

مطالعه آزمایشگاهی اثر زبری جداره بر مقاومت جریان در کانال‌های مستطیلی روباز

سجاد جاوید^۱، میرعلی محمدی^{۲*}، محسن نجارچی^۱، محمد مهدی نجفی زاده^۳

تاریخ دریافت: ۹۵/۰۷/۰۱

تاریخ پذیرش: ۹۷/۹/۲۵

۱-دانشگاه آزاد اسلامی واحد اراک، گروه مهندسی عمران، اراک، ایران.

۲-دانشیار مهندسی عمران، گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی دانشگاه ارومیه، ارومیه، ایران.

۳-دانشگاه آزاد اسلامی واحد اراک، گروه مهندسی مکانیک، اراک، ایران.

* مسئول مکاتبات، پست الکترونیک: m.mohammadi@urmia.ac.ir

چکیده

تعیین رفتار جریان در کانال‌های روباز به منظور طراحی دقیق آنها برای انتقال آب همواره مد نظر محققان هیدرولیک بوده است. روابط قدیمی مانینگ-استریکلر، کولگان و کولبروک-وایت تخمین‌های غیر دقیقی برای ضرایب مقاومت جریان در کانال‌های زبر مستطیلی ارائه می‌دهند. در این تحقیق با بکارگیری مدل‌های آزمایشگاهی، مقاومت جریان در کانال‌های مستطیلی با جداره‌های صاف و زبر و استفاده از سه نوع مصالح رودخانه‌ای مورد پژوهش قرار گرفته است. نتایج حاصل نشان می‌دهند که رابطه تصحیح شده استریکلر با میانگین خطای نسبی ۲/۵۶٪ قادر به تخمین ضریب زبری n مانینگ می‌باشد و روابط بازبینی شده کولگان برای کانال‌های صاف و کولبروک-وایت برای کانال‌های زبر با داده‌های آزمایشگاهی مطابقت خوبی با خطای کمتر از ۴/۹۱٪ و ضریب همبستگی ۰/۹۸۳ بدست می‌دهند. در ادامه، روابط تجربی دیگری نیز برای تخمین ضخامت زبری نیکورادزه، k_s بر حسب اندازه قطر ذرات زبر جداره ارائه شده است. با استفاده از الگوی برنامه نویسی بیان ژن (GEP) رابطه صریح جدیدی برای تعیین ضریب اصطکاک، f در کانال‌های مستطیلی با زبری یکنواخت با میانگین خطای نسبی ۵/۱٪ و ضریب همبستگی ۰/۹۸۱ ارائه شده است.

واژه‌های کلیدی: بیان ژن، ضریب اصطکاک، ضریب زبری مانینگ، کانال مستطیلی، مقاومت جریان

An Experimental Study of the Effect of Boundary Roughness in Rectangular Open Channels

Sajjad Javid¹, Mirali Mohammadi^{2*}, Mohsen Najarchi¹, Mohammad Mahdi NajafiZadeh³

Received: 15 September 2015 Accepted: 21 May 2016

¹Department of Civil Engineering, Islamic Azad University, Arak Branch, Arak, Iran.

²Associate Prof. in Civil Eng., Dept. of Civil Eng. Faculty of Eng., Urmia University, Urmia, Iran.

³Department of Mechanical Engineering, Islamic Azad University, Arak Branch, Arak, Iran.

*Corresponding Author: m.mohammadi@urmia.ac.ir

Abstract

In order to precise design, the determination of flow behavior in open channels have always been subjected by the hydraulic researchers. The traditional Manning-Strickler, Keulegan, and Colebrook-White equations provide inaccurate estimations for resistance coefficients in roughened rectangular channels. In this research, flow resistance coefficients both in smooth and rough rectangular channel sections were investigated by using experimental models and three types of river materials. The results show that the revised Strickler formula estimates Manning's n with an average error about 2.56%; and the revised Keulegan equation for smooth and Colebrook-White equation for roughened channels give some good agreements with the experimental measurements by an error of less than 4.91% and a correlation coefficient of 0.983. Some empirical derived equations are also presented which gives the value of Nikuradse sand equivalent roughness, k_s , as a function of roughness diameter size. A new explicit formula presented for friction factor, f , using gene expression programming (GEP) for uniformly roughened rectangular channels with an average relative error 5.1% and the corresponding correlation coefficient, 0.981.

Keywords: Gene Expression, Flow Resistance, Friction Factor, Manning's Roughness Coefficient, Rectangular Channel

مقدمه

است. در حالی که مطالعات محمدی (۱۹۹۸) نشان میدهد تعیین دقیق اثرات جریان های ثانویه و زبری جداره بر مقاومت جریان نیازمند مطالعات بیشتری است. تخمین مقاومت جریان در کانال های روباز به دلیل حائز اهمیت بودن اثرات شکل مقطع کانال (محمدی ۲۰۰۱؛ یانگ و لیم ۲۰۰۵)، تغییرات طولی در هندسه کانال (دوپویس و همکاران ۲۰۱۷)، توزیع تنش برشی پیرامون جداره (نایت و همکاران ۱۹۹۲؛ یانگ ۲۰۱۰) و اثرات جریان ثانویه (تامیناگا و همکاران ۱۹۸۹؛ نایت و همکاران ۲۰۰۷؛ جاوید و محمدی ۲۰۱۲) به سادگی میسر نیست.

با توجه به کاربرد روز افزون کانال ها در پروژه های انتقال آب، جمع آوری و انتقال آب و فاضلاب، و همچنین در صنعت، ارزیابی مقاومت جریان در این نوع سازه ها برای جلوگیری از انتقال آلودگی، فرسایش و رسوب گذاری اهمیت بسزایی دارد. مطالعات پیشین محققان از جمله روابط داریسی-ویسباخ، مانینگ و شزی بر روی خصوصیات کلی جریان توسعه یافته از جمله سرعت متوسط مقطع جریان، زبری و اثرات شکل مقطع بر روی مقاومت جریان صورت پذیرفته

و سطوح زیر مصنوعی با مقیاس ابعادی زیاد روابطی به منظور ارتباط مفهوم هندسی المان‌های زبری و زبری نسبی پیشنهاد نمود. گمیچی و همکاران (۲۰۱۷) نیز با بررسی مقاومت جریان در لوله‌های زهکشی چین دار به ارائه روابطی به منظور تعیین عدد مانینگ در این لوله‌ها پرداخته‌اند. ایشان همچنین ضریب ثابت در رابطه استریکلر را برابر با 0.393 گزارش نمودند. بسیاری از تحقیقات اخیر نیز بر پایه اطلاعات جمع آوری شده میدانی از رودخانه‌ها صورت پذیرفته که در آنها اثر رسوبات متحرک بر مقاومت جریان حائز اهمیت بوده تا حدی که در برخی مطالعات این اثرات برابر با افزایش پنجاه درصدی ارتفاع زبری در کانال مشابه با جداره زبر ثابت گزارش شده است (چنگ ۲۰۱۴).

با توجه به اهمیت این کانال‌ها در پروژه‌های مهندسی، پایش مقاومت جریان با ارزیابی اثرات انواع زبری و ترکیبات مختلف زبری جداره در کانال‌های مختلط تحت شرایط آزمایشگاهی بسیار با اهمیت جلوه می‌نماید. در این راستا، این مقاله با استفاده از مطالعات آزمایشگاهی بر روی کانال مستطیلی با زبری جداره ثابت، با استفاده از ۳ نوع مصالح رودخانه‌ای به بررسی اثرات زبری جداره بر مقاومت جریان در اینگونه کانال‌ها می‌پردازد. در این خصوص، با توجه به اینکه روش‌های کلاسیک تعیین ضریب زبری مانینگ مشکلاتی در تعیین دقیق این ضرایب دارند، روابطی تجربی به منظور تعیین زبری مانینگ و داریسی-ویسباخ در کانال‌های زبر یکنواخت و صاف ارائه شده است.

مواد و روش‌ها

تحلیل نظری موضوع

راوس (۱۹۶۵) مقاومت جریان را تابعی بدون بعد

به شکل زیر تعریف نمود

$$f = F(\text{Re}, K, \eta, N, F, \beta) \quad [1]$$

که در آن f ضریب اصطکاک داریسی-ویسباخ؛ Re ، عدد رینولدز جریان؛ K ، زبری نسبی که به صورت k_s/R تعریف می‌شود و k_s ، زبری نسبی نیکورادزه^۳ و R

در دهه‌های گذشته پس از شزی، مانینگ و داریسی-ویسباخ مطالعات بسیاری از جمله نیکورادزه (۱۹۳۳)، کولگان (۱۹۳۸) پیلائی (۱۹۷۰)، کاظمی پور و آپلت (۱۹۸۰)، ین (۱۹۹۲)، محمدی (۱۹۹۸)، زئنگ و همکاران (۲۰۱۵) و چنگ (۲۰۱۷) بر روی کانال‌ها با جداره‌های صاف و زبر صورت پذیرفته است. تحقیقات نشان می‌دهند روابط تجربی کارمن-پرانندتل^۱ و کولبروک-وایت^۲ که به منظور تعیین مقاومت جریان از آزمایشات بر روی لوله‌ها بدست آمده‌اند، قابل استفاده در کانال‌های روباز نبوده و نتایج غیر دقیقی ارائه می‌دهند. بر همین اساس بسیاری از محققان از جمله یوئن (۱۹۸۹)، جاوید (۱۳۹۰)، جاوید و محمدی (۱۳۹۱) و تزله پیس و همکاران (۲۰۱۵) با مطالعه بر روی انواع کانال‌های مرکب، مستطیلی و ذوزنقه‌ای صاف سعی بر مطالعه رفتار جریان و درک چگونگی ساختار مقاومت، توزیع سرعت و توزیع تنش برشی جریان در اینگونه کانال‌ها نموده‌اند. بسیاری از محققان با مطالعه بر روی کانال‌های زبر شده با استفاده از مصالح مصنوعی از جمله نایت و مک دونالد (۱۹۷۹) و جسون و همکاران (۲۰۱۲) و یا با استفاده از رسوبات رودخانه‌ای مانند الحمید (۱۹۹۱) و محمدی (۱۹۹۸)، گام‌های موثری در شناخت الگوی توزیع مقاومت جریان پیرامون جداره کانال‌های زبر برداشته‌اند. با این وجود تحقیقات بسیار کمی در خصوص رفتار جریان و متعاقباً مقاومت جریان در کانال‌ها با جداره ثابت صورت گرفته است.

لوپز و باراکان (۲۰۰۸) با مطالعه و جمع آوری داده‌های جریان در رودخانه‌ها با بستر شنی به ارائه روابطی برای تخمین زبری نسبی پرداخته‌اند. زنگ و همکاران (۲۰۱۵) خصوصیات جریان کم عمق بر روی بستر زبر ثابت متشکل از شن رودخانه‌ای مورد مطالعه قرار داده و پیشنهاداتی برای عدد ثابت ون-کارمن در رابطه عمومی قانون مقاومت جریان ارائه نموده‌اند. همچنین ایشان در مطالعات خود ضریب ثابت در رابطه استریکلر را که در بخش‌های آتی بدان اشاره خواهد شد را برابر 0.4 پیشنهاد نمودند. چنگ (۲۰۱۷) برای لوله‌ها

¹ Karman-Prandtl

² Colebrook-White

³ Nikuradse

حسب متر می‌باشد. مطالعات آزمایشگاهی و میدانی اندکی برای ارزیابی روش‌های ذکر شده در جدول ۱ انجام یافته است.

جدول ۱- مقادیر پیشنهاد شده قطر ذرات در رابطه استریکلر.

مرجع	قطر ذرات	C'	$1/C'$
استریکلر (۱۹۲۳)	d_{50}	۰/۰۴۷۸	۲۱/۱
مایر-پیتر و مولر (۱۹۴۸)	d_{90}	۰/۰۳۸۵	۲۶
کولگان (۱۹۴۸)	d_{50}	۰/۰۳۹۵	۲۵/۳
ایر می (۱۹۴۹)	d_{90}, d_{65}	۰/۰۴۱۶ و ۰/۰۲۴۹	۲۴ و ۴۰/۲
لین و کارلسون (۱۹۵۳)	d_{75}	۰/۰۴۷۳	۲۱/۱۴
هندرسون (۱۹۶۶)	d_{50}	۰/۰۱۴۱	۲۴/۳۹
هیگر (۱۹۹۹)	d_{50}	۰/۰۴۸	۲۰/۸۳
اشتورم (۲۰۱۰)	d_{50}	۰/۰۳۹	۲۵/۶۴

هرچند تلاش‌هایی در این راستا توسط الحمید (۱۹۹۱)، یوئن (۱۹۸۹) و محمدی (۱۹۹۸) به ترتیب بر روی مقاطع دوزنقه‌ای، مستطیلی و کف V شکل صورت گرفته است. بنابراین تعیین کارآمدترین روش برای تعیین زبری مانینگ در کانال‌های زبر نیازمند انجام مطالعات آزمایشگاهی جامع بوده که این مهم مورد توجه نویسندگان مقاله حاضر بوده است.

ضریب اصطکاک داریسی-ویسباخ، f

هندرسون (۱۹۶۶) به اثرات سطح آزاد جریان سیال، نامنظمی توزیع تنش برشی پیرامون جداره و اثرات جریانات ثانویه بر روی مقاومت جریان در کانال‌های روباز علاوه بر اثرات رینولدز جریان و زبری نسبی توجه نمود و اظهار داشت برای کانال‌های صاف اثرات زبری جداره بر روی مقاومت جریان ناچیز بوده و همان طور که پراندتل (۱۹۳۲) در مطالعات بر روی لوله‌ها صاف بدان اشاره داشته، مقاومت جریان تحت تأثیر عدد رینولدز قرار می‌گیرد. در حالیکه برای لوله‌های زبر عدد رینولدز در تعیین مقاومت نقش بسزایی نداشته و مقاومت جریان مستقیماً به زبری نسبی وابستگی پیدا میکند. این نظریه مورد توجه بسیاری از محققان در دهه‌های اخیر در مطالعات بر روی مقاطع مختلف از

شعاع هیدرولیکی مقطع است؛ F ، عدد فرود جریان؛ β ، پارامتر جریان غیر دائمی؛ η ، هندسه مقطع و N ، پارامتر غیر یکنواختی مقطع است. در کانال‌های روباز مطالعه بر روی مقاومت جریان معمولاً با استفاده از روابط مانینگ، شزی و داریسی-ویسباخ که در ذیل آمده است، صورت می‌پذیرد.

$$n = \frac{K_n}{U} R^{2/3} S^{1/2} \quad [۲]$$

$$f = \frac{8g}{U^2} RS \quad [۳]$$

$$C = U / \sqrt{RS} \quad [۴]$$

در این روابط K_n پارامتر داری بعد برابر با ۱ ($m^{1/2}/s$) در سیستم واحدهای بین‌المللی SI و ۱/۴۸۶ ($ft^{1/2}/s$) در سیستم واحدهای انگلیسی؛ U ، سرعت متوسط جریان و S ، شیب خط انرژی می‌باشد. این روابط را می‌توان به صورت زیر با یکدیگر در ارتباط دانست.

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = \frac{C}{\sqrt{g}} = \frac{K_n}{\sqrt{g}} \frac{R^{1/6}}{n} \quad [۵]$$

هر چند در مطالعات مکانیک سیالات ابتدا ضریب داریسی-ویسباخ توسعه داده شده است اما استفاده از ضریب زبری مانینگ در کانال‌های روباز ترجیح داده می‌شود.

ضریب زبری مانینگ، n

نیکورادزه (۱۹۳۳) با مطالعه بر روی لوله‌ها و مقایسه آنها با نتایج آزمایشات بر روی سطوح زبر به ارائه مفهوم زبری نسبی پرداخت که تبدیل به یک روش متداول در تعیین زبری در لوله‌ها و کانال‌های باز شد. از جمله این روش‌ها فرمول تجربی استریکلر (۱۹۲۳) است که مورد استفاده بسیاری از محققان در دهه‌های اخیر قرار گرفته است.

$$C' = \frac{n}{d_m^{1/6}} \quad [۶]$$

برخی از مقادیر پیشنهاد شده C'_n توسط محققان در جدول ۱ آمده است که در آنها d_m قطر مربوط به درصد عبوری m درصد از مصالح مورد استفاده بوده و بر

جدول ۲- مقادیر پیشنهاد شده ضرایب رابطه کولبروک-وایت.

توضیحات	d_3	d_2	d_1	مرجع	شکل مقطع کانال
	۲/۵۲	۱۴/۸۳	۲	کولبروک (۱۹۳۹)	دایروی
	۳/۴۱	۱۱/۰۹	۲/۰۳	کولگان (۱۹۳۸)	کانال عریض
	۱/۷	۱۰/۹۵	۲/۰۳	راوس (۱۹۶۵)	کانال عریض
	۳/۰۳۳	۱۲/۲	۲/۰۳	تیجسی (۱۹۴۹)	کانال عریض
	۲/۵	۱۲	۲	هندرسون (۱۹۶۶)	کانال عریض
	۲/۷۷	۱۲/۹	۲	گراف (۱۹۷۱)	کانال عریض
	۳/۴	۱۲/۴	۲	رینیوس (۱۹۶۱)	کانال عریض
عرض به ارتفاع=۴	۲/۹	۱۴/۴	۲	رینیوس (۱۹۶۱)	مستطیلی
عرض به ارتفاع=۲	۲/۸	۱۴/۸	۲	رینیوس (۱۹۶۱)	مستطیلی

$$k_s = \alpha \cdot d_m \quad [10]$$

که در آن d_m بیانگر قطری از رسوبات می باشند که از m درصد کل رسوبات کوچکتر بوده و α ضریب تناسب می باشد. محققان بسیاری در این زمینه مطالعات گسترده ای با استفاده از این رابطه انجام داده‌اند که برخی از این نتایج در جدول ۳ آمده است.

جدول ۳- برخی مقادیر پیشنهاد شده برای زبری نسبی.

$\alpha = k_s/d_m$	قطر ذرات، d_m	منبع
۱/۲۳	d_{35}	اکرز و وایت (۱۹۷۳)
۳/۳	d_{50}	استریکلر (۱۹۲۳)
۱	d_{50}	کولگان (۱۹۳۸)
۶/۶	d_{50}	هموند و همکاران (۱۹۸۴)
۱/۵	d_{65}	ایرمی (۱۹۴۹)
۲	d_{65}	انگوند و هنسن (۱۹۶۷)
۲/۹۵	d_{84}	وایتینگ و دیتیش (۱۹۹۰)
۱/۵	d_{84}	کولوسیمو و همکاران (۱۹۸۶)
۲/۸	d_{84}	لوپز و باراگان (۲۰۰۸)
۲	d_{90}	کمفوس (۱۹۷۴)
۱/۵	d_{90}	آیکیدا و همکاران (۱۹۸۸)

بنابراین، به منظور تعیین مقاومت جریان در کانال‌های روباز، تخمین دقیق k_s در روابط ۷ و ۹ از جمله پیچیدگی‌هایی است که از اهمیت بسزایی برخوردار بوده و بسیاری از محققان در دهه‌های اخیر را به چالش واداشته است. مطالعات محمدی (۱۹۹۸) نیز نشان می‌دهد مقادیر k_s تحت تأثیر شکل و ویژگی‌های جریان نیز قرار می‌گیرد.

جمله کانال‌های عریض و مستطیلی صاف بوده است (چنگ ۲۰۱۴). کولگان (۱۹۳۸) مقاومت جریان را بر پایه نظریه توضیح لگاریتمی سرعت در مقطع جریان برای کانال‌های زبر روباز به صورت رابطه ۷ و برای کانال‌های صاف مطابق رابطه ۸ ارائه نمود

$$\frac{U}{u_*} = c_1 + c_2 \log[R/k_s] \quad [7]$$

$$\frac{U}{u_*} = c_3 + c_4 \log[\sqrt{8/f} R_e] \quad [8]$$

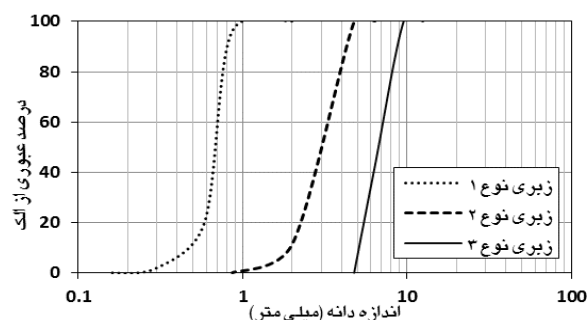
که در آن $u_* = (gRS)^{1/2}$ سرعت برشی جریان و c_1 ، c_2 ، c_3 و c_4 ضرایب ثابت بوده که با توجه به مطالعات تجربی کولگان (۱۹۳۸) c_1 و c_2 به ترتیب برابر ۶/۲۵ و ۵/۷۵ می باشند. سایر محققان نیز همچون گراف (۱۹۸۴) برای مقاطع عریض و گراف و همکاران (۱۹۹۱) برای مقاطع نیمه عمیق به تعیین این ضرایب پرداخته‌اند. کولبروک-وایت (۱۹۳۷) رابطه ۹ را برای جریان‌ها با اعداد رینولدز کمتر از ۲۵۰۰۰ ارائه نمود.

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -d_1 \log\left(\frac{k_s}{d_2 R} + \frac{d_3}{4 \text{Re} \sqrt{f}}\right) \quad [9]$$

که در آن d_1 ، d_2 و d_3 ضرایب ثابت بوده و نتایج تحقیقات تعدادی از محققان در جدول ۲ ارائه شده است. بر اساس تحقیقات انجام گرفته، زبری نسبی نیکورادزه، k_s را می‌توان به صورت رابطه ۱۰ بیان نمود.



شکل ۲ - نمونه زبری ساخته شده با استفاده از سه نوع مصالح.



شکل ۱ - نمودار دانه بندی مصالح مصرفی.



شکل ۳ - نمونه کانال‌های زبر تهیه شده با استفاده از قطعات پیش ساخته.

مطالعات آزمایشگاهی

به منظور مطالعه بر روی کانال‌های مستطیلی با جداره زبر، آزمایشاتی در فلوم آزمایشگاهی دانشکده فنی دانشگاه ارومیه صورت پذیرفته است. فلوم آزمایشگاهی به طول ۱۵/۴ متر با جداره‌های شیشه‌ای به ارتفاع ۰/۴۵ متر و کف آلومینیومی به عرض ۰/۳۰۲ متر بوده که در آن برای دستیابی به جداره کاملاً صاف از قطعات دو متری شیشه در کف آن بهره برده شده است. فلوم آزمایشگاهی توسط جک‌های هیدرولیکی قادر به تغییر شیب کانال بوده که حداکثر شیب قابل دستیابی برابر با ۲٪ بوده است. مقادیر شیب توسط حس‌گرهای دیجیتالی که قبلاً صحت سنجی شده‌اند، محاسبه گردیده‌اند. آب مورد نیاز توسط پمپ‌ها از مخازن به درون کانال منتقل و دبی مورد نیاز توسط اینورتر^۴ الکتریکی و همچنین شیرهای موجود قابل تغییر بوده است. حداکثر دبی قابل دستیابی برابر با ۵۰ لیتر بر ثانیه و مطابق صحت سنجی‌های صورت گرفته به روش اندازه‌گیری حجمی درصد خطای استاندارد در حدود ۰/۹٪ داشته است. دمای آب نیز در طول انجام

آزمایشات با دماسنجی به دقت ۰/۱ درجه سانتیگراد مورد اندازه‌گیری قرار گرفته است.

به منظور ارزیابی اثرات زبری در کانال‌های مستطیلی بر روی الگوی توزیع سرعت جریان، تنش‌های برشی پیرامون جداره و تعیین مقاومت جریان تحت جریان یکنواخت و دائمی، آزمایشاتی با استفاده از سه نوع مصالح رودخانه‌ای و ۵ نوع مختلف ترکیبات زبری بر روی دیواره‌ها و بستر مورد بررسی قرار گرفته‌اند. مصالح رودخانه‌ای قبلاً توسط الک‌های استاندارد *ASTM* به سه رده مختلف تقریباً یکنواخت تقسیم بندی شده که در شکل ۱ نمودار دانه بندی هر سه نوع مصالح الک شده ارائه گردیده است. مصالح بدست آمده توسط چسب ضد آب بر روی قطعات ۱ متری شیشه چسبانیده و در درون کانال تعبیه شده‌اند. در شکل ۲ نمونه‌های آماده شده قطعات پیش ساخته و در شکل ۳ چند نمونه از کانال‌های زبر شده نشان داده شده‌اند. مقادیر d_{84} برای این سه نوع مصالح در جدول ۴ آمده است. همچنین برای تعیین مقادیر هندسی جریان مانند مساحت مقطع و ارتفاع جریان از میانگین هندسی اندازه‌گیری شده ارتفاع زبری در قطعات ساخته شده استفاده

⁴ Inverter

در شکل ۴-ب تغییرات مانینگ جریان به ازای مقادیر مختلف نسبت عرض به طول مقطع (B/H) برای انواع مختلف زبری با در نظر گرفتن دبی و شیب‌های مختلف نشان داده شده است. همانطور که در شکل ۴-ب آمده است، با عریض تر شدن مقطع جریان برای کانال صاف مانینگ جریان کاهش یافته در حالی که با افزایش زبری مقطع این روند به شکل صعودی است. بنابراین در نظر گرفتن یک عدد مانینگ ثابت برای کانال‌ها با نسبت عرض به عمق متفاوت به دور از واقعیت است. در شکل ۴-ج تغییرات مقاومت جریان به ازای پارامتر رینولدز جریان برای انواع زبری با در نظر گرفتن دبی و شیب‌های مختلف نشان داده شده است. همانطور که از این شکل پیداست، مقاومت جریان برای کانال صاف کمتر تحت تاثیر رینولدز جریان قرار میگیرد اما با افزایش زبری و همچنین افزایش رینولدز جریان، مقادیر f کاهش می یابند. در شکل ۴-د نیز برای شیب ثابت 0.004 ، تغییرات مقاومت جریان با افزایش عدد رینولدز برای انواع زبری و دبی‌های مختلف نشان داده شده است. همانطور که از شکل ۴-د بدست می‌آید، مقادیر f برای کانال صاف مستطیلی عموماً کمتر از مقادیر f بدست آمده از رابطه مقاومت لوله‌های صاف بوده و با افزایش زبری نیز مقادیر مقاومت جریان اعداد بزرگتری اختیار می نمایند. اگرچه افزایش زبری موجب می‌گردد مقادیر مقاومت جریان بیشتر تحت تاثیر عدد رینولدز قرار گرفته و با افزایش آن کاهش می‌یابند.

ضریب زبری مانینگ، n

برای تعیین C' ، می توان شکل کلی رابطه ۶ را به صورت رابطه ۱۱ با نتایج آزمایشگاهی بدست آمده برای هر سه نوع زبری با استفاده از نرم افزار SPSS مورد مقایسه قرار داد.

$$n_i = b_1 d_m^{1/b_2} \quad [11]$$

که در آن b_1 و b_2 ضرایب ثابت هستند. نتایج بررسی آماری نشان می دهد استفاده از مقادیر d_{84} در مقایسه با استفاده از سایر قطر ذرات ارائه شده در جدول ۱ نتایج مطلوب تری ارائه می دهد. ضرایب b_1 و b_2 برای مقادیر مختلف d_{84} با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی به ترتیب برابر با 0.475 و $5/6$ بدست آمد.

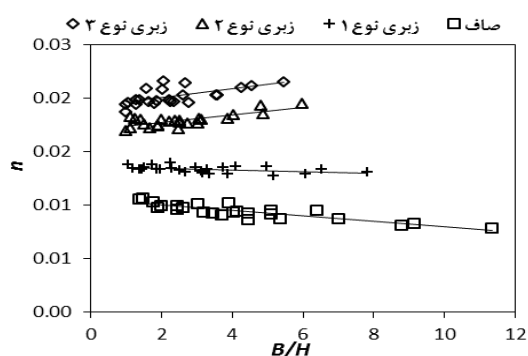
شده است. در مجموع تعداد ۳۹۳ آزمایش در دبی‌ها و شیب‌های مختلف انجام گردیده، که از این تعداد ۲۹۶ آزمایش بر روی مقاطع زبر مختلط و ۹۷ آزمایش بر روی کانال‌ها با جداره زبر یکنواخت و کانال صاف صورت پذیرفته است. در این آزمایشات دبی‌های اصلی برابر با ۱۵، ۳۰ و ۴۰ لیتر در ثانیه به ازای شیب‌های مختلف کانال برابر 0.001 ، 0.002 ، 0.004 ، 0.009 و 0.016 مورد آزمایش قرار گرفته‌اند که در آنها پروفایل سرعت، تنش‌های برشی پیرامون جداره و عمق جریان تحت شرایط جریان دائمی و یکنواخت مورد اندازه گیری قرار گرفته است. همچنین دبی‌های ۱۰ و ۲۵ لیتر بر ثانیه نیز برای تکمیل داده‌های آزمایشگاهی به منظور استخراج نمودار دبی-اشل انتخاب گردیده‌اند. شایان ذکر است در تحقیق حاضر از تعداد ۹۷ داده آزمایشگاهی مربوط به کانال‌های زبر یکنواخت و صاف استفاده شده است.

نتایج و بحث

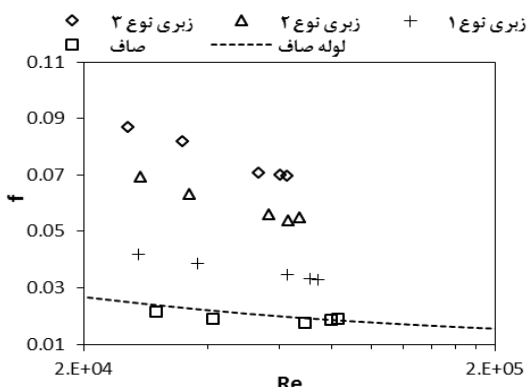
همان طور که در بخش‌های پیشین ذکر شد، برآورد ضریب زبری مانینگ و ضریب اصطکاک داریسی-ویسباخ در روابط ۱ و ۵ بستگی به خصوصیات جریان در مقطع کانال دارد. بدین منظور با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی ابتدا مقادیر مقاومت جریان توسط روابط ۲ و ۳ محاسبه گردیده و سپس در خصوص روش‌های تخمین مقاومت جریان که در بخش‌های بعدی مورد بحث قرار می گیرد ارزیابی‌هایی مجزا صورت گرفته است. در این خصوص، از آنجایی که نمودار دبی-اشل از جمله مهمترین نمودارهای مطالعات مقاومت جریان است به عنوان یک نمونه در شکل ۴-الف بازای دبی‌های مختلف، انواع زبری و برای شیب 0.004 آمده است.

جدول ۴- مشخصات مصالح مصرفی.

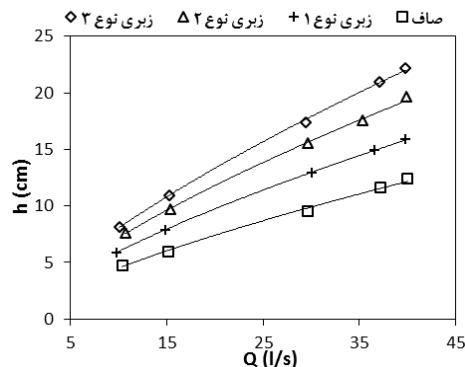
نوع زبری	d_{35} mm	d_{50} mm	d_{84} mm	d_{90} mm
R_1	۰/۶۵۳	۰/۶۹۷	۰/۸۲	۰/۸۴
R_2	۲/۶۳	۳/۲	۴/۲۶	۴/۴۵
R_3	۶/۱۲	۶/۷۱	۸/۶۴	۸/۹۷



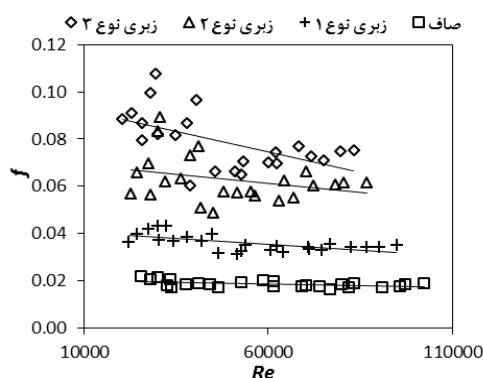
ب



د



الف



ج

شکل ۴- الف- نمودار دبی اشل برای زبری های مختلف به ازای شیب ۰/۰۰۴ ب- مقایسه تغییرات مانینگ n نسبت به تغییرات B/H مقطع برای زبری مختلف ج- مقایسه تغییرات ضریب f نسبت به عدد رینولدز برای انواع مختلف زبری د- نمودار تغییرات ضریب f نسبت به تغییرات عدد رینولدز برای انواع مختلف زبری به ازای شیب ۰/۰۰۴

حاصل از رابطه ۱۱ را نشان میدهد. اگر چه شکل ۵-الف بیانگر ناکارآمدی روش فوق در تعیین دقیق زبری مانینگ در کانال ها با زبری جداره یکنواخت است اما از رابطه ۱۱ با ضرایب اصلاحی جدید می توان در مطالعات مقاومت جریان در کانال های زبر مختلط برای نتایج دقیق تر بهره برد؛ با این وجود ارائه تمهیداتی به منظور تعیین مقاومت جریان در کانال های زبر یکنواخت حائز اهمیت بوده که در ادامه به آن پرداخته می شود.

ضریب اصطکاک داریسی-ویسباخ، f

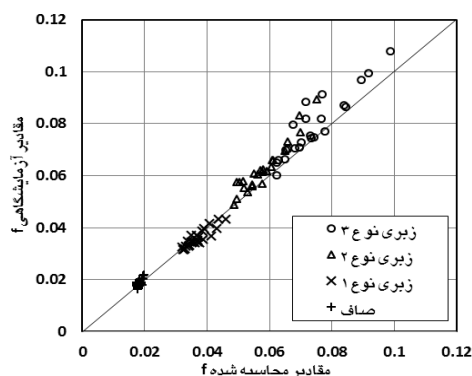
همان طور که در روابط ۱، ۷ و ۹ بیان شد، k_s زبری نسبی بوده و بسیاری از محققان سعی در ارائه روابطی برای بیان ارتباط این ضریب با مشخصات فیزیکی زبری در کانال ها نموده اند. تفاوت ها در روابط ارائه شده برای بیان ارتباط این ضریب با هندسه زبری

با تعریف تابع خطای نسبی به صورت:

$$Relative\ Error = \left| \frac{Calculated - Measured}{Measured} \right| \quad [12]$$

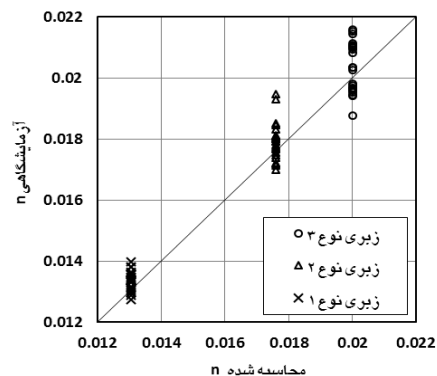
نتایج تحلیل های عددی بیانگر این است که رابطه ۱۱ با استفاده از مقادیر مختلف d_{84} در مقایسه با داده های آزمایشگاهی با میانگین خطای ۲/۵۶٪ و ضریب همبستگی در حدود ۰/۹۸ مطابقت دارند. همچنین سایر روش های ارائه شده در جدول ۱ برای تخمین عدد مانینگ با استفاده از شکل اصلی رابطه ارائه شده مطابق رابطه ۶، با میانگین خطای حداقل ۸/۲٪ با داده های آزمایشگاهی تطابق دارند. هر چند رابطه ۱۱ با ضرایب اصلاحی جدید با خطای میانگین قابل قبولی می تواند ضرایب زبری مانینگ را تعیین نماید اما پرواضح است این رابطه بازای شرایط مختلف جریان (برای مثال شعاع هیدرولیکی و عدد رینولدز) مقادیر ثابتی را ارائه میدهد. شکل ۵-الف مقایسه نتایج آزمایشگاهی با نتایج

زبری در تحقیقات آزمایشگاهی و میدانی بر می‌گردد.



ب

مشخص، به شکل مقطع و نحوه اندازه‌گیری مقادیر



الف

شکل ۵-الف- مقایسه ضریب زبری مانینگ آزمایشگاهی و رابطه ۱۱ ب-مقایسه ضریب داریسی-ویسباخ آزمایشگاهی با روابط ۱۳ و ۱۴.

۹ نیز تکرار گردید. در این خصوص پس از ۱۸ مرتبه تکرار و تثبیت ضرایب ثابت، می‌توان رابطه ۹ را برای کانال‌های مستطیلی و زبر یکنواخت به صورت رابطه ۱۵ ارائه نمود. نمودار نکویی برازش رابطه ۱۵ بر داده‌های آزمایشگاهی در شکل ۶-الف آمده است. مقادیر میانگین خطای نسبی و ضریب همبستگی بین داده‌های آزمایشگاهی و روابط ۱۳، ۱۴ و ۱۵ در جدول ۵ آمده است.

همانطور که در جدول ۵ آمده است، روابط ارائه شده توسط کولگان (۱۹۳۸) برای کانال‌های صاف پس تصحیح انجام گرفته نسبت به رابطه ۱۵ نتایج دقیق‌تری ارائه می‌دهد. در خصوص کانال‌ها با جداره زبر نیز رابطه تصحیح شده کولبروک-وایت (رابطه ۱۵) در مقایسه با رابطه ۱۳ مطابقت بیشتری با داده‌های آزمایشگاهی دارد. به منظور تعیین مقادیر k_s متناظر با هر یک از سطوح بکار رفته در آزمایشات، با توجه به اینکه در روابط ۱۳ و ۱۴ تعریف دقیقی از چگونگی تقسیم و مرز میان کانال‌ها با جداره صاف و زبر مشخص نشده، بنابراین مقادیر زبری نسبی با استفاده از رابطه ۱۵ و داده‌های آزمایشگاهی برای هر سه نوع زبری بکار رفته در آزمایشات مورد محاسبه قرار گرفتند. مقادیر متوسط k_s بدست آمده در جدول ۶ آمده است.

برای تعیین مقادیر k_s ابتدا با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی بر روی کانال‌های زبر و رابطه ۷ مقادیر زبری نسبی برای هر سه نوع مصالح استفاده شده محاسبه گردیده و سپس به منظور تدقیق نتایج و اصلاح رابطه ۷، مقادیر زبری نسبی محاسبه شده با کمک داده‌های آزمایشگاهی و استفاده از نرم افزار SPSS ضرایب c_1 و c_1 در رابطه ۷ مورد تحلیل قرار گرفتند. این رویه مکرراً انجام شد تا حداکثر تطابق با داده‌های آزمایشگاهی بدست آید. نتایج بررسی داده‌های آزمایشگاهی نشان می‌دهد رابطه ۷ را می‌توان برای کانال‌های مستطیلی با جداره زبری یکنواخت به صورت زیر ارائه نمود.

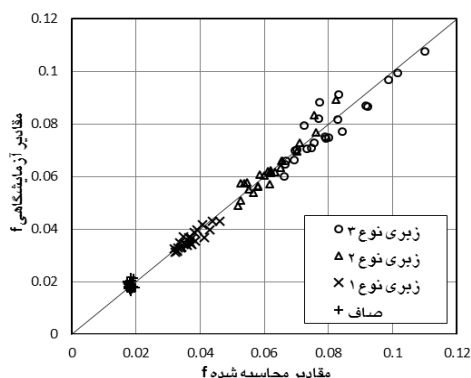
$$\frac{U}{u_*} = 6.271 + 5.747 \log[R/k_s] \quad [13]$$

همچنین تحلیل ضرایب c_3 و c_4 توسط نرم افزار SPSS در مقابل داده‌های آزمایشگاهی برای کانال با جداره صاف نشان داد که رابطه ۸ را می‌توان برای کانال‌های مستطیلی صاف به شکل زیر ارائه نمود

$$\frac{U}{u_*} = 8.444 + 2.052 \log[\sqrt{8/f} R_e] \quad [14]$$

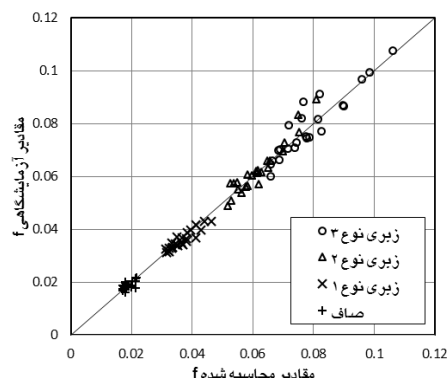
شکل ۵-ب مقایسه مقادیر بدست آمده f از دو رابطه ۱۳ و ۱۴ را با داده‌های آزمایشگاهی نشان میدهد.

همچنین در خصوص رابطه کولبروک-وایت نیز رویه‌ای همانند آنچه در خصوص رابطه ۱۳ ذکر شد، برای رابطه



ب

ب- مقایسه داده‌های آزمایشگاهی با نتایج رابطه ۱۷.



الف

شکل ۶- الف-مقایسه داده‌های آزمایشگاهی با نتایج رابطه ۱۵

که در آن d_{84} بر حسب میلی متر می باشد. همچنین، با توجه به اینکه رابطه ۱۴ و ۱۵ به صورت غیر صریح مقادیر زبری داری-ویسباخ را تعیین می نماید، ارائه رابطه ای صریح به منظور تعیین مقاومت جریان در این کانالها ضروری به نظر می رسد. در همین رابطه، با استفاده از روش ارائه شده توسط عظمت الله و همکاران (۲۰۱۲) و بهره گیری از الگوی برنامه نویسی بیان ژن و بسته نرم افزاری GeneXPro Tools 5، می توان رابطه ۱۷ را با خطای نسبی ۵/۱٪ و ضریب همبستگی ۰/۹۸۱ نسبت به داده‌های آزمایشگاهی برای تخمین مقادیر f در کانالهای مستطیلی با جداره زبر و صاف ارائه نمود. لازم به ذکر است روند کار با بسته نرم افزاری فوق همانند آنچه در عظمت الله و همکاران (۲۰۱۲) ذکر گردیده، اتخاذ شده است. با این تفاوت که پارامترهای k_s/R و Re به عنوان پارامتر ورودی و f به عنوان پارامتر خروجی به نرم افزار معرفی گردیده و طول سر در هر کروموزوم برابر با ۱۵ و تعداد ژن‌ها معادل ۲ انتخاب گردیده‌اند. مقایسه داده‌های آزمایشگاهی و مقادیر محاسبه شده f از رابطه ۱۷ در شکل ۶-ب آمده است.

$$f = 0.48 \left[-\log \left(\frac{k_s}{25R} \right) + \frac{1.25}{R_e^2} \right]^{-2.84} + 0.011 \quad [17]$$

با توجه به عدم وجود داده‌های آزمایشگاهی از سایر منابع، امکان بررسی رابطه مذکور برای کانالها با مقاطع زبر مستطیلی به کمک داده‌های آزمایشگاهی سایر محققان میسر نگردید. با این وجود برای مقطع با

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2.094 \log \left(\frac{k_s}{13.25R} + \frac{7.297}{4Re\sqrt{f}} \right) \quad [15]$$

جدول ۵- مقادیر خطا و ضرایب همبستگی.

شماره رابطه	زبری جداره	میانگین خطا (%)	ضریب همبستگی
۱۳	زبر	۷/۱۰	۰/۹۸۳
۱۴	صاف	۴/۹۱	۰/۹۸۸
۱۵	زبر	۴/۲۶	۰/۹۸۳
۱۵	صاف	۵/۶۸	۰/۹۸۴
۱۸	زبر	۴/۵۹	۰/۹۸۲
۱۸	صاف	۶/۶۸	۰/۹۸۱

بررسی‌های بعمل آمده نشان میدهند که α در رابطه ۱۰ عدد ثابتی نبوده و با افزایش مقادیر d_{84} ، مقدار α کاهش می‌یابد. مقادیر بدست آمده α در جدول ۶ آمده است.

جدول ۶- مقادیر بدست آمده k_s و α بر اساس

نوع مصالح مصرفی.

α	k_s (mm)	جنس مصالح زبری
۲/۰۰۶	۱۷/۳۳۹	زبری نوع ۳
۲/۳۹۰	۱۰/۱۸۸	زبری نوع ۲
۲/۸۱۴	۲/۳۰۵	زبری نوع ۱
-	۰/۰۵۶	صاف

برای محاسبه این پارامتر میتوان رابطه ۱۶ را با میانگین خطای نسبی ۳/۰٪ و ضریب همبستگی بزرگتر از ۰/۹۹ به ازای مقادیر مختلف d_{84} ارائه نمود

$$\alpha = (0.35 + 0.018d_{84})^{-1/0.974} \quad [16]$$

وسیعی در تخمین ضریب زبری مانینگ برای سطوح مشخص دارد مورد بازبینی قرار گرفته و بررسی‌های عددی نشان می‌دهند رابطه اصلاح شده با درصد خطایی حدود ۴/۴۲٪ می‌تواند در مطالعات بر روی کانال‌ها با زبری مختلط نتایج دقیقتری ارائه دهد.

روابط کولگان (۱۹۳۸) و کولبروک-وایت (۱۹۳۷) به منظور تعیین مقاومت جریان در کانال‌های روباز با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی مورد ارزیابی و تصحیح قرار گرفتند. نتایج مطالعات عددی نشان می‌دهد رابطه بازبینی شده کولبروک-وایت (رابطه ۱۵) می‌تواند با دقت بالاتری نسبت به سایر روابط ارائه شده مقادیر مقاومت جریان در کانال‌ها با زبری جداره را با خطای نسبی کمتر از ۴/۲۶٪ و ضریب همبستگی بیشتر از ۰/۹۸۳ تعیین نماید. رابطه تصحیح شده کولگان (رابطه ۱۴) نیز برازش بهتری نسبت به سایر روش‌های ارائه شده با خطای نسبی ۴/۹۱٪ بر داده‌های آزمایشگاهی دارد.

به منظور تعیین مقادیر زبری نسبی در مواردی که داده‌های آزمایشگاهی موجود نباشند، رابطه ۱۶ قادر به تخمین این مقادیر با خطایی در حدود ۰/۲٪ می‌باشد. نتایج پژوهش انجام یافته نشان می‌دهد که ضریب تناسب رابط میان مقادیر d_{84} ذرات و زبری نسبی عددی ثابت نبوده و با افزایش قطر ذرات این مقدار کاهش می‌یابد. رابطه ۱۷ نیز که با بهره‌گیری از الگوی برنامه نویسی بیان ژن بدست آمده، می‌تواند به صورت صریح مقادیر مقاومت جریان در کانال مستطیلی با جداره صاف و زبر را با خطایی در حدود ۵/۱٪ و ضریب همبستگی ۰/۹۸۱ نسبت به داده‌های آزمایشگاهی تعیین نماید.

جداره صاف با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی نایت و همکاران (۱۹۸۴) که در کانال صاف صورت پذیرفته بود، بهره برده شده است. آزمایشات ایشان علی‌رغم شیشه استفاده شده در این تحقیق، بر روی کانال صاف از جنس صفحات فلزی انجام پذیرفته است. بنابراین مقادیر k_s سطوح بدست آمده برای داده‌های آزمایشگاهی نایت و همکاران (۱۹۸۴) با نتایج تحقیق حاضر متفاوت خواهد بود. بررسی‌های آماری نشان می‌دهند رابطه ۱۷ با داده‌های آزمایشگاهی نایت و همکاران (۱۹۸۴) مطابقت خوبی با درصد خطای نسبی میانگین کمتر از ۹/۰۳٪ دارند. نویسندگان این مقاله عقیده دارند می‌توان از رابطه تصحیح شده کولبروک-وایت (رابطه ۱۵) و روابط ارائه شده ۱۶ و ۱۷ برای تعیین مقادیر مقاومت جریان در کانال‌ها با زبری معادل d_{84} بزرگتر از ۸/۶۴ میلی‌متر نیز بهره برد، اما در این خصوص به مطالعات آزمایشگاهی بیشتری نیاز است. با این وجود، برای کانال‌های دارای زبری یکنواخت با اندازه زبری معادل d_{84} کوچکتر از ۸/۶۴ میلی‌متر مطالعات عددی بسیاری صورت پذیرفته که همگی مؤید صحت روابط ارائه شده در محدوده شرایط جریان مورد مطالعه بوده است.

نتیجه‌گیری

با توجه به اهمیت تعیین مقاومت جریان، تعیین دقیق ضریب زبری مانینگ و ضریب اصطکاک داریسی-ویسباخ در کانال‌های انتقال آب نقش بسزایی را ایفاء می‌نماید. در این پژوهش به منظور بررسی چگونگی تأثیر پذیری مقاومت جریان از نوع زبری جداره، آزمایشات متعددی در کانال مستطیلی با جداره‌های صاف و زبر، و بکارگیری ۳ نوع مصالح رودخانه‌ای صورت گرفته است. با استفاده از نتایج داده‌های آزمایشگاهی، رابطه استریکلر (۱۹۲۳) که کاربرد

منابع مورد استفاده

- Ackers P and White W R, 1973. Sediment transport: new approach and analysis. J. of the Hydraulics Division 99(11):204-254.
- Alhamid A I, 1991. Boundary shear stress and velocity distributions in differentially roughened trapezoidal open channels. PhD Thesis, University of Birmingham, Birmingham, England.

- Azamathulla H M, Ahmad Z and Ab Ghani A, 2013. An expert system for predicting Manning's roughness coefficient in open channels by gene expression programming. *J. of Neural Computation and Application*. 50(5):1343-1349.
- Cheng N S, 2014. Resistance coefficients for artificial and natural coarse-bed channels: Alternative approach for large-scale roughness. *J. of Hydraulic Engineering, ASCE*, 141(2): p.04014072.
- Cheng N S, 2017. Simple modification of Manning-Strickler formula for large-scale roughness. *J. of Hydraulic Engineering, ASCE*, 143(9): p.04017031.
- Colebrook C F and White C M, 1937. Experiments with fluid friction in roughened pipes. Pp.367-381. *Proceedings of the Royal Society of London, Series A*.
- Colebrook C F, 1939. Turbulent flow in pipes with particular reference to the transition region between the smooth and rough pipe laws. *J. ICE, London*, 4:133-156.
- Colosimo C, Copertino V A and Veltri M, 1988. Friction factor evaluation in gravel-bed rivers. *J. of Hydraulic Engineering* 114(8):861-876.
- Dupuis V, Proust S, Berni C and Paquier A, 2017. Compound channel flow with a longitudinal transition in hydraulic roughness over the floodplains. *Environmental Fluid Mechanics* 17(5):1-26.
- Engelund F and Hansen E, 1967. *A Monograph on Sediment Transport in Alluvial Streams*. Technical University of Denmark Stervoldgade 10, Copenhagen, Denmark.
- Gemici Z, Koca A and Kaya K, 2017. Predicting the numerical and experimental open-channel flow resistance of corrugated steep circular drainage pipes. *ASCE Journal of Pipeline Systems Engineering and Practice*, 8(3), p.04017004.
- Graf W H, 1971. *Hydraulics of Sediment Transport*, McGraw-Hill, New York.
- Graf W H, 1984. Flow resistance for steep mobile channels. Pp.341-352. In *Proceedings of Workshop 'Idraulica del Territorio ontano'*.
- Graf W, Armanini A and Di Silvio G, 1991. Flow resistance over a gravel bed: Its consequence on initial sediment movement. *Fluvial Hydraulics of Mountain Regions. Lecture Notes in Earth Sciences*, Berlin/Heidelberg, Springer.
- Hammond F D C, Heathershaw A D and Langhorne D N, 1984. A comparison between Shield's threshold criterion and the movement of loosely packed gravel in a tidal channel. *Sedimentology* 31(1):51-62.
- Henderson F M, 1966. *Open channel flow*, MacMillan Co, New York.
- Ikedo S, Parker G and Kimura Y, 1988. Stable width and depth of straight gravel rivers with heterogeneous bed materials. *Water Resour. Res.* 24(5):713-722.
- Irmay S, 1949. On steady flow formulae in pipes and channels. In *Proc., IAHR 3rd Congress*.
- Javid S, 2011. *On The Effect of Cross Section Shape on Shear Stress in Open Channel Flow*. MSc Thesis, University of Islamic Azad University, Mahabad Branch, Mahabad, Iran.
- Javid S and Mohammadi M, 2012. Estimation of shear stress in smooth trapezoidal open-channels using conformal mapping. *Journal of Water and Soil Science- University of Tabriz* 22(2):17-26.
- Javid S and Mohammadi M, 2012. Boundary shear stress in a trapezoidal channel. *International J. of Engineering, Trans. A* 25(4):323-332.
- Jesson M, Sterling M and Bridgeman J, 2012. Modeling flow in an open channel with heterogeneous bed roughness. *J. of Hydraulic Engineering* 139(2):195-204.
- Kamphuis J W, 1974. Determination of sand roughness for fixed beds. *J. of Hydraulic Research* 12(2):193-203.
- Kazemipour A K and Apelt C J, 1980. *Resistance to Flow in Irregular Channels*. Dept. of Civil Eng., Research Report Series No. CE7, University of Queensland, Australia.
- Keulegan G H, 1938. *Laws of Turbulent Flow in Open Channels*. *J. of Research of the National Bureau of Standards*, Research Paper 1151, 21:707-741.
- Knight D W, Demetriou J D, and Hamed M E, 1984. Boundary shear in smooth rectangular channels. *J. of Hydraulic Engineering*, 110(4):405-422.
- Knight D W and Macdonald J A, 1979. Open channel flow with varying bed roughness. *J. of the Hydraulics Division* 105(9):1167-1183.
- Knight D W, Alhamid A I and Yuen K W H, 1992. Boundary shear in differentially roughened trapezoidal channels. *Hydraulic and Environmental Modelling* 3: 3-14.
- Knight D W, Omran M and Tang X, 2007. Modeling depth averaged velocity and boundary shear in trapezoidal channels with secondary flows. *J. of Hydraulic Engineering* 133(1):39-47.

- Lane E W and Clarson E J, 1953. Progress report on studies on the design of stable channels by the bureau of reclamation. Proc. J. of the Hydraulics Division 79(280):1-30.
- Lopez R and Barragan J, 2008. Equivalent roughness of gravel-bed rivers. J. of Hydraulic Engineering 134(6):847-851.
- Meyer-Peter E and Müller R, 1948. Formulas for bed-load transport. In IAHSR 2nd Meeting, Stockholm, Appendix 2.
- Mohammadi M, 2004. On the effect of channel shape on boundary shear stress distribution in open channels. Journal of Water & Soil Science- University of Tabriz, 29(3):53-64.
- Mohammadi M and Knight D W, 2004. Boundary shear stress distribution in a V-shaped channel. Pp.401-410. Proceeding 1st International Conference on: Hydraulics of Dams and River Structures (HDRS), Tehran, Iran.
- Mohammadi M, 1998. Resistance to Flow and the Influence of Boundary Shear Stress on Sediment Transport in Smooth Rigid Boundary Channels. PhD Thesis, University of Birmingham, Birmingham, England.
- Mohammadi M, 2001. Shape effects and definition of hydraulic radius in Manning's equation in open channel flow. International J. of Engineering 10(3):127.
- Nikuradse J, 1933. Law of flow in rough pipes. Forschungsheft No. 361, Verein Deutscher Ingenieure, Berlin, (Translated into English as NACA TM 1292, Nov. 1950).
- Pillai N N, 1970. On uniform flow through smooth rectangular open channels. J. of Hydraulic Research 8(4):403-418.
- Prandtl L, 1932. CDE turbulent flow in pipes and plate. Ergeb Aerodyn Versuch, Series 4, Goettingen.
- Reinius E, 1961. Steady uniform flow in open channels. J. Division of Hydraulics, Bulletin 60, Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden.
- Rouse H, 1965. Critical Analysis of Open Channel Resistance. J. of Hydraulics Div. 91(4):1-25.
- SPSS Statistics 2009. Version 18. <https://www.ibm.com/products/spss-statistics> (accessed 14 May 2017)
- Strickler M, 1923. Contributions to the question of speed formula and the roughness pay for current channels and closed lines, Messages of the World Office for Water Management, Bern, Switzerland. N. 16 (in German).
- Sturm T W, 2010. Open Channel Hydraulics. New York: McGraw-Hill.
- Thijssse J T, 1949. Formulae for the friction head loss along conduit walls under turbulent flow. 3(4):1-11. Proc. 3rd IAHR Congress, Grenoble, France.
- Tominaga A, Nezu I, Ezaki K and Nakagawa H, 1989. Three dimensional turbulent structure in straight open channel flows. J. of Hydraulic Research 27(11):149-173.
- Tzelepis V, Moutsopoulos K N, Papaspyros J N and Tsihrintzis V A, 2015. Experimental investigation of flow behavior in smooth and rough artificial fractures. J. of Hydrology 521:108-118.
- Whiting P J and Dietrich W E, 1990. Boundary shear stress and roughness over mobile alluvial beds. J. of Hydraulic Engineering 116(12):1495-1511.
- Yang S Q and Lim S Y, 2005. Boundary shear stress distributions in trapezoidal channels. J. of Hydraulic Research 43(1): 98-102.
- Yang S Q, 2010. Depth-averaged shear stress and velocity in open channel flows. J. of Hydraulic Engineering 136(11):952-958.
- Yen B C, 1992. Channel Flow Resistance: Centennial of Manning's Formula. Water Resources Publication, Colorado, USA, 1-136.
- Yuen Y H K, 1989. A study of Boundary Shear Stress, Flow Resistance and Momentum Transfer in Open Channels with Simple and Compound Trapezoidal Cross-section. PhD Thesis, Univ. of Birmingham, Birmingham, England.
- Zeng C, Li C, Tang H, Wang L and Mao J, 2015. Experimental study of depth-limited open-channel flows over a gravel bed. International J. of Sediment Research 30(2):160-166.