یخبندان پی‌درپی از معادلات ۱۹ و ۲۰ به دست آمد (سرینوواساردی و همکاران ۲۰۰۸).

$$F_{(3)} = P_{F_{I1}} \times P_{FF_{I2}} \times P_{FF_{I3}} \quad [19]$$

$$I_{(3)} = P_{I_{I1}} \times P_{II_{I2}} \times P_{II_{I3}} \quad [20]$$

که در آن $P_{I_{I1}}$ احتمال ساده وقوع روزهای یخبندان در روز اول و $P_{II_{I2}}$ و $P_{II_{I3}}$ احتمالات شرطی وقوع روزهای یخبندان در روزهای بعد است.

نتایج و بحث

مشخصات سری زمانی کمینه دما روزانه ایستگاه‌های سینوپتیک ملایر و همدان برای دوره آماری ۲۰۰۰ تا ۲۰۱۴ در شکل ۱ و ۲ نشان داده شده است. مطابق شکل ۱ کمترین مقادیر میانگین کمینه دما ایستگاه همدان و نیز بیشترین تعداد روزهای یخبندان این ایستگاه طی دوره مطالعاتی، در روزهای جولای ۱ تا ۹۰ و ۱۲۶ تا ۱۸۲ رخ داده است. روزهایی که میانگین کمینه دما کمتری دریافت داشته‌اند، تعداد روزهای یخبندان بیشتری را نیز تجربه کرده‌اند. همچنین مطابق شکل ۲ کمترین مقادیر میانگین کمینه دما ایستگاه سینوپتیک ملایر و نیز بیشترین تعداد روزهای یخبندان این ایستگاه طی دوره مطالعاتی، در روزهای جولای ۱ تا ۸۵ و ۱۳۴ تا ۱۸۲ رخ داده است. چنانکه اشاره شد، از آزمون‌های معتبر جهت ارزیابی ماتریس تغییر حالت مارکوفی استفاده شد. بر اساس آزمون کای‌دو مشخص گردید که در هر سطح دلخواه شواهد کافی برای پذیرش فرض صفر (استقلال داده‌ها و عدم پیروی از زنجیره مارکوف دو حالتی) وجود ندارد. از این‌رو، فراوانی حالات انتقال از زنجیره مارکوف

این آزمون بر این ایده استوار است که سری داده‌های کمینه دمای روزانه، مستقل هستند. به عبارت دیگر بدین معنی که داده‌ها از زنجیره مارکوف مرتبه مورد نظر که در اینجا ۲ حالتی است، پیروی نمی‌کنند (هوآگلین و همکاران ۲۰۱۱).

$$\chi_0^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{(n_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}} \quad [15]$$

که در آن n_{ij} و e_{ij} به ترتیب فراوانی‌های انتقال مشاهده شده و مورد انتظار در گذر از حالت i به j است. χ^2 محاسبه شده از معادله ۱۵ با χ^2 جدول مربوطه (زارعی ۱۳۸۳) مقایسه شد. اگر χ^2 جدول مربوطه بزرگتر باشد فرضیه صفر رد می‌شود.

فراوانی‌های انتقال مقادیر مورد انتظار مطابق معادله ۱۶ حاصل شد (بوکس و همکاران ۲۰۰۵).

$$e_{ij} = \frac{N_{i+} N_{+j}}{N} \quad [16]$$

که در آن، N_{i+} مجموع هر یک از سطرهاى ماتریس فراوانی و N_{+j} مجموع هر یک از ستون‌های ماتریس فراوانی است.

آزمون روان^۱

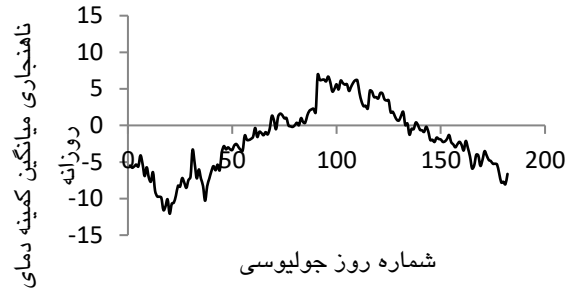
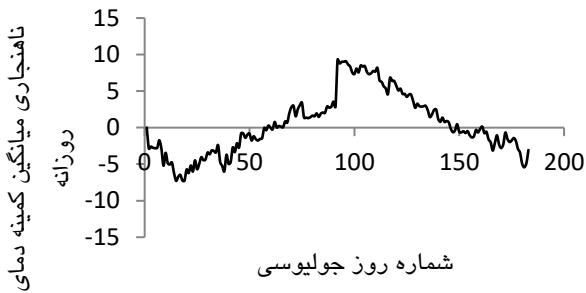
ایستا بودن زنجیره مارکوف به این مفهوم است که دما در طی دوره مورد بررسی، روند قابل ملاحظه‌ای ندارد. یعنی احتمال وقوع یخبندان در سرتاسر دوره مورد بررسی به یک میزان است.

در تحقیق حاضر، بررسی ایستا بودن زنجیره، با استفاده از آزمون گردش توسط نرم‌افزار Minitab انجام شد و مشخص شد داده‌های یخبندان روزانه همگن و تصادفی هستند. از طرفی با تعیین ماتریس احتمال انتقال زنجیره مارکوف می‌توان تحلیل‌های مختلفی انجام داده که مهم‌ترین آن‌ها احتمال تداوم پی‌درپی روزهای عادی یا یخبندان است. برای این منظور احتمال تداوم دو روز عادی پی‌درپی یا دو روز یخبندان پی-

¹ - Run test

دو حالتی پیروی می‌کند. همچنین نتایج آزمون گردش توسط نرم‌افزار Minitab ایستایی بودن زنجیره را نشان

می‌دهد.

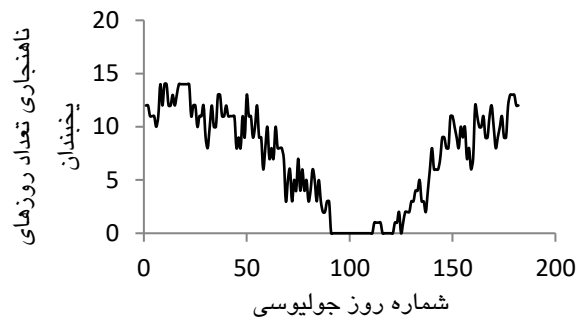
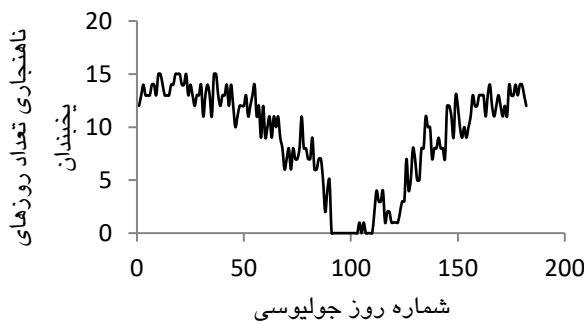


شکل ۱- میانگین حداقل دما در ایستگاه سینوپتیک همدان

شکل ۲- میانگین حداقل دما در ایستگاه سینوپتیک ملایر

طی دوره آماری ۲۰۱۴-۲۰۰۰.

طی دوره آماری ۲۰۱۴-۲۰۰۰.

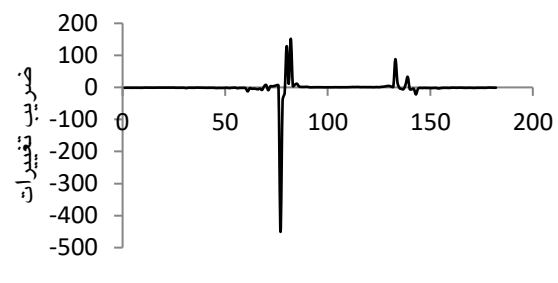
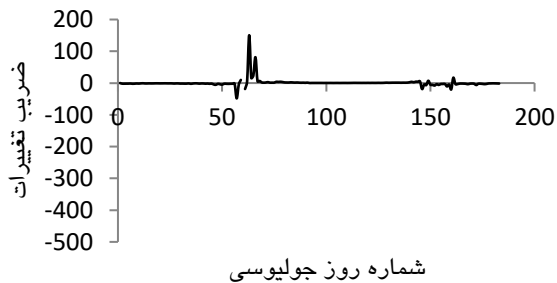


شکل ۴- تعداد روزهای یخبندان در ایستگاه سینوپتیک

شکل ۳- تعداد روزهای یخبندان در ایستگاه سینوپتیک همدان

طی دوره آماری ۲۰۱۴-۲۰۰۰.

طی دوره آماری ۲۰۱۴-۲۰۰۰.



شماره روز جولایوسی

شکل ۶- ضریب تغییرات در ایستگاه سینوپتیک ملایر

شکل ۵- ضریب تغییرات در ایستگاه سینوپتیک همدان

طی دوره آماری ۲۰۱۴-۲۰۰۰.

طی دوره آماری ۲۰۱۴-۲۰۰۰.

جدول ۲- مقادیر مشاهده شده و مورد انتظار ماتریس فراوانی دو حالت ایستگاه همدان.

وضعیت	I	F	مجموع
-------	---	---	-------

F	۲۳۵ (۳۹۶)	۸۶۰ (۶۹۹)	۱۰۹۵ (۱۰۹۵)
I	۱۴۰۰ (۱۲۳۹)	۲۳۵ (۳۹۶)	۱۶۳۵ (۱۶۳۵)
مجموع	۱۶۳۵ (۱۶۳۵)	۱۰۹۵ (۱۰۹۵)	۲۷۳۰

توجه: عداد داخل پرانتز مربوط به مقادیر مورد انتظار هستند.

جدول ۳- مقادیر مشاهده شده و مورد انتظار ماتریس فراوانی دو حالت ایستگاه همدید ملایر.

وضعیت	I	F	مجموع
F	۲۴۶ (۴۴۱/۰۷)	۱۱۹۹ (۱۰۰۳/۹۳)	۱۴۴۵ (۱۴۴۵)
I	۱۰۳۹ (۸۴۳/۹۳)	۲۴۶ (۴۴۱/۰۷)	۱۲۸۵ (۱۲۸۵)
مجموع	۱۲۸۵ (۱۲۸۵)	۱۴۴۵ (۱۴۴۵)	۲۷۳۰

توجه: عداد داخل پرانتز مربوط به مقادیر مورد انتظار هستند.

جدول ۴- درصد احتمالات ساده و شرطی وقوع روزهای یخبندان و عادی ایستگاه همدید همدان.

شماره روز جولوسی	ساده		شرطی			
	P _F	P _I	P _{FF}	P _{FI}	P _{IF}	P _{II}
۱	۸۰	۲۰	۶۶/۶۷	۳۳/۳۳	۸/۳۳	۹۱/۶۷
۲	۸۶/۶۷	۱۳/۳۳	۳۳/۳۳	۶۶/۶۷	۸/۳۳	۹۱/۶۷
۳	۹۳/۳۳	۶/۶۷	۵۰	۵۰	۰	۱۰۰
۴	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۵	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۶	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۷	۲۶/۶۷	۷۳/۳۳	۷۶/۹۲	۲۳/۰۸	۵۰	۵۰
۸	۳۳/۳۳	۶۶/۶۷	۸۲/۸۲	۱۸/۱۸	۲۵	۷۵
۹	۰	۱۰۰	۱۰۰	۰	۵۰	۵۰
۱۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۱۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۱۲	۹۳/۳۳	۶/۶۷	۰	۱۰۰	۷/۱۴	۹۲/۸۶
۱۳	۸۶/۶۷	۱۳/۳۳	۱۰۰	۰	۷/۱۴	۹۲/۸۶
۱۴	۸۰	۲۰	۱۰۰	۰	۷/۶۹	۹۲/۳۱

در ردیف اول این ماتریس‌ها به ترتیب ۸۶۰ و ۱۱۹۹ روز داده‌های عادی متوالی ۲ روزه در ایستگاه‌های همدان و ملایر به خود اختصاص داده است. در واقع طی ۲۷۳۰ روز آمار موجود ۸۶۰ و ۱۱۹۹ روز را داده‌های عادی متوالی ۲ روزه و اعداد ۲۳۵ و ۲۴۶ در ردیف اول را داده‌های عادی بعد وقوع یخبندان به خود اختصاص

وضعیت یخبندان روزانه ایستگاه‌های همدان و ملایر با فرض دو حالت بودن در ماتریس‌های فراوانی به ترتیب در روابط ۲۱ و ۲۲ مرتب شده است.

$$N = \begin{bmatrix} 860 & 235 \\ 235 & 1400 \end{bmatrix} \quad [21]$$

$$N = \begin{bmatrix} 1199 & 246 \\ 246 & 1039 \end{bmatrix} \quad [22]$$

نشان می‌دهد. اعداد بالایی مقادیر مشاهده شده و اعداد داخل پرانتز مقادیر مورد انتظار تحت فرض صفر است. بر اساس مقایسه مقادیر بحرانی χ^2 و مقادیر مشاهده شده آن، معلوم شد که در هر سطح دلخواه شواهد کافی برای پذیرش فرض صفر (اسقلال داده‌ها و عدم پیروی از زنجیره مارکف دو حالت) وجود ندارد. این بدان معنی است که فراوانی حالات از زنجیره مارکف دو حالتی پیروی می‌کند.

داده‌اند. ردیف دوم ماتریس، تبدیل وضعیت از روز یخبندان به عادی و یخبندان می‌باشد که بر همین اساس، روزهای یخبندان بعد از وقوع روز عادی در ایستگاه-های همدید همدان و ملایر به ترتیب ۲۳۵ و ۲۴۶ بود. همچنین تعداد یخبندان‌های متوالی دو روزه در ایستگاه‌های مذکور به ترتیب ۱۴۰۰ و ۱۰۳۹ روز بوده است. چنان که اشاره شد، آزمون χ^2 از آزمون‌های معتبر جهت ارزیابی ماتریس تغییر حالت مارکفی است. جداول ۲ و ۳، جداول متقاطع جهت انجام آزمون را

جدول ۵- درصد احتمالات ساده و شرطی وقوع روزهای یخبندان و عادی ایستگاه همدید ملایر.

شرطی				ساده		شماره روز جولایوسی
P _{FF}	P _{FI}	P _{IF}	P _{II}	P _F	P _I	
۶۶/۶۷	۳۳/۳۳	۸/۳۳	۹۱/۶۷	۸۰	۲۰	۱
۶۶/۶۷	۳۳/۳۳	۸/۳۳	۹۱/۶۷	۸۰	۲۰	۲
۳۳/۳۳	۶۶/۶۷	۲۵	۷۵	۷۳/۳۳	۲۶/۶۷	۳
.
.
.
۸۴/۶۲	۱۵/۳۸	۵۰	۵۰	۲۰	۸۰	۸۹
۹۱/۶۷	۸/۳۳	۳۳/۳۳	۶۶/۶۷	۲۰	۸۰	۹۰
۱۰۰	.	۵۰	۵۰	.	۱۰۰	۹۱
.
.
.
۱۰۰	.	.	۱۰۰	۸۶/۶۷	۱۳/۳۳	۱۸۰
۵۰	۵۰	۱۵/۳۸	۸۴/۶۲	۸۰	۲۰	۱۸۱
۱۰۰	.	.	۱۰۰	۸۰	۲۰	۱۸۲

وقوع روزهای یخبندان در ایستگاه‌های همدید همدان و ملایر به ترتیب از صفر تا ۱۰۰ و صفر تا ۹۳/۳۳ با متوسط ۶۰/۱۱ و ۴۶/۹۹ در تغییر است. درصد احتمال تداوم پی‌درپی یخبندان ۲ تا ۵ روزه جدول‌های ۶ و ۷ نشان داد که مقدار متوسط این تداوم در ایستگاه همدان به ترتیب با میزان ۵۰/۹، ۴۳/۷۳، ۳۷/۶۷ و ۳۲/۷۸ در ایستگاه ملایر به ترتیب با میزان ۳۷/۸۲، ۳۰/۷۲، ۲۵/۲۵ و ۲۰/۹۹ رخ داده است. همچنین درصد احتمال تداوم پی‌درپی روز یخبندان ۲ تا ۵ روزه از روز اول تا روز

مطالعه‌ی ویژگی‌های مهم مرتبط با دوره‌های یخبندان و عادی کوتاه مدت همچون درصد احتمالات ساده و شرطی و درصد احتمال تداوم پی‌درپی روزهای یخبندان و عادی دو تا پنج روزه به کمک زنجیره مارکف مرتبه‌ی اول از نتایج مهم این تحقیق می‌باشد که در جداول ۴ تا ۷ آورده شده است. نتایج نشان داد که درصد احتمال دوره یخبندان متوالی ایستگاه‌های همدید همدان و ملایر از صفر تا ۱۰۰ به ترتیب با میانگین ۸۱/۰۶ و ۷۶/۷۳ نوسان داشته است. درصد احتمال

احتمال شرطی وقوع روز یخبندان، مشروط بر اینکه روز قبل نیز یخبندان باشد رابطه مستقیمی با دما روزانه ندارد.

روز ۵۶ تا روز ۵۷ و روز ۱۵۸ تا ۱۸۲ در ایستگاه همدید همدان و روز اول تا روز ۴۱ و روز ۱۷۸ تا روز ۱۸۲ در ایستگاه همدید ملایر بیشتر از بقیه ایام سال می باشد. نکته حائز اهمیت این است که مشخص شد

جدول ۶- درصد احتمال تداوم پی در پی روزهای یخبندان و عادی ایستگاه همدید همدان.

روزهای عادی				روزهای یخبندان				شماره روز جولوسی
F2	F3	F4	F5	I2	I3	I4	I5	
۶/۶۷	۲/۳۳	۲/۳۳	۱/۶۷	۷۳/۳۳	۷۳/۳۳	۶۸/۱	۶۲/۸۵	۱
۶/۶۷	۶/۶۷	۲/۳۳	۱/۶۷	۸۶/۶۷	۸۰/۴۸	۷۴/۲۸	۶۸/۵۷	۲
۶/۶۷	۲/۳۳	۱/۶۷	.	۸۷/۶۷	۸۰	۷۳/۸۵	۶۸/۱۶	۳
.
.
.
۶۰	۶۰	۶۰	۶۰	۲۰	۱۰	۵	۲/۵	۸۹
۶۶/۶۷	۶۶/۶۷	۶۶/۶۷	۶۶/۶۷	۱۶/۶۷	۸/۳۳	۴/۱۷	۲/۰۸	۹۰
۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰	۹۱
.
.
.
.	.	.	.	۸۰	۷۴/۲۸	۶۸/۹۸	۶۳/۶۷	۱۷۸
.	.	.	.	۸۶/۶۷	۸۰/۴۸	۷۴/۲۸	.	۱۷۹
۶/۶۷	۶/۶۷	.	-	۸۶/۶۷	۸۰	.	-	۱۸۰
۱۳/۳۳	.	-	-	۸۰	.	-	-	۱۸۱
.	-	-	-	.	-	-	-	۱۸۲

I₂: تداوم دو روز یخبندان، I₃: تداوم سه روز یخبندان، I₄: تداوم چهار روز یخبندان، I₅: تداوم پنج روز یخبندان

F₂: تداوم دو روز عادی، F₃: تداوم سه روز عادی، F₄: تداوم چهار روز عادی، F₅: تداوم پنج روز عادی

جدول ۷- درصد احتمال تداوم پی در پی روزهای یخبندان و عادی ایستگاه همدید ملایر.

شماره روز جولوسی	روزهای یخبندان				روزهای عادی			
	I2	I3	I4	I5	F2	F3	F4	F5
۱	۷۳/۳۳	۵۵	۴۵	۴۰/۹۱	۱۳/۳۳	۴/۴۴	۲/۲۲	۱/۶۷
۲	۶۰	۴۹/۱	۴۴/۶۳	۳۲/۴۵	۶/۶۷	۳/۳۳	۲/۵	۱/۲۵
۳	۶۰	۵۴/۵۵	۳۹/۶۷	۳۵/۷	۱۳/۳۳	۱۰	۵	۳
.
.
.
۸۹	۱۳/۳۳	۷/۶۷	۳/۳۳	۱/۶۷	۷۳/۳۳	۷۳/۳۳	۷۳/۳۳	۷۳/۳۳
۹۰	۱۰	۵	۲/۵	۱/۲۵	۸۰	۸۰	۸۰	۸۰
۹۱	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰
.
.
.
۱۷۸	۸۰	۸۰	۶۷/۶۹	۶۷/۶۹	۶/۶۷	۶/۶۷	۳/۳۳	۳/۳۳
۱۷۹	۸۶/۶۷	۷۳/۳۳	۷۳/۳۳	.	۳/۳۳	۶/۶۷	۶/۶۷	.
۱۸۰	۷۳/۳۳	۷۳/۳۳	.	-	۶/۶۷	۶/۶۷	.	-
۱۸۱	۸۰	.	-	-	۲۰	.	-	-
۱۸۲	.	-	-	-	.	-	-	-

I2: تداوم دو روز یخبندان، I3: تداوم سه روز یخبندان، I4: تداوم چهار روز یخبندان، I5: تداوم پنج روز یخبندان

F2: تداوم دو روز عادی، F3: تداوم سه روز عادی، F4: تداوم چهار روز عادی، F5: تداوم پنج روز عادی

نتیجه‌گیری کلی

نتایج نشان داد که:

- فراوانی حالات داده‌های دمایی روزانه ایستگاه مورد مطالعه در هر سطح اطمینانی از زنجیره مارکف مرتبه اول پیروی می‌کنند.

- رابطه معنی‌داری بین فراوانی‌های شرطی یخبندان‌های متوالی در روزهای مختلف و میزان دما آن روزها وجود ندارد.

- با افزایش تداوم یخبندان، احتمال وقوع آن کمتر می‌شود.

- ویژگی زنجیره مارکف وقوع روزهای یخبندان ایستا از زمان است.

- درصد احتمال دوره یخبندان متوالی ایستگاه‌های همدید همدان و ملایر به‌طور میانگین به‌ترتیب ۸۱/۰۶ و ۷۶/۷۳ بوده است.

- درصد احتمال وقوع روزهای یخبندان در این

ایستگاه‌ها به‌طور میانگین ۶۰/۱۱ و ۴۶/۹۹ بوده است.

- در طی ۲۷۳۰ روز آمار موجود ایستگاه‌های

همدید همدان و ملایر، به‌ترتیب ۸۶۰ و ۱۱۹۹ روز را

داده‌های عادی متوالی ۲ روزه و ۲۳۵ و ۲۴۶ روز را

داده‌های عادی بعد وقوع یخبندان به‌خود اختصاص

داده‌اند. بر همین اساس، تعداد روزهای یخبندان بعد از

وقوع عادی در ایستگاه‌های همدید همدان و ملایر به-

ترتیب ۲۳۵ و ۲۴۶ بودند. همچنین تعداد یخبندان‌های

متوالی دو روزه در ایستگاه‌های مذکور در طول کل

دوره آماری به‌ترتیب ۱۴۰۰ و ۱۰۳۹ روز بوده است.

نتایج مطالعه علیجانی و همکاران (۱۳۸۹) در

زمینه بررسی تداوم روزهای یخبندان در ایران، با

استفاده از مدل زنجیره مارکوف نشان داد که تداوم

روزهای یخبندان در ایران تصادفی است و به وقوع

روز یا روزهای یخبندان روزهای گذشته وابسته است

برای مهر ماه ۰/۰۴ می باشد، در حالی که متوسط احتمال وقوع روزهای یخبندان در ایستگاه‌های همدید همدان و ملایر به ترتیب احتمال ۰/۶ و ۰/۴۷ است. تغییرات دمای جو به دلیل عبور سیستم‌های هوا اغلب بسیار ناگهانی است و گیاهان نمی‌توانند خود را با این نوسانات شدید سازگار کنند و آسیب می‌بینند. به دلیل این که دماهای پایین تأثیرات مخربی بر تولیدات کشاورزی دارند، بنابراین از این نتایج جهت پیش‌بینی و جلوگیری از خسارات احتمالی می‌توان استفاده کرد.

و ویژگی زنجیره مارکف وقوع روزهای یخبندان ایستا از زمان است. مقایسه نتایج مطالعه علیجانی و همکاران (۱۳۸۹) با نتایج حاصل از این مطالعه و یکسان بون نتایج نشان داد که مدل زنجیره مارکف مرتبه اول برای تولید توالی یخبندان روزانه مناسب است. همچنین نتایج مطالعه عساکره (۱۳۸۹) در مورد احتمال توالی و تداوم یخبندان‌های زودرس و دیررس برای ماه‌های مهر و فروردین طی سال‌های ۱۳۳۹ تا ۱۳۸۳ در شهر زنجان با استفاده از روش زنجیره مارکف، نشان داد که احتمال وقوع یخبندان در هر روز فروردین ۰/۳۵ و

منابع مورد استفاده

- Alijani B, Mahmoudi P, Rigi Chahi AB and Khosravi P, 2011. Investigation of the persistence of frost days in Iran using Markov chain model. *Physical geography research quarterly* 42(73): 1-19.
- Analysis of frost-free period length changes and number of freeze days in West and East Azarbaijan provinces. *Journal of Isfahan University* 24(3): 75-88.
- Asakereh H, 201. The probability persistence and consecutive of early and late frosts in Zanjan. *Journal of Geography and Environmental Planning* 1:1-16.
- Boer R, Campbell LC and Fletcher DJ, 1993. Characteristics of Frost in a Major Wheat- growing Region of Australia. *Australian Journal of Agricultural Research* 44(8): 1731-1743.
- Box GEP, Hunter SJ and Hunter WG, 2005. *Statistics for Experimenters*. John Wiley & Sons. Inc., U.S.A. 633 P.
- Continas JV, 2000. A climatology of freezing rain in Great Lake region of North America. *Monthly Weather Review* 128: 3574- 3588.
- Daniel S, 1985. *Statistical Methods in the Atmospheric Sciences*. Dep of Soil, Crop and Atmospheric Sciences, ITHACA, Cornell Univ, New Yourk 453 P.
- Dash PR, 2012. A markov chain modelling of daily precipitation occurrences of Odisha. *International Journal of Advanced Computer and Mathematical Sciences* 3(4): 482-486.
- Hoaglin DC, Mosteller F and Tukey JW, 2011. *Exploring Data Table, Trends, and Shapes*, John Wiley & Sons. Inc., U.S.A.
- Hojhebrpou Gh and Alijani B, 2008. Synoptic analysis of frost in Ardebil province. *Geography and development journal* 10: 89-106.
- Kamali GhA and Sahraeian F, 2005. Analysis statistical of cold and frost occurrence in spring and autumn at East Azarbaijan Province. *Journal of Agricultural Knowledge* 15: 197-209.
- Kaviani MR, 2007. *Microclimatology*. Samt Publishing, Tehran, Iran.
- Khalili A, 1997. *Integrated Water Plan of Iran*. Meteorological Studies, Ministry of power. Iran.
- Madelin M and Beltrando G, 2005. Spatial interpolation- based mapping of the spring frost hazard in the Champagne Vineyards. *Meteorological Applications* 12: 51-56.
- Mahavarpour Z, 2015. Probability occurrence of daily precipitation in Iran and its prediction using Markov chain model. *Geographical research quarterly journal* 4: 229-240.
- Muller GV, Nunez MN and Seluchi ME, 2000. Relationship between ENSO cycles and frost events within the Pampa Humeda Region. *International Journal of Climatology* 20(13): 1619-1637.
- Rahimi J, Ghahreman N and Rahimi A, 2011. Markov Chain Model Probability of Dry, Wet Weeks and Statistical Analysis of Weekly Rainfall for Agricultural Planning at Varamin plain. Pp. 1-10. First National Conference on Agrometeorology and Agricultural Water Management. 22-23 November, Tehran, Iran.

- Selvaraj S and Selvis T, 2010. Stochastic modelling of daily rainfall at Aduthurai. *International Journal of Advanced Computer and Mathematical Sciences* 1(1):52-57.
- Srinivasareddy GV, Bhaskar RS, Purohit R C and Chittora A K, 2008. Markov chain model probability of dry, wet weeks and statistical analysis of weekly rainfall for agricultural planning at Bangalore. *Karnataka Journal Agric* 21 (1): 12-16.
- Tait A and Zheng X, 2003. Mapping frost occurrence using satellite data. *Journal of Applied Meteorology* 42(2): 193- 203.
- Watkins SC, 1991. The Annual period of freezing temperatures in Central England 1850-1989. *International Journal of Climatology* 11 (8): 889-896.
- Waylon PR and Lebouillier DW, 1998. The statistical properties of freeze date variables and length of the growing season. *Journal of Climate* 2:1314- 1328.
- Zarei m, 2004. *Engineers Statistics*. Danesh Parvar Publishing, Tehran, Iran.