

بکارگیری روش‌های پرش قورباغه و لکس در مدل سازی دو بعدی شکست سد به روش تفاضل محدود

صریح

رسول قبادیان*

تاریخ دریافت: ۹۴/۱۱/۲۴

تاریخ پذیرش: ۹۸/۰۳/۲۸

۱- دانشیار گروه مهندسی آب، دانشگاه رازی، کرمانشاه

*مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: rsglobalian@gmail.com

چکیده

برای حل معادلات آبهای کم عمق در جریان ناشی از شکست سد در مجاری روباز، روش تفاضل محدود صریح با استفاده توأم از روش‌های پرش قورباغه و لکس به کار گرفته شد. معادلات حاکم بر روی یک مش زیگزاگی منفصل شدند. صحت سنجی مدل با مقایسه نتایج آن با جواب حل تحلیلی شکست تک بعدی ناگهانی سد بر روی بستر بدون اصطکاک و همچنین مقایسه نتایج ناشی از شکست دوبعدی ستون استوانه‌ای آب با نتایج برخی محققان انجام شد. در ادامه نتایج مدل برای شکست جزیی متقارن با داده‌های آزمایشگاهی موجود مقایسه شد. در تمام موارد مدل حاضر با دقت مناسب جریان ناشی از شکست سد را شبیه‌سازی کرد.

واژه‌های کلیدی: روش پرش قورباغه، روش لکس، شبیه‌سازی عددی، شکست سد، معادلات آب کم عمق

Application of Lax and Leap-Frog Schemes in Two-Dimensional Modeling of Dam Breaking Using Explicit Finite-Difference Method

R Ghobadian^{1*}

Received: February 13, 2016 Accepted: June 18, 2019

¹- Assoc. Prof., Dept. of Water Engineering, Razi University, Iran

*Corresponding Author, Email: rsghobadian@gmail.com

Abstract

Explicit finite-difference along with the combination of Lax and Leap-Frog schemes have been used to solve the 2D shallow water equations (SWE) to describe the free surface dam break flow in open channels. Discretization of SWE were carried out on a staggered grid. The model assessment was carried out by comparing the model results with the results of the analytical solution of a one-dimensional instantaneous dam break over a flat bed without friction and also with some researcher's numerical data for two-dimensional break of a circular column of water. Then the model results were compared with the present experimental data of a symmetry partial dam break. In all cases, the model could simulate the dam break flow with an appropriate accuracy.

Keywords: Dam break, Lax scheme, Leap-Frog scheme, Numerical simulation, Shallow water equations

مقدمه

جریان سیلاب شکست می‌باشند، موارد ذکر شده از مولفه‌های مهم برای تصمیم‌گیری هشدار سیل و تخلیه سریع می‌باشند. شکست سد پدیده‌ای غیرخطی و وابسته به زمان و مکان است که در گروه جریان‌های غیرماندگار متغیر سریع قرار می‌گیرد و مطالعات متعددی بر روی هیدرولیک آن به روش‌های آزمایشگاهی، تحلیلی و عددی انجام شده است. می‌توان از معادلات آب‌های کم‌عمق در مسائلی که دارای ناپیوستگی شدید در سطح آب هستند نیز استفاده کرد، به همین جهت در حل عددی پدیده شکست سد، از معادلات آب‌های کم‌عمق که بطور گسترده در مهندسی هیدرولیک کاربرد دارند، استفاده می‌شود. با فرض فشار هیدرواستاتیک در اکثر جریان‌های آزاد و تقریب بوسینسک، معادلات آب کم‌عمق می‌تواند از معادلات ناپیوستگی بدست آید (وانگ و جنگ ۲۰۱۳). با توجه به حساسیت موضوع تحقیقات بسیاری در این زمینه صورت گرفته که به مواردی چند در ادامه اشاره می-

سدها به عنوان سازه ملی شناخته می‌شوند که در نتیجه شکست ممکن است سیلاب‌های فاجعه‌آمیز را ایجاد کرده و به دنبال آن مشکلات بسیاری پدید می‌آید. لذا برای کاهش این خطرات سدها بایستی به دقت تحلیل شده و پتانسیل شکست در حالت‌های مختلف برآورد شده و برای مقابله با آن تمهیدات لازم اجرا شود. از نقطه نظر پایداری و انسجام سد، شکست سد عبارت است از رها شدن کنترل نشده محتویات مخزن سد در اثر شکست و فروپاشی تمام یا قسمتی از سد، که می‌تواند به صورت نسبی و یا کامل و یا به صورت آنی یا تدریجی باشد (شمسائی ۱۳۸۳). از فاکتورهای تاثیرگذار در شدت فاجعه شکست سد می‌توان به عمق و سرعت آب رها شده اشاره کرد، بنابراین لازم است مدل‌سازی سیلاب ناشی از شکست با دقت صورت بگیرد. عمق، سرعت و روندیابی سیلاب از موارد مهم در شبیه‌سازی

شود. مطالعات اولیه و اولین بررسی‌ها بر روی شکست سد از سال‌های ۱۸۹۰ تا ۱۹۸۰ انجام شده که تمرکز کارهای صورت گرفته بر پیش‌بینی جریان سیلاب ناشی از شکست سد و پیشرفت آن بوده است. اولین حل صریح شکست سد، توسط ریتر (۱۸۹۲) ارائه شد که معادلات سنت‌ونانت را با صرف نظر از مقاومت هیدرولیکی ناشی از اصطکاک در یک کانال مستطیلی افقی نامحدود (بزرگ) حل کرد (به نقل از بلوس و هریسانتو (۲۰۱۱)). فنما و چادری (۱۹۸۹) با الگوی مک-کورمک به روش ضمنی شبیه‌سازی شکست سد را انجام دادند و دریافتند که اگر نسبت عمق جریان در پایاب بر عمق جریان در مخزن کمتر از 0.25 در نظر گرفته شود، این الگو شبیه‌سازی مناسبی را نخواهد داشت. آلکراو و گارسیاناوارو (۱۹۹۳) روش مبتنی بر Riemann را برای حل دو بعدی شکست سد استفاده کردند و در یک سیستم مختصات متناسب روش حجم محدود همراه با تقریب Roe برای به دست آوردن دقت مرتبه دوم بسط دادند. فراکارلو و تورو (۱۹۹۵) به مدل‌سازی عددی و آزمایشگاهی جریان ناشی از شکست سد بر روی بستر خشک پرداختند، روش عددی برمبنای گادونف برای مدل‌سازی استفاده شده که نتایج آن با مدل‌سازی آزمایشگاهی تطبیق خوبی را ارائه داد و در پایداری و دقت نیز موفقیت آمیز بوده است، از طرفی نتایج مدل در بعضی قسمت‌ها برای توزیع سرعت و فشار با خطا همراه بوده است که ناشی از فرضیات ساده کننده در مدل آب‌های کم عمق است. فراکولا و ترو (۱۹۹۵) نشان دادند که مدل‌های والینا (۱۹۹۲) و بچترل و همکاران (۱۹۹۲) هماهنگی قوی با مدل‌های فیزیکی دارند. والینا (۱۹۹۲) روش شبه صریح مک کورمک را برای ارزیابی تغییرات مرفولوژیکی بستر

فرسایش‌پذیر پیشنهاد داد. بچترل و همکاران (۱۹۹۲) دو روش مختلف از ویسکوزیته مصنوعی را برای یک مسئله مشابه به کار برد، روش اول، روش صریح مک کورمک و روش دوم شامل تفاضل مرکزی دبی در مکان و برای زمان از رانگ کوتا استفاده کرد. لین و همکاران (۲۰۰۳) یک الگوریتم اصلاح شده مک کورمک را با تکنیک تجزیه بردار شار، جهت حل معادلات آب‌های کم عمق در چار چوب روش حجم محدود به کار بردند. روش عددی Novel که توسط یانگ و همکاران (۲۰۱۰) ارائه شد از روش ENO Riemann و TVD مرتبه دوم در طول یک کانال منشوری همگن استفاده می‌کند. در نتایج این روش تسخیر موج ضربه‌ای برای جریان‌های تراکم‌پذیر از موفقیت‌های آن به حساب می‌آید. شبیه‌سازی عددی جریان‌های سطح آزاد ناشی از شکست سد با استفاده از معادلات آب‌های کم عمق بر اساس حل کامل معادلات RANS کوپل شده با VOF (روش حجمی سیال) بر روی سطح خشک بدون اصطکاک همراه موانع مثلثی توسط بیسکارینی و همکاران (۲۰۱۰) انجام شده است، نتایج نشان داد که مدل آب کم عمق اگر چه قادر است به طور کافی خصوصیات و جنبه‌های اصلی جریان سیال را باز تولید کند به دلیل برخی ایده‌آل‌سازی نادرست (در خصوص نیروی ثقل) در حالت سه بعدی ضعف دارد. پیش‌بینی جریان و نیروی موثر ناشی از شکست سد با استفاده از مدل سه بعدی احجام محدود توسط یانگ و همکاران (۲۰۱۰) صورت گرفت، که در این مدل سه بعدی شبیه‌سازی براساس معادلات رینولدز غیرماندگار با روش احجام محدود انجام گرفته است. برغم تطابق خوب مدل با نتایج آزمایشگاهی در برخی موارد در صحت‌سنجی مدل برای توزیع سرعت عدم قطعیت‌هایی دیده می‌شود.

در عرض شکست توسعه داده شده است، در حل مدل استفاده از Single-Step برای ترم‌های انتقال و پراکندگی لحاظ شده و از روش Trace-Back در اجزاء محدود استفاده شده است. مدل آزمایشگاهی نیز برای صحت‌سنجی مدل عددی ساخته شده که نتایج نشان از تطابق داده‌های آزمایشگاهی با مدل عددی دارد، اما از طرفی مدل عددی باعث ایجاد نوسان و انحراف در طول محاسبات غلظت جریان می‌گردد.

حسن زاده (۱۳۷۰) با انجام آزمایش‌های شکست سد بر روی بستر صاف و زبر در یک مدل هیدرولیکی ارتفاع، سرعت و چگونگی انتشار جبهه موج در مکان و زمان را اندازه‌گیری کرد. بهارستانی و بنی‌هاشمی (۱۳۸۹) در تحقیقی به مدل‌سازی حرکت آب و رسوب در شکست سد در بستر متحرک به صورت دوبعدی پرداختند. معادلات در چارچوب روش حجم محدود گسسته‌سازی شده و از شمای دو مرحله‌ای پیش‌بینی اصلاح مک-کورمک نیز برای حفظ دقت مرتبه دوم در زمان و مکان استفاده شده است. همچنین برای مهار نوسانات غیر واقعی و غیر فیزیکی از روش Component-wise TVD استفاده شد. با حل همزمان معادلات آب و رسوب که کوپل شده اند مدل‌سازی رسوب انجام شد. نتایج نشان داد در صحت‌یابی در هیچ‌کدام از آزمون‌ها خطای پراکنش عددی در مجاورت گرادیان‌های تیز مشاهده نشده است. توفیقی و جمالی (۱۳۸۹) یک مدل دو بعدی میانگین‌گیری شده در عمق در سیستم منحنی الخط تهیه کردند که برای شبیه‌سازی هیدرودینامیک و پخش آلاینده در رودخانه کاربرد دارد. در مدل آنها گسسته‌سازی معادلات دارای دقت مرتبه دو در مکان و زمان می‌باشد. قابلیت مدل در شبیه‌سازی پرش هیدرولیکی جریان در خم شدید و پخش آلاینده در کانال

آنالیز حساسیت برای مدل‌های یک‌بعدی تجربی و روش تقریبی مونت‌کارلو، توسط دیلیمن و همکاران (۲۰۱۰) انجام شده، روش حجم محدود با حل‌کننده HLL Riemann در مدل‌سازی هیدرودینامیک برای معادلات آب‌های کم‌عمق به کار برده شد. در این بررسی این روش با روش‌های تجربی کلاسیک و همچنین با تقریب شبیه‌سازی مونت-کارلو مقایسه شده است. نتایج تحقیق اذعان می‌دارد که مدل پیشنهادی رفتار بهتری در امواج ناگهانی ارائه می‌دهد و همچنین قادر است با تنها نیمی از داده‌های ورودی به باز تولید داده‌ها بپردازد. امیری و همکاران (۲۰۱۳) به مدل‌سازی عددی دوبعدی تعدیل شده معادلات آب‌های کم‌عمق پرداختند که در آن از اختلاف مرکزی مرتبه اول در ترکیب با روش گرادیان سطحی برای گسسته‌سازی معادلات استفاده شده است. نتایج نشان داد که مدل در ناپیوستگی‌ها تواناست. ارائه روش عددی برای شکست سد با استفاده از روش گادونوف توسط احمد و همکاران (۲۰۱۳)، از جمله دیگر بررسی‌های صورت گرفته در این زمینه است، که در آن از روش عددی احجام محدود بر پایه تقریب گادونوف برای حل معادلات آب‌های کم‌عمق استفاده شده است. به منظور تسریع و بهبود حل تقریبی، از حل‌کننده تقریبی Roe 'Riemann همراه MUSCL¹ استفاده شده است. نتایج در حالت یک و دوبعدی با حل تحلیلی صحت‌سنجی شد. مطالعه آزمایشگاهی و شبیه‌سازی انتقال محلول در یک شکست متعامد به روش اجزاء محدود توسط چان و هیوانگ (۲۰۱۵) بررسی شد، در این تحقیق یک روش جدید اجزاء محدود برجسته برای شبیه‌سازی انتقال محلول

¹ Monotone Upstream-Centered Scheme for Conservation Laws(MUSCL)

حسن زاده و همکاران (۱۳۹۴) پس از بررسی مسئله شکست سد از نقطه نظرهای اهمیت، مکانیسم شکست و معادلات حاکم، هیدروگراف خروجی ناشی از شکست سد وانیار را با استفاده از نرم افزار HEC-RAS و تحت سناریوی فرضی روگذری جریان محاسبه کردند. نتایج تحقیق آنها نشان داد بدلیل در نظر گرفتن مکانیسم تدریجی تشکیل مقطع شکست هیدروگراف‌های خروجی محاسبه شده دارای شیب ملایم هستند. همچنین نشان دادند تعدادی از روستاهای واقع در پایین دست به وضوح در معرض خطرات ناشی از گسترش سیلاب قرار می‌گیرند.

علیرغم ضریب اطمینان بالا در طراحی و ساخت سدها، با توجه به پتانسیل وقوع حوادث شدید هیدرولوژیکی ناشی از تغییرات آب و هوایی، طراحی غلط دریچه‌های سرریز آب، ناپایداری در اثر تغییرات سطح آب در طول پر و خالی شدن مخزن، ضعف در نگهداری، اشتباهات انسانی، رایانه ای و همچنین احتمال وقوع سیلاب های با دوره برگشت بالا و زمین لرزه های شدید در اطراف مخزن احتمال شکست آنها منتفی نمی باشد (حسن زاده، ۱۳۸۳). تحلیل رخدادهای شکست سد برای برنامه‌های سازمان‌دهی و برنامه‌ریزی پس از شکست سد، به جهت کاهش احتمال خطرات چنین فاجعه‌ای در پایین دست سد ضروری است. از آنجائیکه ساخت مدل‌های فیزیکی نسبت به مدل‌سازی عددی پرهزینه‌تر و به لحاظ زمانی نیز وقت‌گیرتر است، بنابراین ضرورت تهیه یک مدل کامپیوتری جامع که از نقطه نظر برنامه نویسی ساده تر از خیلی مدل های موجود بوده و در ضمن مشکل پایداری نیز نداشته باشد هدف اصلی این تحقیق است.

منحنی مورد بررسی قرار گرفت. مدل شبیه‌سازی دوبعدی سیلاب واریزه‌ای در مخازن سدهای تاخیری شکافدار، توسط بنی‌حبيب و نظریه (۱۳۹۲) انجام پذیرفت، در این مدل‌سازی از الگوی تفاضل محدود مک-کورمک برای حالت دوبعدی استفاده شده است، مقایسه نتایج مدل با نتایج آزمایشگاهی نشان از تطابق خوب آبنمود خروجی از سد شکافدار در مدل عددی و آزمایشگاهی دارد. سرورام و شمسایی (۱۳۹۲) مدل عددی برای شبیه‌سازی جریان ناشی از شکست سد را با استفاده از تقریب معادلات آب‌های کم‌عمق به روش احجام محدود و به شکل ضمنی شبه لاگرانژی ارائه دادند. آنها از روش شبه تحلیلی برای تعیین نقطه شروع حرکت ذره استفاده کردند. نتایج نشان داد مجموع خطاهای هنجار شده مدل در حدود $0/3$ می‌باشد که با داده های اندازه گیری مطابقت خوبی دارد. وثوقی‌فر و همکاران (۱۳۹۲) یک مدل عددی ریاضی برای پدیده شکست سد به روش حجم محدود ارائه دادند که در آن معادله آب‌های کم عمق به شیوه مرتبه دوم لوکال لکس فردریش برای تسخیر شوک یا ناپیوستگی در شرایط اولیه و ارضای خاصیت ابقایی در چهارچوب روش احجام محدود و شبکه‌بندی ورونوی ارائه شده است. مدل ارائه شده قادر به مدل سازی هندسه‌های پیچیده با در نظر گرفتن اثر شیب و تسخیر موج شوک است. فرزین و همکاران (۱۳۹۳) با استفاده از روش لاگرانژی هیدرودینامیک ذرات هموار (SPH¹) مسئله شکست سد را مورد بررسی قرار دادند و نتایج این روش را با نتایج مدل متن باز Open-Foam که مبتنی بر رویکرد اویلری می‌باشد مورد مقایسه قرار دادند.

¹ Smoothed particle hydrodynamics

مواد و روش ها

معادلات حاکم

$$C_f = 1.25 \times 10^{-3} W_s^{-0.2} \quad \text{for} \quad W_s \leq 1 \text{ m/s}$$

$$C_f = 0.5 \times 10^{-3} W_s^{0.5} \quad \text{for} \quad 1 < W_s < 15 \text{ m/s}$$

$$C_f = 2.6 \times 10^{-3} \quad \text{for} \quad W_s \geq 15 \text{ m/s}$$

در روابط فوق: U دبی در واحد پهنا در جهت x دبی در واحد پهنا در جهت y ، $\eta = \eta(x, y, t)$ رقوم سطح آب، $d = d(x, y, t)$ رقوم بستر، $\tau_s = \tau_s(x, y, t)$ تنش برشی ناشی از باد، $\tau_b = \tau_b(x, y, t)$ تنش برشی ناشی زبری بستر، $P_s = P_s(x, y, t)$ فشار اتمسفر، f پارامتر کوریولیس، g شتاب ثقل، ρ_w جرم حجمی آب، ρ_a جرم حجمی هوا، β ضریب اندازه حرکت، W_s تندی باد، W_x و W_y مولفه های سرعت باد در جهات x و y ؛ ω سرعت زاویه ای چرخش زمین، ϕ طول جغرافیایی، κ ثابت ون-کارمن، u^* سرعت برشی، λ ضریب دارسی ویزباخ، C ضریب شزی، n ضریب زبری مانینگ، $\bar{\epsilon}$ لزجت گردابی میانگین در عمق.

منفصل سازی معادلات حاکم

در این تحقیق معادلات حاکم بر روی یک شبکه از نقاط در مختصات متعامد که فواصل Δx و Δy از یکدیگر دارند به روش زیگزاگی (Staggered) منفصل می شوند. روش منفصل سازی روش صریح پرش قورباغه ای (Explicit Leap-Frog) است که از الگوریتم Lax نیز بهره می جوید. همانگونه که در شکل ۱ نشان داده شده است معادله مومنتم در جهت x در $(i+1/2, j, n+1/2)$ ، معادله مومنتم در جهت y در $(i, j+1/2, n+1/2)$ و معادله پیوستگی در $(i, j, n+1)$ منفصل می شوند. که نماد های i, j, n برای مکان و n برای زمان بکار می رود.

معادلات دیفرانسیل مورد استفاده در مدل عددی این تحقیق به منظور تعیین رقوم سطح آب و مقادیر سرعت جریان میانگین گیری شده در عمق در یک صفحه افقی بر اساس انتگرال گیری از معادلات سه بعدی تاویر-استوکس روی عمق جریان بدست می آیند. این معادلات شامل معادله پیوستگی انتگرال گیری شده در عمق و معادلات اندازه حرکت در جهات x و y هستند که به ترتیب در زیر آورده شده اند:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad [1]$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \beta \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{U^2}{\eta-d} \right) + \beta \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{UV}{\eta-d} \right) - fV =$$

$$-g(\eta-d) \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{(\eta-d)}{\rho_w} \frac{\partial P_s}{\partial x} + \frac{1}{\rho_w} (\tau_{sx} - \tau_{bx}) +$$

$$\bar{\epsilon}(\eta-d) \left[\frac{\partial^2 (U / (\eta-d))}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 (U / (\eta-d))}{\partial x^2} \right] \quad [2]$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \beta \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{UV}{\eta-d} \right) + \beta \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{V^2}{\eta-d} \right) + fU =$$

$$-g(\eta-d) \frac{\partial \eta}{\partial y} - \frac{(\eta-d)}{\rho_w} \frac{\partial P_s}{\partial y} + \frac{1}{\rho_w} (\tau_{sy} - \tau_{by}) +$$

$$\bar{\epsilon}(\eta-d) \left[\frac{\partial^2 (V / (\eta-d))}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 (V / (\eta-d))}{\partial y^2} \right] \quad [3]$$

که در آنها:

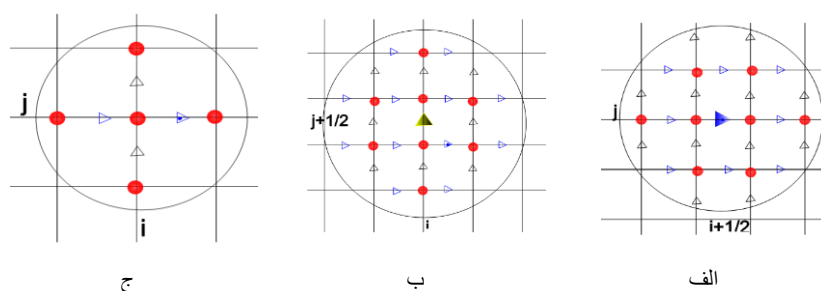
$$f = 2\omega \sin \phi$$

$$\tau_{bx} = \frac{\lambda}{8} \rho_w \frac{U \sqrt{U^2 + V^2}}{(\eta-d)^2}, \quad \frac{1}{\lambda} = \frac{C^2}{8g}, \quad C = \frac{(\eta-d)^{1/6}}{n}$$

$$\tau_{by} = \frac{\lambda}{8} \rho_w \frac{V \sqrt{U^2 + V^2}}{(\eta-d)^2}, \quad \bar{\epsilon} = 0.7 \times u^* (\eta-d)$$

$$u^* = \sqrt{\frac{\tau_b}{\rho_w}}, \quad \tau_{sx} = C_f \rho_a W_x W_s$$

$$\beta = \left(1 + \frac{g}{C^2 \kappa^2}\right), \quad \tau_{sy} = C_f \rho_a W_y W_s$$



شکل ۱- الف) گره‌ای که U مومنتم بر آن منفصل می‌شود ب) گره‌ای که V مومنتم بر آن منفصل می‌شود ج) گره‌ای که پیوستگی η بر آن منفصل می‌شود.

شکل منفصل شده ترم‌های رابطه مومنتم در جهت x بصورت زیر می‌باشند:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{U_{i+1/2,j}^{n+1/2} - \bar{U}_{i+1/2,j}^{n-1/2}}{\Delta t} \quad [4]$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{U^2}{\eta-d} \right) = \left[\frac{U_{i+3/2,j}^{n-1/2} \times U_{i+3/2,j}^{n-1/2}}{[(\eta-d)_{i+1,j}^n + (\eta-d)_{i+2,j}^n] / 2} - \frac{U_{i-1/2,j}^{n-1/2} \times U_{i-1/2,j}^{n-1/2}}{[(\eta-d)_{i-1,j}^n + (\eta-d)_{i,j}^n] / 2} \right] \times \frac{1}{2\Delta x} \quad [5]$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{UV}{\eta-d} \right) = \left[\frac{U_{i+1/2,j+1}^{n-1/2} \times \bar{V}_{i+1/2,j+1}^{n-1/2}}{[(\eta-d)_{i+1,j+1}^n + (\eta-d)_{i,j+1}^n] / 2} - \frac{U_{i+1/2,j-1}^{n-1/2} \times \bar{V}_{i+1/2,j-1}^{n-1/2}}{[(\eta-d)_{i+1,j-1}^n + (\eta-d)_{i,j-1}^n] / 2} \right] \times \frac{1}{2\Delta y} \quad [6]$$

$$fV = f_{i+1/2,j}^{n-1/2} \times \bar{V}_{i+1/2,j}^{n-1/2} \quad [7]$$

$$g(\eta-d) \frac{\partial \eta}{\partial x} = g \left[\frac{1}{2}(\eta-d)_{i+1,j}^n + \frac{1}{2}(\eta-d)_{i,j}^n \right] \frac{\eta_{i+1,j}^n - \eta_{i,j}^n}{\Delta x} \quad [8]$$

$$\frac{(\eta-d)}{\rho_w} \frac{\partial P_s}{\partial x} = \frac{1}{\rho_w} \left[\frac{1}{2}(\eta-d)_{i+1,j}^n + \frac{1}{2}(\eta-d)_{i,j}^n \right] \frac{P_{si+1,j}^n - P_{si,j}^n}{\Delta x} \quad [9]$$

$$\frac{1}{\rho_w} (\tau_{sx} - \tau_{bx}) = \frac{\tau_{sx}^n}{\rho_w} - \frac{\lambda}{8} \frac{U_{i+1/2,j}^{n+1/2} \times \sqrt{(U_{i+1/2,j}^{n-1/2})^2 + (\bar{V}_{i+1/2,j}^{n-1/2})^2}}{\left[\frac{1}{2}(\eta-d)_{i+1,j}^n + \frac{1}{2}(\eta-d)_{i,j}^n \right]^2} \quad [10]$$

$$\bar{\varepsilon}(\eta-d) \left[\frac{\partial^2 (U / (\eta-d))}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 (U / (\eta-d))}{\partial x^2} \right] = \bar{\varepsilon} \left[\frac{1}{2}(\eta-d)_{i+1,j}^n + \frac{1}{2}(\eta-d)_{i,j}^n \right] \times \left[\frac{(U / (\eta-d))_{i+3/2,j}^{n-1/2} - 2(U / (\eta-d))_{i+1/2,j}^{n-1/2} + (U / (\eta-d))_{i-1/2,j}^{n-1/2}}{\Delta x^2} \right] \quad [11]$$

که در آنها :

$$\bar{U}_{i+1/2,j}^{n-1/2} = 0.25 \times U_{i-1/2,j}^{n-1/2} + 0.5 \times U_{i+1/2,j}^{n-1/2} + 0.25 \times U_{i+3/2,j}^{n-1/2}$$

$$\bar{V}_{i+1/2,j+1}^{n-1/2} = \frac{1}{4} \left[V_{i,j+1/2}^{n-1/2} + V_{i,j+3/2}^{n-1/2} + V_{i+1,j+1/2}^{n-1/2} + V_{i+1,j+3/2}^{n-1/2} \right]$$

با جایگزینی ترم‌های منفصل شده در رابطه اندازه حرکت در جهت x مجهول رابطه یعنی $U_{i+1/2,j}^{n+1/2}$ بدست

$$\bar{V}_{i+1/2,j-1}^{n-1/2} = \frac{1}{4} \left[V_{i,j-1/2}^{n-1/2} + V_{i,j-3/2}^{n-1/2} + V_{i+1,j-1/2}^{n-1/2} + V_{i+1,j-3/2}^{n-1/2} \right]$$

عمق جریان در نقاط مجازی خارج از مرز به مدل معرفی می‌شود.

از آنجائیکه مدل تهیه شده در این تحقیق بر مبنای روش صریح است بنابراین شرط پایداری آن عدد کورانت کمتر از یک می‌باشد.

$$C_r = \sqrt{g(\eta-d)} \frac{\Delta t}{\min(\Delta x, \Delta y)} \quad [13]$$

در شکل ۲ روندنمای اجرای محاسبات در مدل حاضر نشان داده شده است. لازم به ذکر است که مدل مذکور که در محیط برنامه نویسی ویژوال بیسیک نوشته شده است.



شکل ۲- روند نمای اجرای برنامه.

می‌آید. با روشی مشابه ترم‌های رابطه مومنتم در جهت y منفصل شده و مجهول رابطه یعنی $V_{i,j+1/2}^{n+1/2}$ محاسبه می‌شود. پس از منفصل‌سازی روابط اندازه حرکت رابطه پیوستگی به شکل زیر منفصل می‌شود و رقوم سطح آب در محل گره‌ها در گام زمانی بعدی $(\eta_{i,j}^{n+1})$ بدست می‌آید:

$$\eta_{i,j}^{n+1} = \eta_{i,j}^n - \Delta t \left[\frac{U_{i+1/2,j}^{n+1/2} - U_{i-1/2,j}^{n+1/2}}{\Delta x} + \frac{V_{i,j+1/2}^{n+1/2} - V_{i,j-1/2}^{n+1/2}}{\Delta y} \right] \quad [12]$$

شرایط مرزی و پایداری

هر چند مدل توسعه داده شده در این تحقیق برای شکست سد مورد استفاده قرار گرفت ولی می‌تواند جریان دوبعدی در حالت کلی را شبیه‌سازی کند. بنابراین شرایط مرزی بصورت زیر در این مدل تعریف می‌شوند:

در مرزهای باز به‌عنوان ورودی شرط دبی جریان مشخص در واحد پهنا و عمود بر مقطع به‌عنوان شرط مرزی در نظر گرفته می‌شود. در این مرز سرعت مماس بر صفحه برابر صفر در نظر گرفته شده است. همچنین برای نقاط مجازی شرط گرادیان صفر در نظر گرفته شده است.

برای مرز باز به‌عنوان خروجی در جریان زیر بحرانی می‌توان عمق جریان مشخص یا وابسته به زمان یا دبی خروجی مشخص یا وابسته به زمان برای مدل تعریف نمود. در اینجا نیز همانند مرز ورودی سرعت مماس بر مقطع خروجی برابر صفر در نظر گرفته می‌شود. برای نقاط مجازی خارج از مرز شرط گرادیان صفر برای عمق یا سرعت عمود بر مقطع در نظر گرفته می‌شود.

در مرزهای صلب شرط عدم لغزش برای سرعت مماس بر صفحه و شرط گرادیان صفر برای سرعت نرمال و

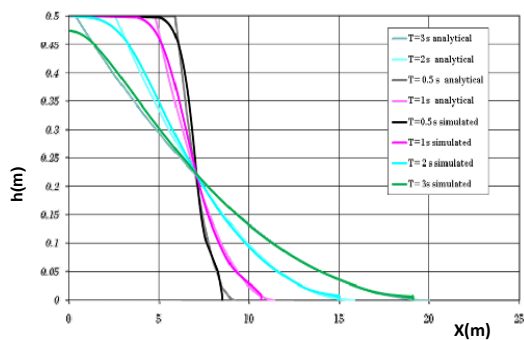
نتایج و بحث

به منظور صحت سنجی مدل نتایج آن با اندازه‌گیری‌های آزمایشگاهی، نتایج حل تحلیلی و هم‌چنین مقایسه با نتایج سایر مدل‌های عددی ارائه شده توسط محققان قبلی در قالب چندین مورد زیر انجام شد:

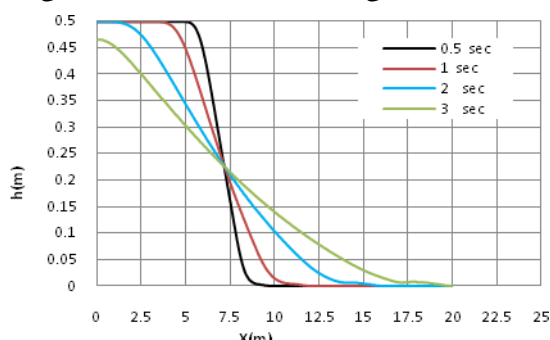
شکست ایده‌آل در کانال خشک

به منظور بررسی توانایی مدل در شبیه‌سازی امواج ناشی از شکست سد نتایج آن با نتایج حل تحلیلی ویتهم (۱۹۷۴) و نتایج مدل عددی بیسکارینی و همکاران (۲۰۱۰) مقایسه شد. بدین منظور کانالی افقی مستقیم به طول ۲۰ متر و بدون اصطکاک در کف و دیواره‌ها شبیه‌سازی شد. در ابتدای محاسبات عمق جریان در ۷ متر بالادست کانال ۰/۵ متر و در پایین دست بصورت بستر خشک در نظر گرفته شد. اندازه مش ۲/۵ سانتی‌متر در نظر گرفته شد. در شکل ۲-الف امواج ناشی از شکست سد شبیه‌سازی شده توسط مدل حاضر را نشان می‌دهد. همانگونه که ملاحظه می‌

شود موج منفی در داخل مخزن سد و موج مثبت پایین رونده در کانال پایین دست قابل مشاهده است. در شکل ۲-ب که از عیناً مقاله بیسکارینی و همکاران اقتباس شده است نتایج مدل بیسکارینی و همکاران (۲۰۱۰) با جواب حل تحلیلی مقایسه شده است. با مقایسه شکل‌های ۲-الف و ۲-ب ملاحظه می‌شود که نتایج مدل حاضر با نتایج حل تحلیلی سازگار است و حتی بهتر از مدل عددی بیسکارینی و همکاران (۲۰۱۰) عمل می‌کند. برای نمونه در نتایج مربوط به زمان شبیه‌سازی ۲ ثانیه در در دماغه موج مثبت ارائه شده در شکل ۲-ب نوسان دیده می‌شود که در مدل حاضر این نوسانات قابل مشاهده نیست. در مدل حاضر با افزایش تعداد نقاط درگیر در محاسبات و ایجاد ارتباط بیشتر بین آنها گرادیان‌های تیز هندسی و هیدرولیکی هموار می‌شوند و احتمال رخ دادن نوسان کمتر می‌شود.



ب



الف

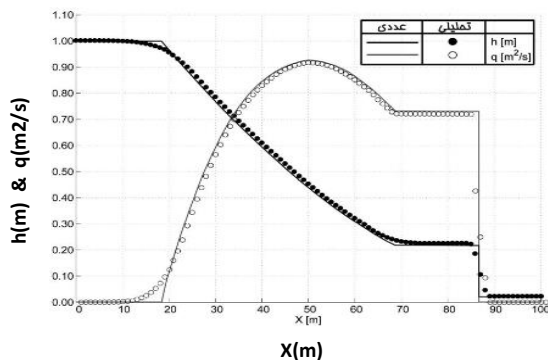
شکل ۳-الف) نتایج مدل حاضر برای شبیه‌سازی امواج ناشی از شکست سد در کانالی بطول ۲۰ متر (ب) نتایج حل تحلیلی ویتهم (۱۹۷۴) و مدل عددی بیسکارینی و همکاران (۲۰۱۰).

شکست ایده‌آل در کانال با عمق پایاب

در این مرحله کانالی افقی به طول ۱۰۰ متر بدون اصطکاک با وجود عمق جریان در پایین دست محل سد شبیه‌سازی شد. سد در وسط کانال قرار دارد. در ابتدای محاسبات عمق جریان در مخزن سد ۱ متر و در پایین دست ۲ سانتی‌متر در نظر گرفته شده است. در

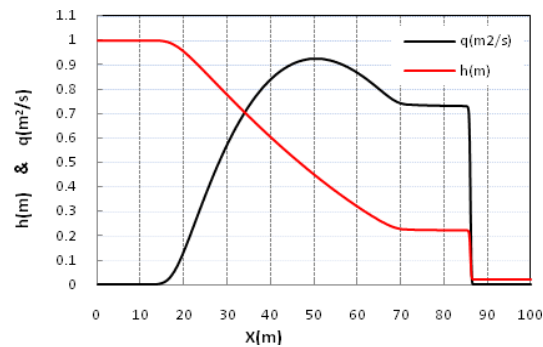
شکل ۴ منحنی‌های عمق جریان (h) و دبی در واحد عرض (Q) ۱۰ ثانیه پس از شکست سد نشان داده شده است. در شکل ۴-الف نتایج مدل حاضر و در شکل ۴-ب نتایج مدل سرورام و شمسایی (۱۳۹۲) که با جواب حل تحلیلی استوکر (۱۹۵۷) مقایسه شده است نشان داده

نظر گرفته شده است. همانگونه که انتظار می‌رفت زمان محاسبات در مدل حاضر به خاطر استفاده از روش صریح در منفصل سازی معادلات حاکم بیشتر است.



ب

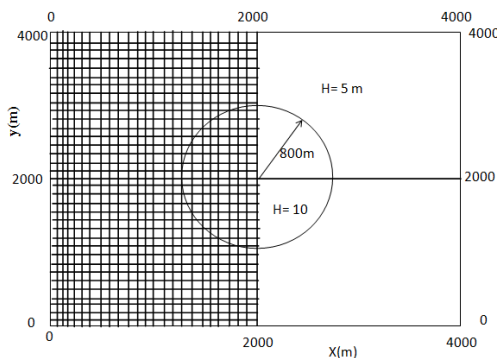
شده است. همانگونه که ملاحظه می‌شود هر دو مدل عددی نتایج حل تحلیلی را بخوبی تقریب می‌زنند. لازم به ذکر است که در مدل حاضر گام مکانی ۱۰ سانتی متر و در مدل سرورام و شمسایی (۱۳۹۲) یک متر در



الف

شکل ۴- الف) نتایج مدل حاضر (ب) نتایج حل تحلیلی استوکر (۱۹۵۷) و مدل عددی سرورام و شمسایی (۱۳۹۲) در شبیه سازی عمق (h) و دبی در واحد عرض (q) ۱۰ ثانیه پس از شکست سد.

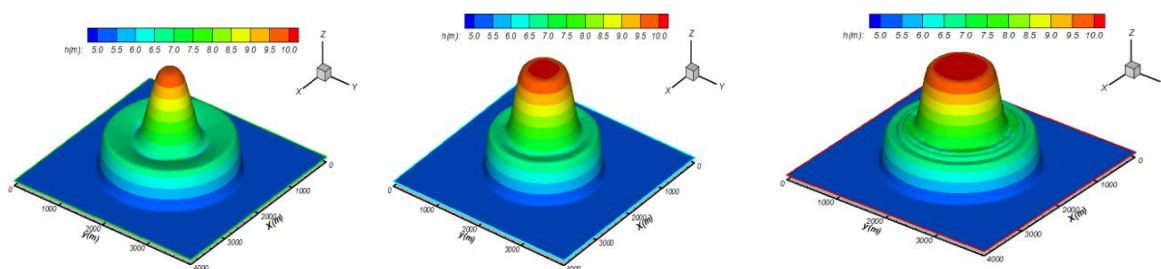
درگیر در محاسبات و ایجاد ارتباط بیشتر بین آنها می باشد.



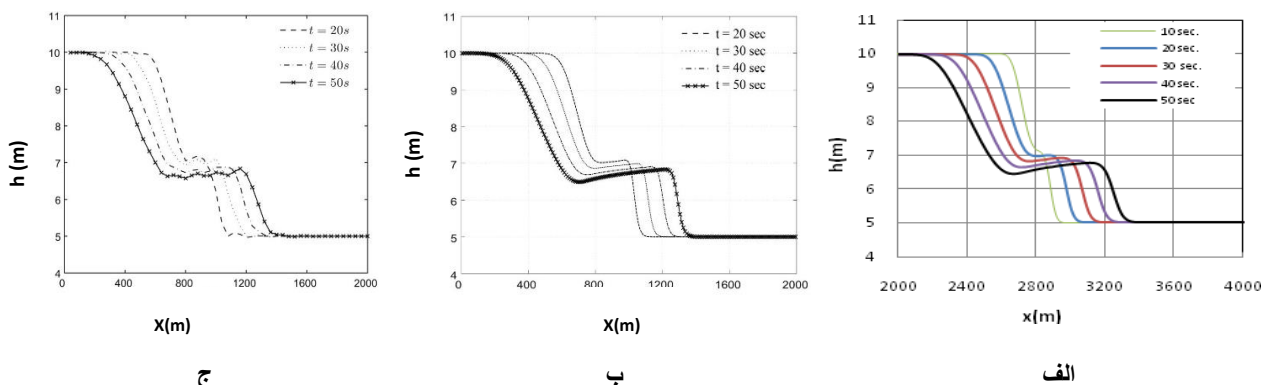
شکل ۵- محدوده مورد مطالعه و شرایط اولیه برای شکست ستون استوانه‌ای به شعاع ۸۰۰ متر

شکست ستون استوانه‌ای

همانگونه که در شکل ۵ نشان داده شده است در این مرحله شکست ستونی از آب به شعاع ۸۰۰ متر که در مرکز مخرنی به ابعاد ۴۰۰۰ متر در ۴۰۰۰ متر قرار دارد مورد بررسی قرار گرفت. ارتفاع ستون آب ۱۰ متر و عمق آب داخل مخزن ۵ متر می‌باشد. فرض شده است بستر بدون اصطکاک و افقی می باشد. نمای سه بعدی شکست ستون آب در زمان های مختلف پس از شکست در شکل ۶ نشان داده شده است. به منظور مقایسه نتایج مدل حاضر با نتایج مدل سرورام و شمسایی (۱۳۹۲) و مدل بولتزمن لیو و همکاران (به نقل از سرورام و شمسایی (۱۳۹۲)) در شکل ۷ نشان داده شده است. همانگونه که ملاحظه می‌شود در مدل حاضر نیز همانند مدل سرورام و شمسایی نوسانات مصنوعی در عمق جریان که در مدل بولتزمن لیو و همکاران قابل مشاهده است حذف شده است. که دلیل آن همانگونه که پیش از این اشاره شد کاهش نوسانات بدلیل افزایش تعداد نقاط



شکل ۶- نمای سه بعدی شکست ستون آب (الف) ۲۰ (ب) ۳۰ و (ج) ۵۰ ثانیه پس از شکست.

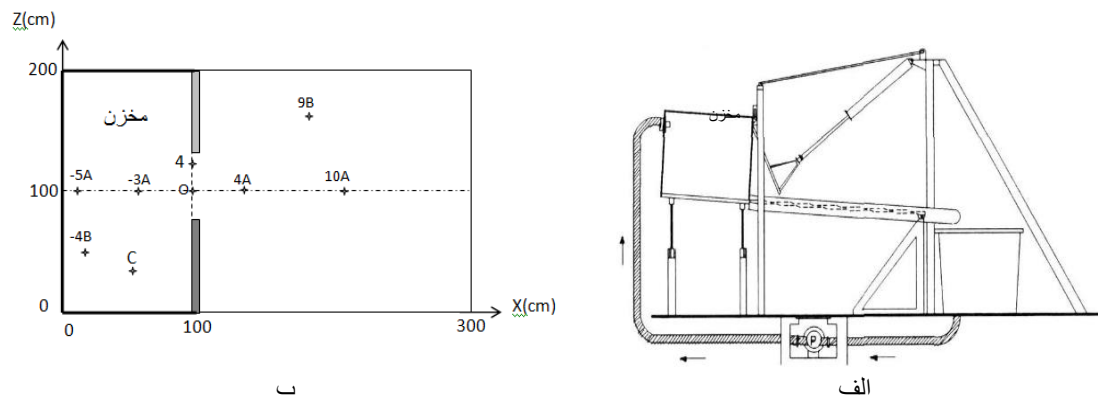


شکل ۷- پروفیل سطح آب محاسبه شده در زمان‌های مختلف در امتداد محور افقی عبور کرده از مرکز مخزن الف) مدل حاضر (ب) مدل شمسایی و سرورام (۱۳۹۲) و (ج) مدل بولتزمن لیو و همکاران (به نقل از شمسایی و سرورام (۱۳۹۲)).

شکست جزیی و مقارن سد

استفاده شد. در ۱۴ نقطه در کانال اندازه‌گیری عمق جریان با استفاده از ارتفاع سنج و همچنین گیج فشار انجام شده است که برخی از نقاط در شکل ۸ نشان داده شده است. در شروع محاسبات عمق آب در مخزن ۰/۶ متر و پهنا سیل خشک است.

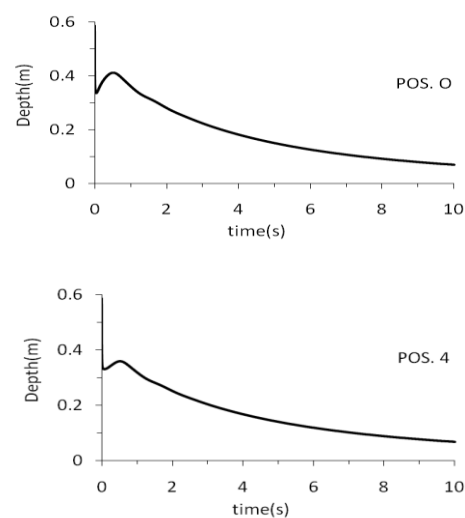
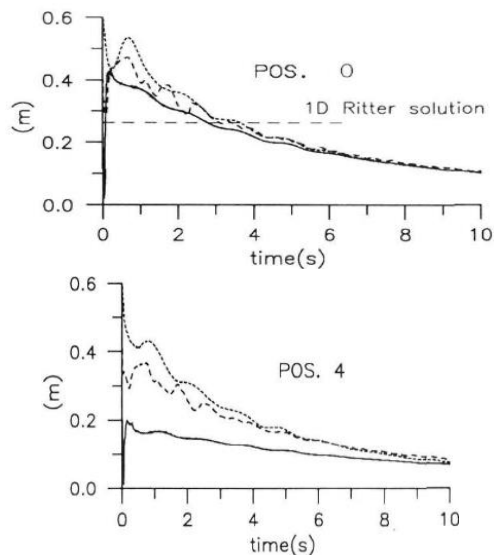
به منظور بررسی توانایی مدل در شبیه‌سازی جریان ناشی از شکست سد از نتایج آزمایشگاهی و عددی فراکارولو و تورو (۱۹۹۵) استفاده شد. همانگونه که در شکل ۸ نشان داده شده است ناحیه مطالعاتی آنها شامل کانالی شیب پذیر به طول ۳ متر و پهنای ۲ متر می‌باشد. یک متر اولیه کانال بصورت مخزن و دو متر انتهای آن پهنا سیل‌گیر می‌باشد که در اطراف آن دیواری وجود ندارد و جریان به داخل زهکش جمع‌کننده ریخته می‌شود. مخزن و پهنا سیل‌گیر توسط دریچه‌ای به عرض ۰/۴ متر در وسط پهنای کانال از همدیگر جدا می‌شوند. دریچه توسط یک جک بادی با سرعت می‌تواند باز شود. آزمایشات در دو شیب صفر و ۷ درصد انجام شد که در تحقیق حاضر از نتایج مربوط به شیب صفر

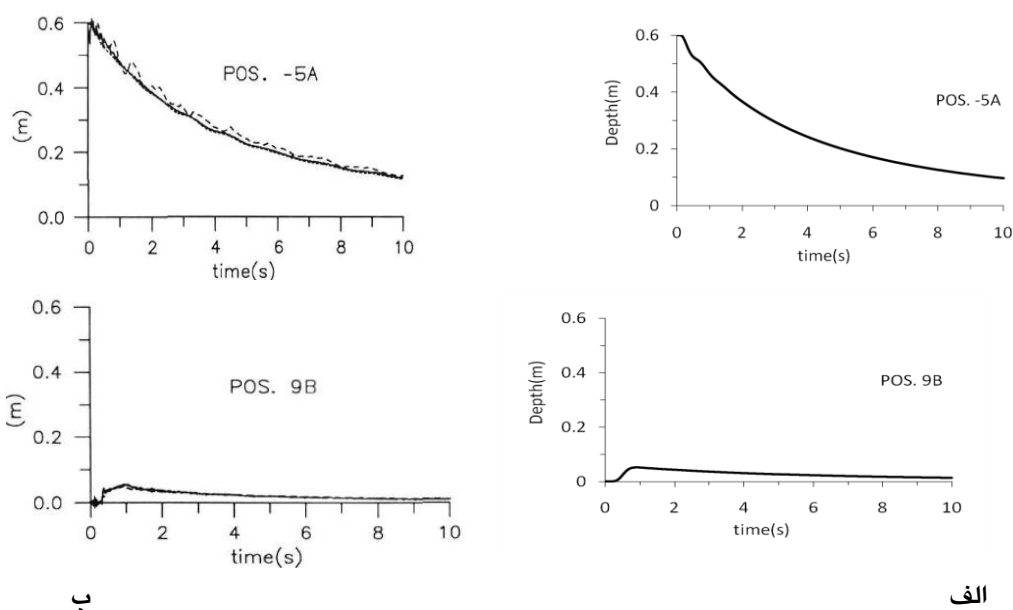


شکل ۸- الف) طرح شماتیک تجهیزات آزمایشگاهی (ب) موقیعت نقاط اندازه گیری و ناحیه محاسباتی شکست جزئی سد (فراکارولو و تورو ۱۹۹۵).

محاسبه شده با مقادیر اندازه‌گیری شده مقداری متفاوت است. به‌گونه‌ای که نتایج مدل حاضر در محدود بین مقادیر اندازه‌گیری شده با ارتفاع سنج و مقادیر اندازه‌گیری شده با گیج فشاری قرار می‌گیرد. علت این اختلاف می‌تواند ناشی از وجود جریان عمقی و انحراف فشار از حالت هیدرواستاتیک باشد که در معادلات دویبعدی جریان آب کم عمق از آنها صرف‌نظر شده است.

در شکل ۹ هیدروگراف اشل اندازه‌گیری شده و محاسبه شده توسط مدل حاضر و مدل فراکارولو و تورو (۱۹۹۵) ارایه شده است. همانگونه که ملاحظه می‌شود برای نقاط داخل محزن (نقطه -5A) و نقطه 9B واقع در پهنه سیلاب هیدروگراف اشل محاسبه شده با مدل حاضر بسیار خوب بر هیدروگراف اندازه‌گیری شده مطابقت دارد. برای نقاط 0 و 4 هیدروگراف اشل





ب

الف

شکل ۹- هیدروگراف رقوم سطح آب در نقاط مختلف الف) محاسبه شده توسط مدل حاضر ب) اندازه گیری شده با ارتفاع سنج (خط نقطه) و گیج فشار (خط ممتد) و محاسبه شده (خط چین) توسط (فراکارولو و تورو ۱۹۹۵).

نتیجه گیری کلی

در این تحقیق با منفصل سازی معادلات آب‌های کم عمق به روش تفاضل محدود صریح، شبیه سازی سرعت و ارتفاع امواج ناشی از شکست سد انجام شد. معادلات حاکم بر روی مش جابجا شده منفصل شدند. برای همگرا کردن مدل از الگوریتم های پرش قورباغه و لکس بصورت همزمان استفاده شد. در این الگوریتم‌ها با افزایش تعداد نقاط در محاسبات و ایجاد ارتباط بیشتر بین آنها گرادیان های تیز هندسی و هیدرولیکی هموار می شوند و احتمال رخ دادن نوسان و عدم همگرایی کمتر می‌شود. نتایج این تحقیق نشان داد مدل حاضر توانایی شبیه سازی شکست تک بعدی سد بر روی بستر خشک و غیر خشک را دارد و نتایج حل

تحلیلی را به دقت تقریب می‌زند. در شبیه سازی شکست جزئی و متقارن سد نتایج نشان دهنده آن است که مدل هیدروگراف اشل در نقاط داخل مخزن و نقاط پهنه سیلگیر پایین دست را به خوبی پیش‌بینی می‌نماید. درحالیکه در محل سد یعنی جائیکه توزیع فشار از حالت هیدرواستاتیک خارج است و سرعت جریان دارای مولفه عمقی می‌باشد نتایج مدل با ارتفاع موج اندازه گیری مقداری متفاوت است. در این نقاط عمق جریان محاسبه شده بالاتر از عمق جریان اندازه گیری شده با گیج فشار و پایین تر از عمق اندازه گیری شده با ارتفاع سنج قرار می‌گیرد.

منابع مورد استفاده

- Ahmada MF, Mamatb M, Wan Nika WB and Kartonoc A, 2013. Numerical method for dam break problem by using Godunov approach. *Journal of Applied Mathematics and Computational Intelligence* 2(1): 95–107.
- Alcrudo F. and Garcia-Navarro P, 1993. A high resolution Godunov-type scheme in finite volumes for the 2D shallow water equations. *International Journal for Numerical Methods in Fluids* 16: 489-505.
- Amiri SM, Talebbeydokhti N and Baghlani NA, 2013. A two-dimensional well-balanced numerical model for shallow water equations. *Journal of Scientia Iranica* 20(1): 97-107.

- Baharestani A and Banihashemi MA, 2010. Modeling water and sediment flow using the finite volume method. *Journal of Civil and Surveying Engineering* 44(3): 339-349. (In Farsi)
- Banihabib ME, 2013. Two-dimensional simulation of debris flows in the slit detention dam Reservoir. *Iranian Journal of Watershed Management Science and Engineering* 7(20): 25-34. (In Farsi)
- Bechteler W, Kulish H and Nujic M, 1992. 2-D dam-break flooding waves comparison between experimental and calculated results. 3rd International Conference on floods and flood management. November 24–26, pp. 247–260, Florence.
- Bellos V and Hrisanthou V, 2011. Numerical solution of a dam-break flood wave. *European Water* 33: 45-53.
- Biscarini CD, Francesco S and Manciola P, 2010. CFD modeling approach for dam break flow studies. *Hydrology and Earth System Sciences* 14(4): 705-718.
- Chen L and Huang Y, 2016. Experimental study and characteristic finite element simulation of solute transport in a cross-fracture. *Journal of Geoscience Frontiers* 7(6): 963-967.
- Delenne C, Feret T, Guinot, V and Cappelaere B, 2010. Direct sensitivity computation for 1D hydrodynamic modelling vs classical empirical and Monte Carlo approaches. *Procedia Social and Behavioral Sciences* 2: 7638–7639.
- Farzin S, Hassanzadeh Y, Aalami MT and Fatehi R, 2014. Analysis of dam break problem using a Lagrangian method and comparing it with Eulerian approach. *Iran- Water Resources Research* 10(1): 87-105. (In Farsi)
- Fennema R J, and Chaudhry M H, 1989. Implicit methods for two-dimensional unsteady free-surface flows. *Journal of Hydraulic Research* 27(3): 321-332.
- Fraccarollo L and Toro EF, 1995. Experimental and numerical assessment of the shallow water model for two-dimensional dam-break type problems. *Journal of Hydraulic Research* 33(6): 843-864.
- Hasanzadeh Y, 1991. Dam break wave analysis. *Journal of Technical College of Tehran University* 51(0): 41-48. (In Farsi)
- Hasanzadeh Y, 1994. *Hydraulics of Dam Break*. Iranian Committee on Large Dams (IRCOLD). Publication Number 63, 163 p. (In Farsi)
- Hassanzadeh Y, Nourani V, Sepehri V, Delafrouz H, Hassanzadeh M and Almaspoor F, 2015. Dam-Break flood waves analysis and the floodplain mapping using mathematical model (Case Study: Vanyar dam). *Water and Soil Science- University of Tabriz* 5(4/1): 1-15. (In Farsi)
- Lin GF, Lai JS and Guo WD, 2003. Finite volume component-wise TVD schemes for 2D shallow water equations. *Advance in Water Resources* 26: 861-873.
- Ritter A, 1892. The reproduction of water waves. *Journal of German Engineers* 36(33): 947–954. (In German)
- Sarvaram H and Shamsaei A, 2013. A Implicit, semi-lagrangian method for 2D numerical modeling of dam break flow. *Iran Water Research Journal (IWRJ)* 7(13): 21-30. (In Farsi)
- Shamsaei A, 2004. *Design And Construction of Storage Dams*. Iran University of Science and Technology publication, 561p. (In Farsi)
- Stoker JJ, 1957. *Water Waves the Mathematical Theory with Applications*. Interscience Peress, New York, USA.
- Tofighi MA and Jamali MM, 2010. Two dimensional modeling of river hydrodynamic and pollutant distribution in curvilinear coordinate. 9th Iranian Hydraulic Conference, 8-11 November, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran. (In Farsi)
- Valiani, A, 1992. A semi-implicit numerical model for the treatment of sudden transients in free-surface motions and mobile bottoms. XXIII Conference of Hydraulics and Hydraulic Constructions, 23-24 September, E: 261–276, Florence.
- Vosoughifar H, Jalalpour HB and tabandeh M, 2014. A high resolution finite volume scheme with a voronoi mesh for dam break simulation. *Amirkabir Journal of Civil Engineering* 46(2): 1-9. (In Farsi)
- Wang Z and Geng Y, 2013. Two-dimensional shallow water equations with porosity and their numerical scheme on unstructured grids. *Journal of Water Science and Engineering* 6(1): 91-105.
- Witham GB, 1974. *Linear and Nonlinear Waves*. John Wiley & Sons Interscience, New York.
- Yang CH, Lin B, Jiang CH and Liu Y, 2010. Predicting near field dam break flow and impact force using a 3D model. *Journal of Hydraulic Research* 48(6): 784-792.