

پیش‌بینی عمق آب زیرزمینی با استفاده از مدل طیف‌سنجی سری‌های زمانی

سید احسان فاطمی^{*}، رسول قبادیان^۲، مژگان پاک‌بین^۳

تاریخ دریافت: ۹۵/۵/۷ تاریخ پذیرش: ۹۶/۳/۳۱

۱- استادیار گروه مهندسی آب پردیس کشاورزی و منابع طبیعی، دانشگاه رازی

۲- دانشیار گروه مهندسی آب پردیس کشاورزی و منابع طبیعی، دانشگاه رازی

۳- کارشناس ارشد مهندسی منابع آب پردیس کشاورزی و منابع طبیعی، دانشگاه رازی

*مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: e_fatemi78@yahoo.com

چکیده

امروزه بیشینه بهره‌برداری از منابع آب زیرزمینی در کشور به عمل می‌آید. همچنین عمده منابع آب قابل استحصال، مورد بهره‌برداری قرار گرفته‌اند و مدیریت منابع آب در آینده به استحصال بیشتر از منابع آب زیرزمینی موجود وابسته است. پیش‌بینی نوسانات عمق آب زیرزمینی جهت برنامه‌ریزی مناسب به‌ویژه در مناطق خشک ضروری است. در این پژوهش جهت پیش‌بینی عمق آب زیرزمینی دشت چمچمال از تحلیل طیفی سری‌های زمانی استفاده شده است. برای این منظور از سری‌های ماهانه عمق آب زیرزمینی طی سال‌های ۸۸-۱۳۷۴ برای دوره واسنجی استفاده گردید و منحنی تناوب‌نگار داده‌ها ترسیم گردید. با استفاده از روش تحلیل طیفی بسط فوریه، دوره تناوب داده‌ها مورد بررسی قرار گرفت و جزء قطعی تناوب داده‌ها حذف گردید. در گام بعد نرمال بودن و ایستایی داده‌ها مورد بررسی قرار گرفت. در ادامه مدل‌های مختلف سری زمانی بر داده‌ها برازش داده شد و کارایی و دقت مدل‌های برازش داده شده با معیار آکائیک مورد ارزیابی قرار گرفت. نتایج نشان داد که از بین مدل‌های کلاسیک سری زمانی، در پی‌زومترهای قشلاق‌آباد، بزن‌آباد و گاوکل به ترتیب مدل‌های $ARMA(1,1)$ ، $ARMA(2,1)$ و $ARMA(1,1)$ بهترین برازش را بر داده‌ها دارند. نهایتاً برای تشخیص درستی الگوی برازش داده‌شده از آزمون فرض ایستایی باقیمانده‌ها استفاده گردید. نتایج این پژوهش با به کارگیری ضریب همبستگی ۰/۷۸ و شاخص پراکندگی ۴ تا ۱۴ درصدی پی‌زومترها، کارایی و دقت بالای تکنیک سری زمانی را در پیش‌بینی عمق آب زیرزمینی پی‌زومترهای منطقه نشان داد. نحوه به‌کارگیری تحلیل طیفی به فرم مطرح‌شده در این تحقیق در پیش‌بینی عمق آب زیرزمینی بسیار سودمند می‌باشد.

واژه‌های کلیدی: پیش‌بینی، تحلیل طیفی، دشت چمچمال، سری زمانی، عمق آب زیرزمینی

Forecasting Groundwater Depth Using Time series Spectral Analysis

SE Fatemi^{1*}, R Ghobadian², M Pakbin³

Received: 28 July 2016

Accepted: 21 June 2017

¹Asist.Prof. of Water Engineering, Campus of Agriculture and Natural Resources, Razi University, Iran

²Assoc. Prof. of Water Engineering, Campus of Agriculture and Natural Resources, Razi University, Iran

³M.Sc. of Water Engineering, Campus of Agriculture and Natural Resources, Razi University, Iran

Corresponding Author, Email: e_fatemi78@yahoo.com

Abstract

Nowadays, the maximum operation of groundwater resources has been achieved in Iran. Also, the majority of extractable water resources are utilized and the managing of water resources in the future is depended on more extracting of water resources. For better basin management, forecasting the groundwater depth fluctuations in particular in arid areas is more necessary. In this study, time series spectral analysis is used to forecast the groundwater depth fluctuations of Chamchamal plain. In this regard, the monthly groundwater depth time series during 1995 to 2009 years are used for calibration periods and the periodogram diagrams are depicted. Data periodicity is analyzed by using Fourier spectral analysis and the deterministic term of data periodicity is eliminated. In the next step, stationary and normality in the data are considered. After that, the different time series models are fitted for the prepared data and accuracy of them were assessed by Akaike (*AIC*) criterion. The results show that *ARMA* (2, 1), *ARMA* (1, 1), *ARMA* (1, 1) models are the best fitted models for the measured data in Bazanabad, Gheshlaghabad and Gavkol piezometers, respectively. Finally, the residuals stationarity assumption test is used to check for the correct diagnosis of the fitted pattern. In this study, the results represent the high performance and accuracy of the applied new approach to the time series spectral analysis for forecasting groundwater depth by application of the regression coefficient amount of 0.78 and SI- Index of 4% to 14% of piezometers' data. Using spectral analysis, as has been provided in this study, is very useful for forecasting groundwater depth.

Keywords: Chamchamal Plain, Forecasting, Groundwater depth, Spectral analysis, Time series

مقدمه

مدیریت صحیح در هر زمینه‌ای داشتن یک دید و نگرش مناسب از اتفاقات آینده در آن زمینه است. مدیریت منابع آب نیز از این امر مستثنی نبوده و آگاهی از وضعیت منابع آب در یک منطقه نقش تعیین‌کننده‌ای در برنامه‌ریزی‌های آبی و کشاورزی آن دارد (ملکی‌نژاد و پورشرعیاتی ۱۳۹۲). امروزه با توجه به قابلیت تطابق زیاد مدل‌های پیشرفته شبیه‌سازی آب‌زیرزمینی با سیستم هیدرولیکی آبخوان و امکان استفاده از آنها در

آب‌های زیرزمینی یکی از مهم‌ترین منابع در جهت تأمین نیازهای خانگی، صنعتی و کشاورزی و در بعضی مناطق تنها گزینه ممکن در جهت تأمین این نیازها می‌باشند. بنابراین به منظور مدیریت هرچه مؤثرتر این منابع، پیش‌بینی تغییرات تراز آب‌زیرزمینی در طول سال امری ضروری به نظر می‌رسد (کنوتر و وان والسون ۱۹۹۷، وان گیر و زور ۱۹۹۷). یکی از فاکتورهای مهم در

هیدرولیکی به‌ویژه پیش‌بینی تراز آب زیرزمینی مورد استفاده واقع شده‌اند. جهت مدل‌سازی با سری‌های زمانی، در اغلب موارد متخصصان از انواع متنوع مدل‌های ریاضی و آماری بهره می‌گیرند به‌طوری‌که همبستگی‌های موجود بین پیش‌بینی و مشاهدات مدنظر می‌باشد (نیرومند و بزرگ‌نیا ۱۳۷۲). در دو دهه اخیر از مدل‌های کلاسیک در پیش‌بینی تغییرات زمانی و مکانی تراز سطح آب زیرزمینی نیز استفاده شده است (بیرکنز و همکاران ۱۹۹۹).

پورمحمدی و همکاران (۱۳۹۲) به بررسی کارآئی روش‌های شبکه‌عصبی مصنوعی و سری زمانی در پیش‌بینی سطح آب زیرزمینی در زیرحوضه بختگان استان فارس در دوره آماری ۸۹-۸۱ پرداختند. نتایج نشان داد که کارآئی و دقت هر دو تکنیک شبکه‌عصبی و سری زمانی در پیش‌بینی سطح ایستابی بالاست. شقاقیان (۱۳۹۰) به پیش‌بینی تراز آب زیرزمینی در محدوده شهر شیراز با استفاده از دو روش فازی و نگ-مندل و سری زمانی پرداختند و نتایج را مورد مقایسه قرار دادند. نتایج نشان داد که دقت مدل خودهمبسته-میلنگین متحرک^۱ بیشتر است، اما دقت کلی روش‌ها به موقعیت ایستگاه‌های مختلف و تغییرات تراز آب زیرزمینی بستگی دارد. ملکی‌نژاد و پورشرعیاتی (۱۳۹۲) به‌منظور پیش‌بینی نوسانات سطح آب زیرزمینی دشت مروست استان یزد از روش سری زمانی و شبکه‌عصبی استفاده کردند. نتایج نشان داد که از بین مدل تلفیقی $ARIMA(1,1,0)$ و مدل شبکه‌عصبی پیش‌خور با الگوریتم پس انتشارخطا، مدل شبکه‌عصبی برتری جزئی نشان داد. در این پژوهش سعی شده است با استفاده از آمار پیرومترهای مورد مطالعه در سال‌های قبل و به‌کارگیری روش سری‌های زمانی، مناسب‌ترین مدل آماری جهت پیش‌بینی نوسانات عمق آب پیرومترهای انتخابی محدوده دشت چمچمال ارائه گردد. هدف از این تحقیق ارائه تحلیل سری‌های زمانی برای حذف عبارت‌های قطعی و سپس پیش‌بینی سری زمانی است به‌نحوی که بهترین مدل با استفاده از ضریب آکائیکه جهت پیش‌بینی

پیش‌بینی وضعیت آینده، شرایط مناسبی به‌منظور مدیریت و استفاده بهینه از این منابع فراهم شده است. در دو دهه اخیر، با توجه به رشد جمعیت، تقاضای روزافزونی برای استحصال آب در بخش‌های کشاورزی، شرب و صنعت به وجود آمده است. در کشور ایران با میانگین بارندگی ۲۵۰ میلی‌متر در سال در منطقه خشک و نیمه‌خشک زمین واقع گردیده است، به‌علت کمبود رودخانه‌های دائمی، این نیاز بیشتر از منابع آب زیرزمینی برآورد می‌گردد. از این‌رو مدل‌سازی ریاضی مناسب مکانی و زمانی مدل‌سازی منابع آب زیرزمینی چه از نظر تراز آب زیرزمینی و چه از نظر کیفیت آن برای برنامه‌ریزی توسعه در هر سه بخش بسیار حائز اهمیت می‌باشد (شقاقیان ۲۰۰۶).

مدل‌سازی یکی از ابزارهای پیشرفته آماری به منظور پیش‌بینی یک متغیر تصادفی می‌باشد. براساس اطلاعات حاصل از مدل‌سازی می‌توان اقدام به برنامه‌ریزی درازمدت جهت مقابله با بحران‌های احتمالی نمود. سری‌زمانی یک روش علمی دقیق به‌منظور مدل‌سازی محسوب می‌شود مشروط بر آنکه عواملی که چگونگی یک فعالیت یا رفتار یک متغیر را در گذشته و حال تحت تاثیر قرار داده‌اند، کم و بیش به‌همان نحو به اثربخشی خود در آینده ادامه دهند. طی بررسی تحقیقات گذشته، دانشمندان به‌منظور تحلیل تغییرات پارمترهای اقلیمی تلاش نموده‌اند تا این پارمترها را الگوسازی و شبیه‌سازی نمایند. الگوسازی در خانواده آرما، آریمای فصلی یکی از شیوه‌های مهم و معتبر در شبیه‌سازی پارمترهای اقلیمی است (باکس و کاکس ۱۹۶۴). باکس و جنکیز (۱۹۷۶) از نظریه سری‌های زمانی برای پیش‌بینی داده‌های سطح آب زیرزمینی استفاده کردند. رحمانی و سدهی (۱۳۸۳) در تحقیقی با پیش‌بینی سطح آب زیرزمینی به‌وسیله مدل سری‌زمانی نشان دادند که سطح سفره دشت همدان- بهار طی ۲۰ سال آینده حدود ۱۷/۵ متر نسبت به وضعیت فعلی با کاهش مواجه خواهد شد. رضایی و موسوی (۱۳۸۸) در تحقیقی با استفاده از مدل‌های سری‌زمانی نوسانات پیرومتری را در آینده پیش‌بینی نمودند. روش‌های کلاسیک سری‌های زمانی نیز کم و بیش در مدل‌سازی فرآیندهای

^۱ ARMA

بزن آباد، قشلاق آباد و گاوکل در محدوده دشت چمچمال استفاده شده است که از شرکت آب منطقه‌ای استان کرمانشاه اخذ شده است.

پیش‌پردازش داده‌ها

منظور از آماده‌سازی یکسری اطلاعات جهت مدل‌سازی آماری، از بین بردن عبارتهای قطعی قابل مشاهده در آن نظیر روند، پرش و تناوب است. متغیرهای یک سری زمانی را می‌توان به شکل رابطه ۱ نشان داد:

$$X_t = P_t + T_t + J_t + Z_t \quad [1]$$

P_t عبارت دوره‌ای، T_t عبارت روند، J_t پرش، Z_t عبارت تصادفی.

داده‌های این پژوهش شامل ۱۸۰ ماه می‌باشند که ۱۲۰ ماه آن جهت واسنجی مدل و ۶۰ ماه برای صحت‌سنجی مورد استفاده قرار گرفته‌اند. مراحل مدل‌سازی در زیر ارائه شده است.

حذف عبارات تناوبی

گام اول در آماده‌سازی این داده‌ها بررسی وجود تناوب در سری زمانی و حذف آن می‌باشد. یکی از روش‌های تعیین معادلات حاکم بر این تغییرات، استفاده از تحلیل طیفی سری زمانی است. اساس روش تجزیه و تحلیل طیفی، بسط فوریه می‌باشد. در تحلیل طیفی فرض می‌شود رفتار یک سری از موج‌های سینوسی و کسینوسی و فرکانس‌های مختلف تشکیل شده است که ضریب و پارامترهای این موج‌ها با استفاده از تجزیه فوریه محاسبه می‌گردد. اشکال ۲ و ۳ هیدروگراف‌های مشاهداتی عمق آب پیزومترهای قشلاق آباد، بزن آباد و گاوکل را طی ۱۵ سال آماری نشان می‌دهد. مراحل حذف عبارات تناوبی داده‌ها در روابط ۲ تا ۴ ذکر شده است.

عمق آب پیزومترها با استفاده از داده‌های ماهانه، در ۱۵ سال آماری (۱۳۷۴-۱۳۸۸) محاسبه شده و در نهایت، عبارتهای قطعی به مقادیر غیرقطعی پیش‌بینی شده اضافه می‌گردد.

مواد و روش‌ها

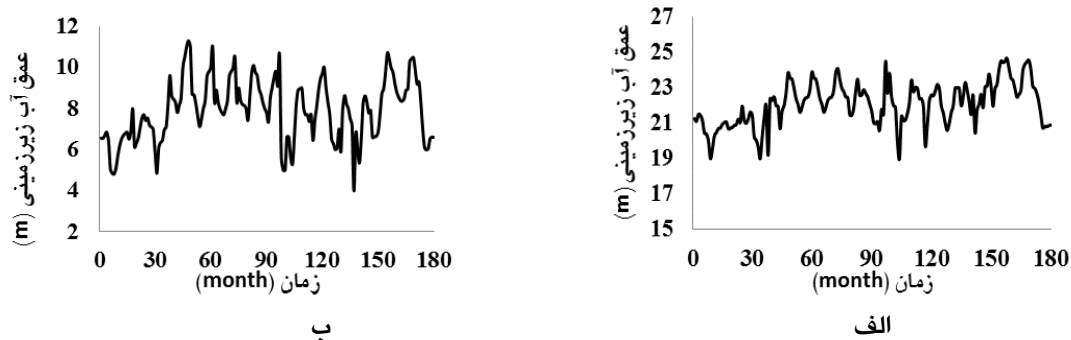
داده‌ها و منطقه مورد مطالعه

دشت چمچمال با وسعت حدود ۱۹۵ کیلومترمربع به شکل مثلثی در حد فاصل شهرهای صحنه و بیستون و در حدود ۳۵ کیلومتری شرق استان کرمانشاه واقع شده است. از نظر موقعیت جغرافیایی دشت چمچمال بین عرض‌های شمالی ۳۴ درجه و ۱۹ دقیقه تا ۳۴ درجه و ۳۳ دقیقه و طول‌های شرقی ۴۷ درجه و ۲۱ دقیقه تا ۴۷ درجه و ۴۲ دقیقه واقع شده است. شکل ۱ محدوده مورد مطالعه آبخوان دشت چمچمال واقع در استان کرمانشاه و رودخانه‌های ورودی به دشت و پیزومترهای دشت چمچمال را نشان می‌دهد.



شکل ۱- موقعیت آبخوان دشت چمچمال.

آمار و اطلاعات در این پژوهش از داده‌های ۱۵ سال آماری شامل سال‌های ۱۳۷۴-۱۳۸۸ پیزومترهای انتخابی

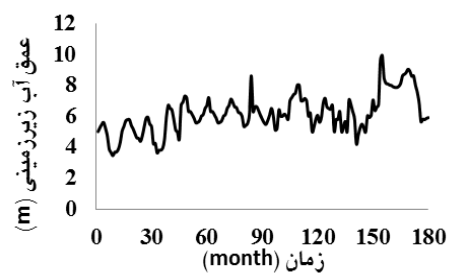


شکل ۲- الف و ب به ترتیب سری زمانی عمق آب زیرزمینی پیزومترهای قشلاق آباد و بزن آباد.

$$I = \frac{\gamma(N-2)}{4\rho_1}; \rightarrow \gamma^2 = \alpha^2 + \beta^2 \quad [4]$$

$$\rho_1 = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N [X_t - \alpha \cos(\omega_k t) + \beta \sin(\omega_k t)]$$

که در آن w_k تناوب مربوط به داده‌ها می‌باشد. اگر $I \geq F(2, N-2)$ ، تناوب داده‌ها قابل صرف نظر کردن است. در این پژوهش مقدار شاخص آماری F برای نمونه‌های با تعداد اعضای بیشتر از ۱۲۰ و سطح ۵ درصد خطا، برابر ۳ منظور گردید. جهت تعیین تناوب داده‌ها (جهت واسنجی)، از نمودار تناوب‌نگار استفاده می‌شود. برای رسم نمودار شکل ۴ از زیربرنامه *Spectral* نرم‌افزار *Minitab16* استفاده شده است. برای هر سه پیزومتر دشت چمچمال نمودار تناوب‌نگار^۱ را ترسیم کرده و تناوب داده‌های مدل را مطابق شکل ۴ به دست آورده و با استفاده از بسط فوریه به حذف تناوب‌ها اقدام گردید. اساس این زیربرنامه، مشخص کردن تناوب‌هایی با واریانس بالا می‌باشد. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، در پیزومتر بزن آباد تناوب‌های ۱ (معادل $w_k=0/052$)، ۵ (معادل $w_k=0/523$) و ۱۰ (معادل $w_k=0/261$) در پیزومتر قشلاق آباد تناوب‌های ۱ (معادل $w_k=0/523$) و ۱۰ (معادل $w_k=0/523$) در پیزومتر گاوکل تناوب‌های ۱ (معادل $w_k=0/523$)، ۴ (معادل $w_k=0/209$) و ۱۰ (معادل $w_k=0/523$) غیرقابل صرف نظر کردن هستند که مقدار تناوب آنها از رابطه ۲ محاسبه شده و مابقی تناوب‌ها ناچیز می‌باشند. سری باقی‌مانده‌ها از تفاضل سری اصلی و سری تناوبی بدست می‌آید.



شکل ۳- سری زمانی عمق آب زیرزمینی پیزومتر گاوکل.

در صورتی که یک سری زمانی دارای اجزای تناوبی باشد، رابطه آن به صورت بسط سری فوریه زیر ارائه می‌شود (سالاس و همکاران ۱۹۸۰):

$$X_t = \alpha_0 + \sum_{k=1}^{N/2} [\alpha_k \cos(2\pi f_k t) + \beta_k \sin(2\pi f_k t)] + \varepsilon_t \quad [2]$$

که در رابطه فوق: α_0 میانگین داده‌ها، N تعداد کل داده‌ها، f_k فرکانس سری زمانی، α و β ضرایب به دست آمده از رابطه ۳ می‌باشند:

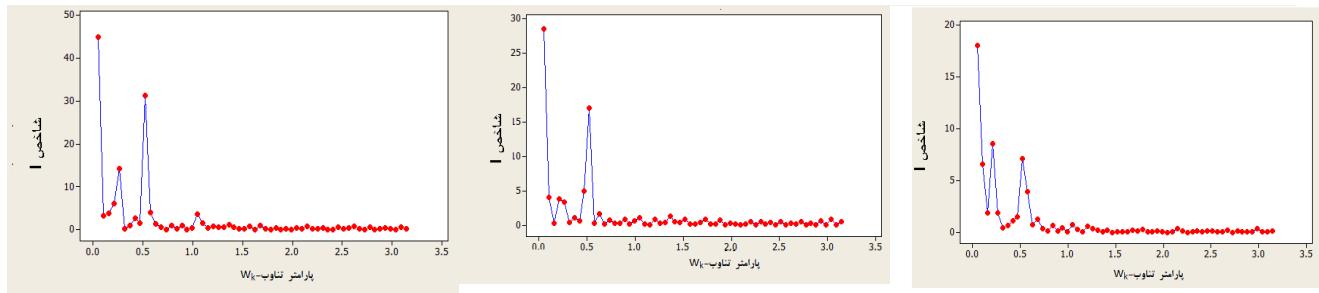
$$\alpha_k = \frac{2}{N} \sum_{t=1}^N [X_t \cos(2\pi f_k t)]$$

$$\beta_k = \frac{2}{N} \sum_{t=1}^N [X_t \sin(2\pi f_k t)] \quad [3]$$

$k = 1, 2, \dots, M$

در این رابطه k تاخیر زمانی و M معادل ۲۵ درصد کل داده‌ها می‌باشد، پس از به دست آوردن مقادیر ضرایب و جایگذاری در رابطه شماره ۲، معادله تناوبی داده‌ها به دست می‌آید. برای سنجش حذف تناوب سری تناوبی X_t از شاخص I براساس رابطه ۴ استفاده می‌شود (کاشیپ و رامچاندرا ۱۹۶۷):

¹ spectrum



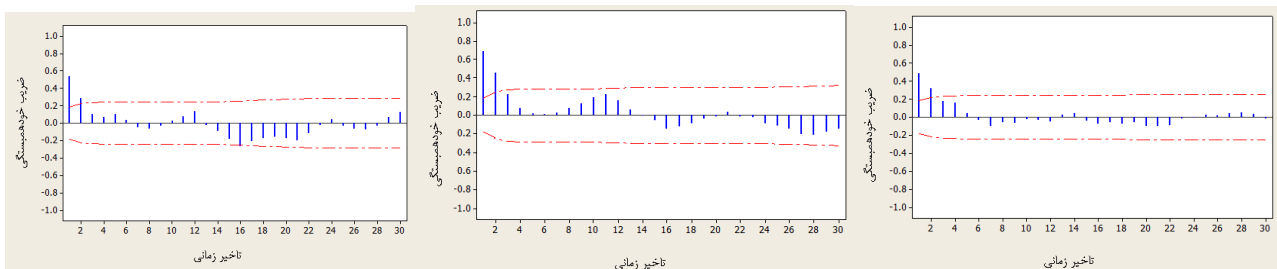
شکل ۴- الف، ب و ج به ترتیب تناوب نگار پیزومترهای گاوکل، قشلاق آباد و بزن آباد.

یکی از شرایط استفاده از داده‌ها در مباحث سری زمانی، ایستا بودن آنها است، در غیراین صورت بایستی عامل نا ایستایی رفع شود. در صورتی که نمودار خودهمبستگی جزئی ACF داده‌های اصلی پس از تاخیر ۵ یا ۷ میرا شود، و دارای الگوی تدریجی نزولی یا نمایی باشد می‌توان نتیجه گرفت که سری‌های زمانی ایستا هستند (سالاس ۱۹۸۰). نمودارهای ACF سه پیزومتر برای بررسی ایستایی در شکل ۵ رسم شده است همان گونه که مشاهده می‌گردد در هیچ یک از نمودارهای فوق چنین اثری مشاهده نمی‌گردد لذا می‌توان نتیجه گرفت که سری‌های مربوط به سطح تراز ایستایی، ایستا می‌باشند.

بررسی نرمال بودن داده‌ها

اهمیت نرمال بودن داده‌ها در این است که نظریه سری‌های زمانی براساس نرمال بودن داده‌ها توسعه یافته و در صورتی که داده‌ها نرمال نباشند بایستی از روش‌های مختلف مانند لگاریتم‌گیری، جذر، نمایی و یا تبدیل توانی باکس - کاکس آن‌ها را نرمال نمود (امیدی و همکاران ۱۳۹۲). در مقاله حاضر به منظور بررسی نرمال بودن داده‌ها از نرم‌افزار $Minitab16$ استفاده شده که در قسمت نتایج و بحث، نتایج آن ارائه شده است.

بررسی ایستایی



شکل ۵- الف، ب و ج به ترتیب منحنی خودهمبسته پیزومترهای بزن آباد، گاوکل و قشلاق آباد.

ارائه شده است، همان‌گونه که مشاهده می‌گردد در سطح ۵ درصد خطا، فرض صفر نایستایی رد شده و سری زمانی سه پیزومتر با اطمینان ۹۵ درصد ایستا می‌باشند.

آزمون ریشه واحد یا ADF که در ابتدا توسط دیکی و فولر در سال ۱۹۷۹ ارائه گردید، نیز برای بررسی ایستایی سری‌های زمانی استفاده می‌گردد (خلیلی و همکاران ۱۳۹۰). نتایج این آزمون در جدول ۱ ارائه شده است. در این جدول مقادیر تاخیر، احتمال وقوع فرض صفر، مقدار آماره آزمون و مقدار بحرانی آماره آزمون

جدول ۱- نتایج آزمون ایستایی ADF برای پیژومترها.

سری زمانی	بزن آباد	قشلاق آباد	گاوکل
lag	۱۱	۱۸	۱۰
P-value	۰/۰۷۱	۰/۰۵۰۱	۰/۰۶۰۸
Statistic	-۱/۷۸۳۵	-۱/۹۳۳۰	-۱/۸۵۵۱
C-value	-۱/۹۴۴۱	-۱/۹۴۴۱	-۱/۹۴۴۱

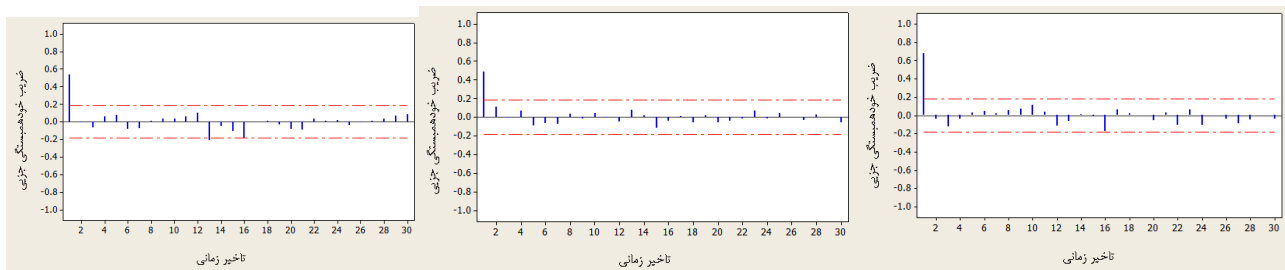
برازش الگو (برآورد پارامترها)

با رسم نمودارهای خودهمبستگی و خودهمبستگی جزئی $PACF$ ، مراتب p و q مشخص گردید بدین ترتیب که ابتدا با توجه به شکل نمایی یا سینوسی نمودار ACF تعداد معنی‌دار ضرایب خودهمبسته جزئی (تعداد بیرون‌زدگی از حدود مجاز نمودار $PACF$) مبین مرتبه P از مدل $AR(p)$ خواهد بود. به همین ترتیب با رسم نمودار خودهمبسته جزئی و وجود رفتار نمایی و سینوسی در نمودار $PACF$ ، تعداد معنی‌دار ضرایب خودهمبسته از نمودار ACF مرتبه q از مدل $MA(q)$ را مشخص می‌نماید (هالتینر و سالاس ۱۹۸۸). با رسم منحنی $PACF$ در شکل ۶ برای سه پیژومتر و رجوع به شکل ۵ مرتبه p و q به ترتیب ۲ و ۲ در پیژومتر بزن آباد،

۱ و ۲ در پیژومتر قشلاق آباد و ۱ و ۲ در پیژومتر گاوکل حاصل گردید. اما برای اطمینان بیشتر یک یا دو مرتبه بالا و پایین حدود مذکور نیز مورد بررسی قرار گرفت. سپس مدل‌های مختلف آماری بر داده‌ها برازش داده شد، مدلی که دارای ضرایب مجموع مربعات خطا (SSE) و آکائیک (AIC) کمتری باشد، انتخاب گردید. این آزمون که در سال ۱۹۷۴ توسط آکائیک ارائه شده است بر این اصل استوار است: هر مدلی که ضریب کمتری داشته باشد برازش بهتری بر سری مزبور خواهد داشت. در این پژوهش از پارامتر آکائیک اصلاح شده استفاده شده است. جهت محاسبه آکائیک اصلاح شده مقادیر خروجی نرم‌افزار *Minitab*، از شاخص کمینه مربعات استفاده می‌کند. فرمول آکائیک در مدل‌های $ARMA$ به صورت رابطه ۵ بیان می‌گردد که از لگاریتم طبیعی اعداد استفاده می‌شود (هارویچ و تسی ۱۹۸۹):

$$AIC_C = N * \log\left(\frac{SS}{N}\right) + 2(p+q+1) \frac{N}{N-p-q-2} \quad [5]$$

SS = مجموع مربعات باقی‌مانده‌ها، N = تعداد کل داده‌ها،
 p و q = پارامترهای مدل انتخابی



شکل ۶- الف، ب و ج به ترتیب منحنی خودهمبسته جزئی پیژومترهای بزن آباد، قشلاق آباد و گاوکل.

شاخص‌های آماری محاسبه شده

پارامترهای آماری جهت سنجش صحت مدل‌های انتخابی، در مرحله واسنجی و صحت‌سنجی به ترتیب شامل میانگین قدرمطلق خطای نسبی ($MARE$)، جذر میانگین مربعات خطا ($RMSE$)، میانگین خطا ($BIAS$) و شاخص پراکندگی (SI) می‌باشد.

تشخیص درستی الگو

جهت بررسی درستی مدل، نمودار باقی‌مانده‌ها از نظر نرمال و ایستایی مورد ارزیابی قرار گرفت.

پیش‌بینی

جهت مدل‌سازی داده‌های عمق آب پیژومترهای فوق، پس از به دست آوردن ضرایب مدل‌های انتخابی، پیش‌بینی برای عمق آب پیژومترها برای ۵ سال آینده ۱۳۸۹-۱۳۹۳ صورت گرفت.

مرحله، رسم هیدروگراف عمق آب مشاهداتی پیزومترها بود که تناوب داده‌ها در آن‌ها قابل مشاهده هستند. جهت رسم تناوب‌نگار داده‌ها، از زیربرنامه *Spectral* نرم‌افزار *Minitab* استفاده شد، تناوب مربوط به هر پیزومتر تعیین گردید. مطابق جدول‌های ۲، ۳ و ۴ ضرایب مربوط به هر پیزومتر محاسبه شده است، K پارامتر تأخیر بوده و برابر $k = 1, 2, \dots, 0.25 * N$ می‌باشد. α و β ضرایب بسط فوریه به دست آمده از رابطه ۳ می‌باشند. پس از به دست آوردن ضرایب مربوط به بسط فوریه، با استفاده از روش طیفی، سری تناوبی داده‌ها محاسبه شد. برای ۱۲۰ ماه در نظر گرفته شده جهت واسنجی مدل، $F(2, N-2)$ برای تعداد داده‌های بیشتر از ۱۲۰ عدد، نزدیک به ۳ می‌باشد. شاخص‌های آماری I محاسبه شده برای پیزومترها کوچکتر از ۳ به دست آمدند بنابراین تناوب داده‌ها قابل صرفنظر کردن می‌باشند.

$$MARE = \frac{\sum_{i=1}^n \left| \frac{Q_i - \hat{Q}_i}{Q_i} \right|}{n} \quad [6]$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Q_i - \hat{Q}_i)^2}{n}} \quad [7]$$

$$BIAS = \frac{\sum_{i=1}^n (Q_i - \hat{Q}_i)}{n} \quad [8]$$

$$SI = \frac{\sqrt{RMSE}}{\bar{Q}_i} \quad [9]$$

Q_i تراز سطح آب زیرزمینی مشاهده شده، \hat{Q}_i تراز محاسبه شده، \bar{Q}_i میانگین ترازهای مشاهده شده می‌باشد.

نتایج و بحث

در این تحقیق، برای انتخاب مدل مناسب جهت پیش‌بینی عمق آب‌زیرزمینی پیزومترهای برگزیده از دشت، اولین جدول ۲- ضرایب و شاخص‌های آماری پیزومتر بزن آباد.

جدول ۳- ضرایب و شاخص‌های آماری پیزومتر قشلاق آباد.

ضرایب آماری	تناوب اول	تناوب دوم
Betta	-۰/۶۳۸۴۲	۰/۶۸۰۰۴۲
Alpha	۰/۷۳۷۴۴۹۱	۰/۳۲۰۹۹
F(k)	۰/۰۰۸۳۳۷	۰/۰۸۳۳۷
I(k)	۲۸/۵۴۶۸	۱۶/۹۶۱۸
I	۱/۲۸۷۴۴۴	۰/۷۶۵۴۲۲
W(k)	۰/۰۵۲۳۶	۰/۵۲۳۶
K	۱/۰۰۰۵۱	۱۰/۰۰۵۱

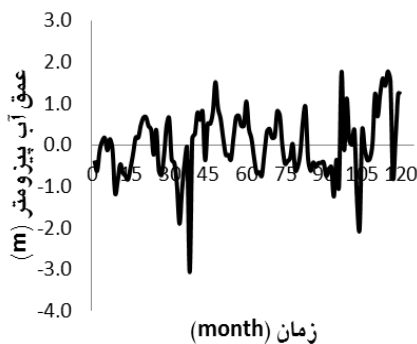
ضرایب آماری	تناوب اول	تناوب پنجم	تناوب دهم
Betta	-۰/۵۲۱۷۷	-۰/۶۲۲۹۲	۰/۰۳۸۴۸۸
Alpha	-۱/۱۰۷۴۸	۰/۲۹۱۳۳۱	۱/۰۲۱۸۳۷
F(k)	۰/۰۰۸۴	۰/۰۴۱۶۸	۰/۰۸۳۳۷
I(k)	۴۴/۹۶۵	۱۴/۱۸۶۶	۳۱/۳۶۶
I	۲/۶۰۴۹۹	۱/۷۶۸۵۶	۱/۹۱۰۴۴
W(k)	۰/۰۵۲۳۶	۰/۲۶۱۸	۰/۵۲۳۶
K	۱/۰۰۰۵۱	۵/۰۰۲۵۵	۱۰/۰۰۵۱

بدیهی است سری زمانی تفاضلی هر پیزومتر، از تفاضل سری اصلی و سری تناوبی به دست می‌آید.

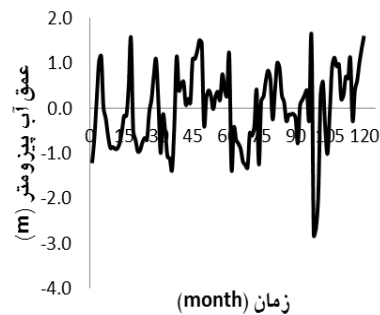
نمودارهای سری زمانی جزء غیرقطعی ۳ پیزومتر در شکل‌های ۷ و ۸ ترسیم شده‌است. بعد از حذف تناوب،

جدول ۴- ضرایب و شاخص‌های آماری پیزومتر گاوکل.

ضرایب آماری	تناوب اول	تناوب چهارم	تناوب دهم
Betta	-۰/۷۱۴۰۷	-۰/۴۷۹۸۸	-۰/۴۷۳۱
Alpha	-۰/۳۰۵۱۶	-۰/۲۳۶۳۳	-۰/۱۲۱۱
F(k)	-۰/۰۰۸۳۳۷	-۰/۰۳۳۳۵	-۰/۰۸۳۳
I(k)	۱۸/۰۹۱۴	۸/۵۸۴۶	۷/۱۵۴۵
I	۲/۸۷۸۱۱۹	۱/۴۷۴۱۶۱	۱/۲۱۷۴
W(k)	-۰/۰۵۲۳۶	-۰/۲۰۹۴۴	-۰/۵۲۳۶
K	۱/۰۰۰۵۱	۴/۰۰۲	۱۰/۰۰۵۱



ب

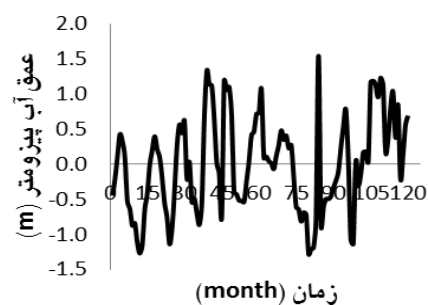


الف

شکل ۷- الف و ب به ترتیب سری زمانی جزء غیرقطعی عمق آب پیزومترهای بزآباد و قشلاق آباد.

ایستایی داده‌ها با استفاده از نمودارهای خودهمبستگی و خودهمبستگی جزئی سری تفاضلی پیزومترها، مورد بررسی قرار گرفت. داده‌های این پژوهش برای ۳ پیزومتر انتخابی در میانگین و واریانس ایستا هستند. مقادیر p و q متناظر با هر پیزومتر با استفاده از نمودارهای خودهمبستگی و خودهمبستگی - جزئی، تعیین شده و کارآیی مدل‌های مختلف سری‌های زمانی از جمله میانگین متحرک (MA)، خودهمبسته (AR) و مدل خودهمبسته- میانگین متحرک ($ARMA$) بر داده‌های عمق آب زیرزمینی مورد بررسی قرار گرفت. پس از برازش هریک از مدل‌های فوق، مدل‌های $ARMA$ نسبت به سایر مدل‌ها بهترین جواب را نشان می‌دادند.

پس از برازش هریک از مدل‌های فوق‌الذکر بر داده‌های عمق آب زیرزمینی، به منظور تعیین مدل برتر از آزمون آکائیکه و ایستایی باقیمانده‌ها استفاده گردید. مقدار این معیار در سه پیزومتر مورد مطالعه به ازای



شکل ۸- سری زمانی جزء غیرقطعی عمق آب پیزومتر گاوکل.

در گام بعدی، آزمون نرمال بودن سری‌های تفاضلی با استفاده از آزمون اندرسون-دارلینگ در نرم‌افزار Minitab صورت گرفت و شاخص p -value در پیزومترهای بزآباد، قشلاق‌آباد و گاوکل به ترتیب $۰/۳۰۲$ ، $۰/۱۵۲$ و $۰/۱۶۸$ محاسبه شد که این شاخص در هر سه پیزومتر بزرگتر از $۰/۱۵$ به دست آمد و نشان دهنده نرمال بودن سری‌های زمانی پیزومترها است.

گام بعدی پس از انتخاب مدل برتر، صحت‌سنجی مدل انتخابی می‌باشد. برای ۶۰ ماه در نظر گرفته شده خارج از مرحله مدل‌سازی (واسنجی)، مانند مراحل قبل جزء قطعی تناوب داده‌ها را به دست آورده. عبارت تناوبی با داده‌های پیش‌بینی شده از مدل‌های انتخابی برای هر پیرومتر جمع شده و داده‌های پیش‌بینی شده به دست می‌آیند. در نهایت داده‌های مشاهداتی و محاسباتی مقایسه می‌شوند.

مدل‌های مختلف در جدول ۵ ارائه شده است. با توجه به مطالب فوق الذکر، در پیرومترهای قشلاق آباد، بزن آباد و گاوکل به ترتیب مدل‌های $ARMA(1,1)$ ، $ARMA(2,1)$ و $ARMA(1,1)$ به عنوان مدل برتر برگزیده شد. مدل $ARMA$ با پارامترهای p و q بطور کلی بصورت زیر قابل بیان می‌باشد:

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \dots + \theta_1 e_{t-1} + \dots + \theta_q e_{t-q} + e_t \quad [9]$$

X_{t-i} مشاهدات عمق آب زیرزمینی در زمان $t-i$ و θ_i و ϕ_i ضرایب مدل، e_{t-i} میزان خطا در پیش‌بینی مرحله قبل.

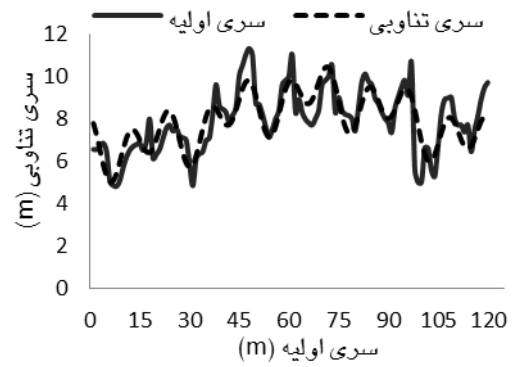
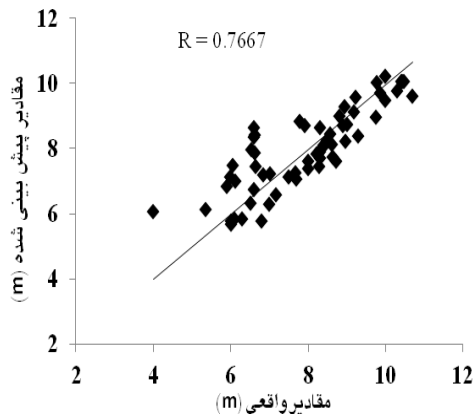
جدول ۵- مقادیر ضریب آکائیکه مدل‌های مختلف.

قشلاق آباد		بزن آباد		گاوکل	
AIC	مدل‌ها	AIC	مدل‌ها	AIC	مدل‌ها
-۳۵/۳۸۰	ARMA (۱, ۱)	-۲۵/۸۵۵	ARMA(۱, ۳)	۶۷/۵۰۱۴	ARMA(۱, ۱)
-۳۳/۴۸۱۵	ARMA (۲, ۱)	-۲۷/۲۷۰	ARMA(۲, ۱)	-۶۶/۲۰۵۴	ARMA(۱, ۲)
-۳۱/۳۰۳۰	ARMA (۲, ۲)	-۲۵/۶۱۲	ARMA(۲, ۲)	-۶۴/۴۲۴۴	ARMA(۱, ۳)
-۲۹/۲۳۴۶	ARMA (۲, ۳)	-۲۳/۷۱۷	ARMA(۲, ۳)	-۶۱/۹۵۶۴	ARMA(۱, ۴)
-۲۷/۲۵۰۱	ARMA (۳, ۳)	-۲۵/۳۹۹	ARMA(۳, ۱)	-۶۵/۴۶۱۹	ARMA(۲, ۱)
		-۲۴/۴۶۰	ARMA(۳, ۲)	-۶۲/۲۶۱۷	ARMA(۲, ۲)
		-۲۴/۶۲۰	ARMA(۳, ۳)	-۶۲/۲۶۰۳	ARMA(۲, ۳)
		-۱۹/۹۱۰	ARMA(۳, ۴)	-۶۰/۰۲۲۳	ARMA(۲, ۴)
		-۲۳/۳۲۴	ARMA(۴, ۱)	-۶۳/۳۹۹	ARMA(۳, ۱)
		-۲۴/۹۹۲	ARMA(۴, ۲)	-۶۰/۳۱۵	ARMA(۳, ۳)
		-۲۱/۶۰۸	ARMA(۴, ۳)	-۵۸/۰۱۹۶	ARMA(۳, ۴)

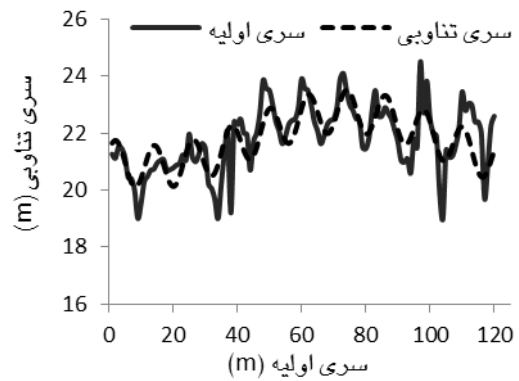
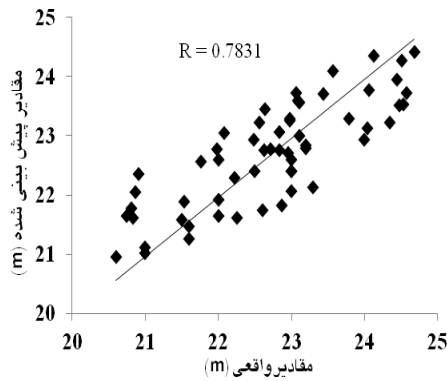
بزن آباد، قشلاق آباد و گاوکل به ترتیب برابر ۰/۷۷، ۰/۷۸ و ۰/۷۹ محاسبه گردید. با توجه به جداول آماری میزان ضریب همبستگی قابل قبول برای درجه آزادی ۵۸ و سطح خطای ۵ درصد، ۰/۲۱ می‌باشد، لذا مدل‌های برازش داده شده بر پیرومترها دارای دقت قابل قبولی می‌باشند.

بررسی میزان دقت و انطباق مدل پیش‌بینی

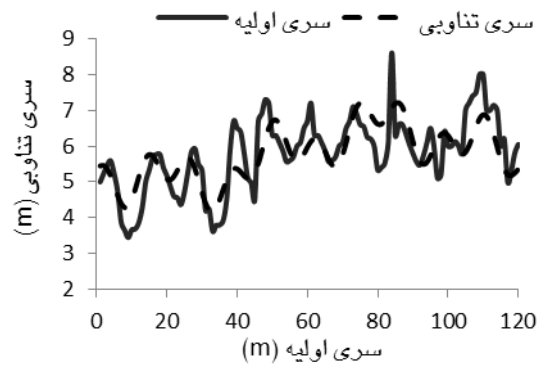
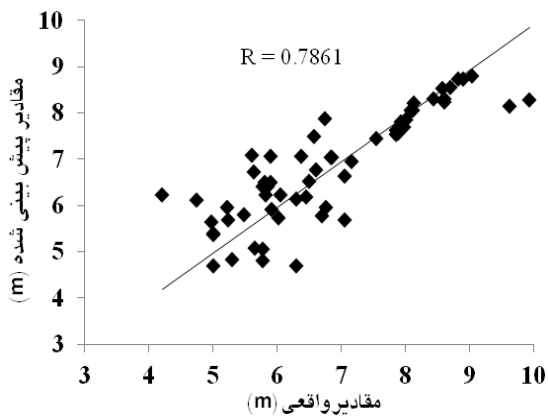
رابطه خط رگرسیون بین مقادیر پیش‌بینی شده و مشاهداتی می‌تواند بیانگر دقت مدل انتخابی باشد به طوری که هرچه قدر ضریب تعیین برای خط رگرسیون بیشتر باشد نشان از دقت بالای مدل انتخاب شده دارد. شکل‌های ۹ تا ۱۱ رابطه رگرسیونی بین مقادیر پیش‌بینی شده و مشاهداتی و سری‌های زمانی آنها را نشان می‌دهد. ضریب همبستگی برای پیرومترهای



شکل ۹- رابطه رگرسیونی و سری زمانی مقادیر واقعی و پیش‌بینی شده عمق آب پیزومتر بزن‌آباد.



شکل ۱۰- رابطه رگرسیونی و سری زمانی مقادیر واقعی و پیش‌بینی شده عمق آب پیزومتر قشلاق‌آباد.



شکل ۱۱- رابطه رگرسیونی و سری زمانی مقادیر واقعی و پیش‌بینی شده عمق آب پیزومتر گاوکل.

پارامترهای آماری جهت سنجش صحت مدل‌های انتخابی، در مراحل مختلف واسنجی و صحت‌سنجی در جدول ۶ آورده شده است.

جدول ۶- پارامترهای آماری محاسبه شده در مراحل مختلف مدل سازی.

نام پیزومتر	مرحله واسنجی				مرحله صحت سنجی			
	SI	BIAS	RMSE	MARE	SI	BIAS	RMSE	MARE
بزن آباد	۰/۱۱۷	۰/۰۰۰۱۶	۰/۸۵	۰/۰۹۲	۰/۱۳	-۱/۷۴	۱/۲۴	۰/۱۴
قشلاق آباد	۰/۰۴	۰/۰۰۰۱۶۷	۰/۷۷	۰/۰۲۷	۰/۰۲۵	-۰/۰۴۳	۰/۷	۰/۰۳۷
گاوکل	۰/۱۴۲	۰/۰۰۰۳	۰/۶۷	۰/۱	۰/۰۸۴	۰/۰۰۹۳	۰/۶۹	۰/۱۲

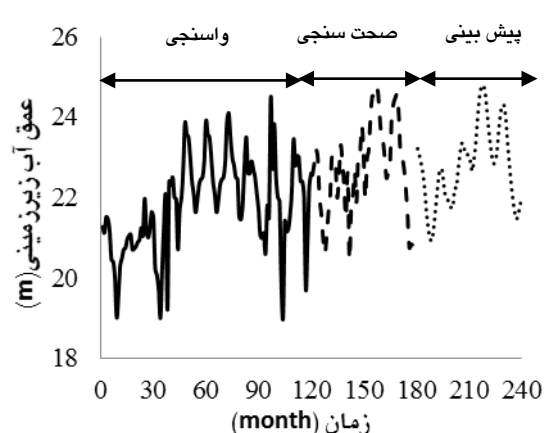
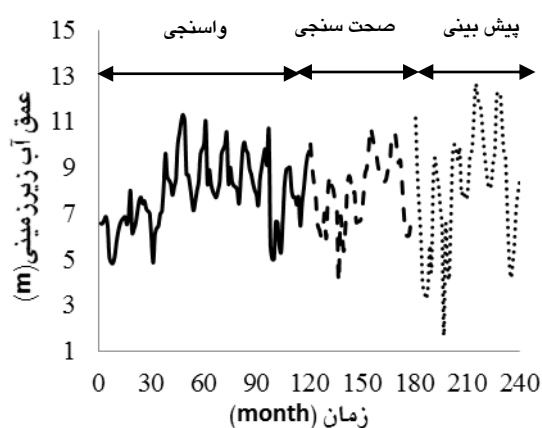
همانگونه که از جدول ۶ قابل مشاهده است، بیشترین میانگین قدرمطلق خطای نسبی و جذر میانگین مربعات خطا به ترتیب در پیزومترهای گاوکل با ۰/۱ و بزن آباد با ۰/۸۵ در مرحله واسنجی و به ترتیب در پیزومترهای بزن آباد با ۰/۱۳ و بزن آباد با ۱/۲۴ در مرحله صحت سنجی می باشد. همچنین میانگین خطا در مرحله واسنجی بسیار ناچیز و در حد ۰/۰۳ سانتی متر در سه پیزومتر بوده و در سایر پیزومترها به غیر از پیزومتر بزن آباد در مرحله صحت سنجی نیز این شاخص کمتر از ۰/۹ سانتی متر می باشد، که حاکی از دقت بالای مدل پیش بینی می باشد. در خصوص شاخص پراکندگی، در همه پیزومترها و در دو مرحله واسنجی و صحت سنجی بیشترین تغییرات مربوط به پیزومتر بزن آباد با حدود ۱۴ درصد می باشد که نشان از عدم پراکندگی داده ها و دقت در مدل پیش بینی عمق آب زیرزمینی محاسبه شده است.

مرحله آخر پس از شناسایی بهترین الگو، گام پیش بینی است. با استفاده از ضرایب مدل بدست آمده از

نرم افزار مطابق جدول ۷ و داده های تفاضلی هر پیزومتر در محیط *excel*، براساس رابطه ۱۰ برای ۶۰ ماه آینده (۵ سال)، ۹۳-۱۳۸۹ پیش بینی عبارت غیرقطعی صورت گرفته است و نهایتاً عبارت های قطعی حذف شده از سری های زمانی به عبارت غیرقطعی پیش بینی شده اضافه شده است. در نهایت پس از پیش بینی عمق آب زیرزمینی پیزومترها برای ۵ سال، نمودار سری زمانی داده های پیش بینی شده به همراه داده های اندازه گیری شده و مرحله صحت سنجی پیزومترها در شکل های ۱۲ و ۱۳ نشان داده شده است.

جدول ۷- ضرائب مدل های انتخابی در پیزومترها.

پیزومتر	مدل انتخابی	ضرائب مدل
بزن آباد	ARMA (2,1)	$\theta_1 = -0.6136$ $\theta_2 = -0.3705$
قشلاق آباد	ARMA (1,1)	$\theta_1 = 0.2188$
گاوکل	ARMA (1,1)	$\theta_1 = -0.0365$

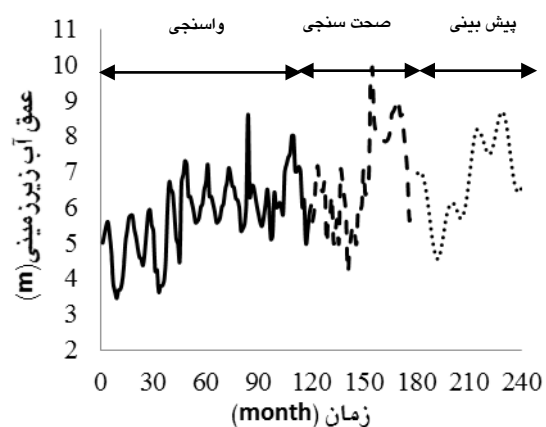


شکل ۱۲- از راست به چپ سری زمانی عمق آب زیرزمینی پیزومترهای قشلاق آباد و بزن آباد.

است مانند دبی های ماهانه نتایج بهتری نسبت به مدل های پیچیده ی نروفازی خواهند داشت. از این رو حذف عبارت تناوب با استفاده از تحلیل طیفی عاملی تاثیرگذار در پیش بینی داده های فصلی به خصوص ماهانه می باشد که تا حد بسیار زیادی در دقت پیش بینی سری های زمانی فصلی نقش عمده ای دارد.

نتیجه گیری کلی

در این پژوهش با استفاده از ۱۵ سال آمار (سالهای ۸۸-۱۳۷۴) پیزومترهای دشت چمچمال، به پیش بینی عمق آب زیرزمینی برای ۵ سال (۹۳-۱۳۸۹) در این دشت پرداخته شد. ابتدا عبارت های تناوبی موجود در داده های اندازه گیری شده به وسیله بسط سری فوریه و ماژول *macro* نرم افزار *Minitab16* مشخص و حذف تناوب به روش طیف سنجی صورت گرفت. در ادامه نرمال بودن و ایستایی داده ها مورد بررسی قرار گرفت و مطابق با طبیعت داده ها مدل های مختلف آماری از جمله *AR*، *MA* و *ARMA* به داده های عمق آب زیرزمینی برازش داده شد و مدل *ARMA* به عنوان مدل برگزیده در مقیاس کوچکتر مورد ارزیابی قرار گرفت. در نهایت برای پیزومترهای بزن آباد، قشلاق آباد و کاوگل به ترتیب مدل های *ARMA(2,1)*، *ARMA(1,1)* و *ARMA(1,1)* به عنوان مدل برتر در نظر گرفته شد و نتایج پیش بینی آن ها به صورت جداگانه حاکی از دقت بسیار بالای مدل پیش بینی عمق آب زیرزمینی است. این نتایج در مقایسه با مدل سازی بسیار پیچیده منابع آب زیرزمینی و هزینه بر و وقت گیر بودن آنها در شرایط مدل سازی توزیعی، بسیار حایز اهمیت است.



شکل ۱۳- سری زمانی عمق آب زیرزمینی پیزومتر گاوکل.

مشاهده شد که در پیش بینی سری زمانی عمق آب زیرزمینی با استفاده از مدل های *ARMA* در محدوده مطالعاتی دشت چمچمال عبارت تناوب حذف شده و تغییرات عمق آب زیرزمینی به خوبی مدل شده است، علت این امر استفاده از روش طیف سنجی در حذف عبارت تناوب در سری زمانی داده ها است. این در حالی است که استفاده از مدل های خطی سری زمانی از قبیل *ARMA* و *ARIMA* برای داده های فصلی مانند عمق آب زیرزمینی و دبی جریان رودخانه بدون فرآیند حذف عبارت تناوب منجر به پیش بینی نتایج با دقت پایین تری نسبت به سایر روش ها نظیر شبکه عصبی و فازی می گردد. این مسئله در تحقیقات شقاقیان و همکاران (۱۳۹۰) و معینی و همکاران (۱۳۹۵) تایید شده است. معینی و همکاران (۱۳۹۵) در مدل سازی دبی ماهانه ی ورودی به مخزن سد جامیشان با مدل های خودهمبسته با میانگین متحرک جمعی و سامانه ی استنتاج فازی-عصبی تطبیقی به این نتیجه دست یافتند که مدل های پایه ی استوکستیک در مواقعی که غیریکنواختی زیاد

منابع مورد استفاده

- Bierkens MFP, Knotters M and van Geer FC, 1999. Calibration of transfer function-noise models to sparsely or irregularly observed time series. *Water Resources Research* 35(6): 1741-1750.
- Box GEP and Cox DR, 1964. An analysis of transformations. *Journal of the Royal Statistical Society, Series B (Methodological)* 26(2): 211-252.
- Box GEP and Jenkins GW, 1976. *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. Wiley, Holden-Day, San Francisco, 575 p.
- Haltiner JP and Salas JD, 1988. Development and testing of a multivariate, seasonal ARIMA (1,1) model. *Journal of Hydrology* 104: 247-272.

- Hurvich CM and Tsai CL, 1989. Regression and Time series Model selection in small sample. *Biometrika* 76: 297-307.
- Kashyap RL and Ramachandra RA, 1976. *Dynamic Stochastic Models from Empirical Data*. Academic Press, New York.
- Khalili K, Fakheri Fard A, Dinpajooh Y and Ghorbani MA, 2011. Nonlinearity testing of stream flow processes by BDS test (Case study: Shaharchi River in Urmia). *Water and soil science* 21(2): 25-37.
- Knotters M and Van Walsum PEV, 1997. Estimating fluctuation quantities from the time series of water table depths using models with a stochastic component. *Journal of Hydrology* 197: 25-46.
- Malekinezhad H and Porshaiani R, 2013. Application and comparison of integrated time series and Artificial Neural Network Model for prediction of the variations of groundwater level (Case study: Plain Marvast). *Journal of Irrigation Science and Engineering* 36(3): 81-92.
- Moeeni H, Bonakdari H, Fatemi SE and Ebtehaj I, 2016. Modeling the Monthly Inflow to Jamishan Dam Reservoir Using Autoregressive Integrated Moving Average and Adaptive Neuro- Fuzzy Inference System Models. *Water and soil science* 26(1-2): 273-285.
- Niromand H and Bozorgnia A, 1993. *Introduction to Time Series Analysis*. Ferdowsi University of Mashhad Press, Mashhad, Iran.
- Omidi R, Radmanesh F and Zareie H, 2013. River discharge forecasting using by stochastic models. Pp. 513-521. The first National Conference on Water and Agriculture Water Challenges, Iran Irrigation and Drainage Association. 13 February, Isfahan, Iran.
- Pourmohamadi S, Malekinejad H and Pourshariati R, 2013. Comparison of ANN and time series appropriately in prediction of ground water table (Case Study: Bakhtegan basin). *Journal of water and soil conservation* 20(4): 251-262.
- Rahmani AR and Sedehi M, 2004. Predication of groundwater level changes in the plain of Hamedan-Bahar using time series model. *Journal of water and wastewater* 15(3): 42-49.
- Rezaie A and Mosavi SN, 2009. Groundwater level fluctuations forecasting of Farough plain- Marvdasht city using by time series model. Pp. 1-8. Sixth Iranian Agriculture Economics Conference. October, Karaj, Iran.
- Salas JD, Delleur JW, Yevjevich V and Lane WL, 1980. *Applied Modeling of Hydrologic Time Series*. Water Resources Publication, Colorado.
- Shaghaghian MR, 2006. Prediction of dissolved oxygen in rivers using a Wang-Mendel method-Case study of Au-Sable River. *World Academy of Science, Engineering and Technology* 62: 795-802.
- Shaghaghian MR and Shaghaghian M, 2011. Comparison of groundwater levels time modeling between using fuzzy logic and based time series analysis methods (Case study: Shiraz plain). Sixth National Civil Engineering Congress. 26-27 April, Semnan, Iran.
- Van Geer FC and Zuur AF, 1997. An extension of Box-Jenkins transfer noise models for spatial interpolation of groundwater head series. *Journal of Hydrology* 192: 65-80.