

ارزیابی و تحلیل عدم قطعیت بر آورد تبخیر- تعرق گیاه مرجع با استفاده از برنامه‌ریزی ژنتیک

فرید فیض‌اله پور^{۱*}، مجید دلاور^۲، مهدی حسامی افشار^۳

تاریخ دریافت: ۹۳/۱۲/۲۲ تاریخ پذیرش: ۹۶/۳/۱۶

^۱- دانشجوی دکتری آبیاری و زهکشی، دانشگاه ارومیه

^۲- استادیار گروه سازه های آبی، دانشگاه تربیت مدرس

^۳- دانشجوی دکتری مهندسی عمران، دانشگاه میدل ایست تکنیکال یونیورسیتی

* مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: F_Feizolahpour@yahoo.com

چکیده

کشور ایران از لحاظ شرایط اقلیمی جزء مناطق خشک و نیمه خشک جهان محسوب می‌شود. محدودیت منابع آب و بهره‌برداری نامطلوب از آن، بخش کشاورزی را با چالش‌های عمده‌ای مواجه کرده است. استفاده بهینه آب در مزرعه، نیازمند تخمین دقیق میزان آب مصرفی گیاه می‌باشد. تاکنون مطالعات زیادی در خصوص ارائه روش‌های تخمین تبخیر- تعرق گیاه مرجع (ET_0) با استفاده از سیستم‌های هوشمند صورت گرفته است. در این تحقیق ضمن بررسی کارایی روش برنامه‌ریزی ژنتیک، مدل‌هایی جهت بر آورد تبخیر- تعرق با استفاده از کمترین متغیرهای هواشناسی ارائه شده است. بدین منظور با استفاده از روش رگرسیون گام‌به‌گام، ورودی مدل‌های برنامه‌ریزی ژنتیک از بین هفت متغیر هواشناسی (دمای هوای متوسط، دمای هوای بیشینه و دمای هوای کمینه، رطوبت نسبی، سرعت باد در ارتفاع دو متری، تعداد ساعات آفتابی و تشعشع خورشیدی) انتخاب گردیدند. علاوه بر این، برای مقایسه توانایی‌های مدل‌های تجربی و مدل‌های برنامه‌ریزی ژنتیک در بر آورد تبخیر- تعرق مرجع، از هشت مدل تجربی متداول نیز استفاده گردید. در مطالعه صورت گرفته، از روش فائو پنمن- مانتیث به عنوان یک روش استاندارد برای ارزیابی کارایی مدل‌های برنامه‌ریزی ژنتیک و مدل‌های تجربی استفاده شده است. نتایج به دست آمده نشان دادند مدل‌های برنامه‌ریزی ژنتیک دارای دقت بالاتری نسبت به روش‌های تجربی هستند. در نهایت به منظور بهبود نتایج حاصل، با استفاده از روش میانگین‌گیری مدل بیزی (BMA)، نتایج حاصل از مدل‌های برنامه‌ریزی ژنتیک، ترکیب شده و باند عدم قطعیت آن‌ها تعیین گردید.

واژه‌های کلیدی: برنامه‌ریزی ژنتیک، تبخیر- تعرق گیاه مرجع، رگرسیون گام‌به‌گام، عدم قطعیت، فائو پنمن- مانتیث

Evaluation and Uncertainty Analysis of Reference Crop Evapotranspiration Estimation Using Genetic Programming

F Feizolahpour^{*1}, M Delavar and M Hesami Afshar

Received: 13 March 2015 Accepted: 6 June 2017

¹- Ph.D. Student of Irrigation and Drainage Engin., Faculty of Agric., Urmia Univ., Iran

²- Assist. Prof. of Water Structures Dept., Tarbiat Modarres Univ., Iran

³- PhD Student of Water Resources Engin., Civil Engin., Middle East Technical Univ., Turkey

* Corresponding Author, E-mail: f_feizolahpour@yahoo.com

Abstract

Iran has been considered as one of the arid and semi-arid regions of the world in terms of climatic conditions. Limited water resources and inappropriate management of them has fed the agricultural sector with significant challenges. Efficient usage of water in the field, requires accurate estimation of the plant's water consumption. So far, many studies have been conducted in order to provide new methods for estimation of the reference evapotranspiration (ET_0) using intelligent systems. In this study, in addition to evaluation of the efficiency of genetic programming (GP), other models are provided for estimation of evapotranspiration, which are using the minimum amount of meteorological variables. For this purpose, by use of the stepwise regression method, input variables of GP are selected among 7 meteorological variables (i.e., average air temperature, maximum air temperature, minimum air temperature, relative humidity, wind speed at two meters' height, sunshine hours, and solar radiation). Moreover, eight conventional empirical models are used to compare the performance of empirical models with GP models in the estimation of reference evapotranspiration. In this study, the FAO Penman-Montieth method is considered as the reference method in evaluation of the performances of GP and empirical models. The obtained results show that the GP models have higher accuracy than empirical models. Finally for improving the performance of obtained results, the Bayesian model averaged method is used to combine the results of GP models and to determine their uncertainty bands.

Keywords: FAO Penman-Montieth, Genetic programming, Reference crop evapotranspiration, Stepwise regression, Uncertainty

مقدمه

اخیر با پیشرفت مدل‌های کامپیوتری، از مدل‌های ضمنی متکی بر شبکه‌های عصبی مصنوعی (ANNs)، سامانه استنتاج فازی-عصبی (ANFIS) و روش‌های برنامه‌ریزی ژنتیک (GP^3) در مسائل هیدرولوژی و مهندسی منابع آب استفاده‌شده و نتایج مطلوبی نیز حاصل‌شده است (طبری

تبخیر- تعرق یکی از مهم‌ترین مؤلفه‌های چرخه هیدرولوژی است که برآورد دقیق آن در تعیین نیاز آبی گیاه، طراحی سیستم‌های آبیاری و مدیریت و بهره‌برداری منابع آب از اهمیت زیادی برخوردار است. در سال‌های

³ Genetic programming

¹ Artificial neural network system

² Adaptive neuro-fuzzy Inference system

رگرسیون آماری استفاده کردند. نتایج نشان داد که هر سه مدل پیشنهاد شده به خوبی قادر به تقریب تبخیر- تعرق ساعتی بودند. با این حال، مدل‌های GP و رگرسیونی توانایی تعمیم بهتری نسبت به مدل شبکه عصبی مصنوعی داشتند. سیفی و همکاران (۱۳۹۲) توانایی مدل برنامه‌نویسی بیان ژن (GEP) در برآورد ET_o و استخراج فرم صریح روابط با استفاده از داده‌های هواشناسی را مورد بررسی قرار دادند. آنان بر اساس معادلات پنمن-مانتیت، پریستلی-تیلور و هارگریوز-سامانی، سه ترکیب ورودی متفاوت برای مدل‌های GEP در نظر گرفتند. نتایج نشان‌دهنده قابلیت مدل GEP بود و مدل GEP توسعه داده شده بر اساس ورودی‌های معادله پنمن-مانتیت خطای کمتری نسبت به سایر مدل‌ها داشت. در مطالعه‌ای دیگر، شیر و همکاران (۲۰۱۲) از مدل‌های برنامه‌ریزی ژنتیک برای برآورد تبخیر- تعرق گیاه مرجع استفاده کردند. آن‌ها نتایج به دست آمده از مدل‌های برنامه‌ریزی ژنتیک را با مدل‌های سیستم استنتاج فازی-عصبی و مدل‌های تجربی مقایسه کردند. طبق بررسی آن‌ها مدل توسعه یافته شده بر اساس برنامه‌ریزی ژنتیک نسبت به سایر مدل‌ها از عملکرد بهتری برخوردار بود.

تبخیر- تعرق پدیده‌ای پیچیده و غیرخطی است که طیف وسیعی از عوامل هیدرولوژیکی بر آن تأثیرگذار هستند. همواره به دلیل وجود عدم قطعیت در اندازه‌گیری داده‌های هواشناسی و عدم قطعیت پارامترهای مدل‌های برآورد تبخیر- تعرق، نتایج حاصل نیز دارای عدم قطعیت می‌باشند. یکی از متداول‌ترین روش‌ها جهت تعیین عدم قطعیت خروجی‌های مختلف تحت سناریوهای گوناگون، روش میانگین‌گیری بیزی (BMA) است. عجمی و همکاران (۲۰۰۶) برای تحلیل عدم قطعیت مدل‌های بارش-رواناب از این روش استفاده کردند. آن‌ها با استفاده ترکیبی از خروجی‌های مدل هیدرولوژیکی توانستند، عملکرد بهتری نسبت به استفاده از یک مدل تنها به دست آورند. در مطالعه‌ای دیگر، عجمی و همکاران (۲۰۰۷) با استفاده از ترکیب سه سناریو ناشی از تغییر ساختار مدل

و همکاران ۲۰۱۲، دالکیلیچ و همکاران ۲۰۱۴، کیشی و همکاران ۲۰۱۳، کیشی ۲۰۱۳). احمدزاده قره گوین و همکاران (۱۳۸۹)، گزارش کردند که سیستم استنتاج عصبی- فازی و شبکه عصبی مصنوعی از دقت بالایی در مدل‌سازی تبخیر- تعرق برخوردارند. مرادی و همکاران (۱۳۹۱) مدل‌های مختلفی را بر اساس روش منطق فازی برای برآورد تبخیر- تعرق مرجع روزانه استفاده کردند. آنان در بررسی ترکیب‌های مختلف متغیرهای هواشناسی مشاهده کردند که مدل فازی با دو متغیر ورودی شامل دما و رطوبت تطابق بسیار خوبی با مدل پنمن-مانتیت فائو داشته است.

برنامه‌ریزی ژنتیک در مقایسه با روش‌های مبتنی بر شبکه‌های عصبی مصنوعی و سیستم‌های استنتاج فازی، به عنوان یک روش جدید محسوب می‌شود. داننده مهر و مجد زاده طباطبائی (۱۳۸۹) در پژوهشی مشاهده کردند که استفاده از برنامه‌ریزی ژنتیک در مقایسه با شبکه عصبی مصنوعی از دقت بیشتری در پیش‌بینی جریان رودخانه‌ها برخوردار است. آیتک و کیشی (۲۰۰۸) برای پیش‌بینی میزان بار رسوب معلق روزانه از برنامه‌ریزی ژنتیک استفاده کردند. آن‌ها با استفاده از GP مدل‌های صریح ریاضی برای تخمین دبی رسوب ارائه کردند و بر اساس مطالعات صورت گرفته به این نتیجه رسیدند که این مدل-های ریاضی نسبت به مدل‌های رگرسیون چند خطی و منحنی‌های شدت رسوب عملکرد بهتری دارند. گوون و کیشی (۲۰۱۱) در تحقیقی با استفاده از برنامه‌ریزی ژنتیک خطی، میزان تبخیر از تشت را مدل‌سازی کردند. در مطالعه‌ای دیگر، گوون و کیشی (۲۰۱۳) کار آبی مدل‌های مختلف مبتنی بر برنامه‌ریزی ژنتیک خطی، فازی- ژنتیک، سیستم استنتاج فازی و شبکه عصبی را مورد مقایسه قرار دادند. آن‌ها از داده‌های هواشناسی ماهیانه برای تخمین تبخیر از تشت استفاده کردند و به این نتیجه رسیدند که برنامه‌ریزی ژنتیک خطی عملکرد بهتری نسبت به سایر مدل‌ها دارد. ایزدی فر و الشورباقی (۲۰۱۰) برای تخمین تبخیر- تعرق ساعتی از مدل‌های GP ، $ANNs$ و مدل‌های

هیدرولوژیکی، توانستند باند عدم قطعیت آن را بهبود ببخشند. علاوه بر این، همری (۲۰۱۲) نیز برای تعیین عدم قطعیت رواناب تولیدشده در رودخانه آلپ از روش *BMA* استفاده کرد.

تاکنون تحقیقات زیادی به منظور توسعه مدل‌های هوشمند جهت برآورد تبخیر- تعرق گیاه مرجع صورت گرفته است. علاوه بر این، تلاش‌هایی نیز جهت کاهش تعداد پارامترهای ورودی به مدل‌های توسعه داده شده انجام گرفته ولی در اغلب موارد، گزینش بین پارامترهای موجود

بر اساس ورودی‌های معادلات متداول انجام گرفته است. لذا در تحقیق حاضر سعی بر آن است که ضمن بررسی توانایی برنامه‌ریزی ژنتیک در مدل‌سازی تبخیر- تعرق مرجع، با استفاده از روش رگرسیون گام‌به‌گام امکان کاهش تعداد پارامترهای ورودی مدل مورد ارزیابی قرار بگیرد. همچنین در نهایت بر اساس مدل‌های برنامه‌ریزی ژنتیک توسعه داده شده، یک مدل ترکیبی با استفاده از روش *BMA* با هدف بهبود باند عدم قطعیت تبخیر- تعرق ارائه شده است.

جدول ۱- موقعیت جغرافیایی ایستگاه‌های هواشناسی منتخب.

ایستگاه	طول جغرافیایی	عرض جغرافیایی	ارتفاع از سطح دریا (m)
اصفهان	۵۱° ۴۰' شرقی	۳۷° ۳۲' شمالی	۱۵۵۰/۴
کرج	۵۴° ۵۰' شرقی	۳۵° ۵۵' شمالی	۱۳۱۲/۵
یزد	۵۴° ۱۷' شرقی	۳۱° ۵۴' شمالی	۱۲۳۷/۲
بجنورد	۵۷° ۱۶' شرقی	۳۷° ۲۸' شمالی	۱۱۱۲/۰

جدول ۲- میانگین (سطر بالا) و انحراف از معیار (سطر پایین) روزانه پارامترهای هواشناسی در ایستگاه‌ها.

ایستگاه	دوره آماری	T_{min}	T_{mean}	T_{max}	R_H	U	R_S	n
اصفهان	-۱۳۸۳	۱۰/۰	۱۷/۱	۲۴/۲	۳۵/۸	۱/۲۸	۱۷/۷۹	۹/۱۵
	۱۳۶۴	۸/۷۸	۹/۳۲	۱۰/۲	۱۷/۳۵	۱/۰۹	۱۰/۱۴	۳/۰۹
	-۱۳۷۸	۷/۷	۱۳/۹	۲۰/۲	۵۰/۳	۱/۷۰	۱۸/۱۰	۷/۹
کرج	۱۳۶۴	۸/۳۷	۹/۵۵	۱۰/۹۷	۱۹/۶	۱/۱۲	۸/۷۰	۳/۷۳
	-۱۳۷۸	۱۰/۹	۱۸/۲	۲۵/۵	۳۵/۱	۱/۸	۲۰/۳۹	۸/۳۶
	۱۳۶۱	۹/۱۸	۹/۶۹	۱۰/۵۱	۱۸/۸۷	۱/۲۰	۹/۰۵	۳/۴۰
یزد	-۱۳۸۳	۷/۳	۱۳/۷	۲۰/۱	۵۸/۲	۲/۱	۱۷/۲۱	۷/۶
	۱۳۶۳	۸/۲۰	۹/۰۶	۱۰/۴۳	۱۸/۹	۱/۸۹	۷/۶۶	۳/۹۰

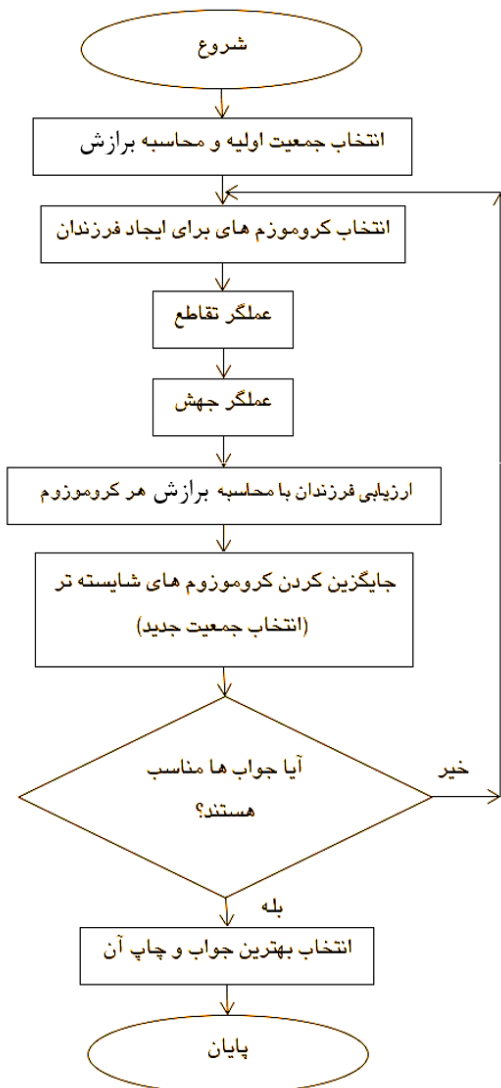
T_{min} ، T_{mean} و T_{max} به ترتیب دمای هوای کمینه، متوسط و بیشینه ($^{\circ}C$)، R_H رطوبت نسبی (%)، U سرعت باد ($m s^{-1}$)، R_S تابش خورشیدی ($MJ m^{-2} day^{-1}$) و n ساعت آفتابی (hr) است.

مواد و روش‌ها

داده‌ها و اطلاعات

تحقیق حاضر با استفاده از داده‌های هواشناسی چهار ایستگاه اصفهان، کرج، یزد و بجنورد انجام گردید (جدول ۱). داده‌ها بعد از صحت‌سنجی و حذف نقاط مفقود

و پرت برای مدل‌سازی تبخیر- تعرق مورد استفاده قرار گرفتند. به منظور تأثیر تمام داده‌ها در آموزش و صحت‌سنجی مدل‌های توسعه داده شده، مقادیر ۲۰ روز اول و ۱۰ روز آخر هر ماه به ترتیب برای آموزش و صحت‌سنجی مدل‌ها در نظر گرفته شد. برخی از مشخصات



شکل ۱- روند کلی اجرای گام‌های برنامه‌ریزی ژنتیک (کوزا ۱۹۹۲).

آماري داده‌های هواشناسي در جدول ۲ ارائه شده است. لازم به ذکر است که به دليل وجود داده‌های لایسیمتری و براساس مطالعات صورت گرفته، روش فائو پنمن-مانتیش به عنوان یک روش استاندارد برای ارزیابی کارایی مدل‌های مورد استفاده، در نظر گرفته شده است (آلن و همکاران ۱۹۹۸).

برنامه‌ریزی ژنتیک

برنامه‌ریزی ژنتیک در اوایل دهه نود میلادی توسط کوزا (۱۹۹۲) مطرح شد. در برنامه‌ریزی ژنتیک یک تابع هدف در قالب معیارهای کیفی تعریف شده و سپس این تابع برای مقایسه جواب‌های مختلف مسئله در یک فرآیند گام‌به‌گام تصحیح ساختار داده‌ها به کار گرفته می‌شود و در نهایت جواب مناسب ارائه می‌گردد. بدین منظور ابتدا بلوک‌های موجود که شامل متغیرهای ورودی و هدف و نیز تابع ارتباط دهنده آن‌ها می‌باشند، تعریف گردیده و سپس ساختار مناسب الگو و ضرایب آن تعیین می‌شود. برنامه‌ریزی ژنتیک علاوه بر توانایی استخراج رابطه بین متغیرهای ورودی و خروجی به‌طور خودکار و هوشمند، متغیرهایی که در مدل بیشترین تأثیر را دارند انتخاب می‌کند (بورلی و همکاران ۲۰۰۶). در سال‌های اخیر، از برنامه‌ریزی ژنتیک به‌طور وسیعی در الگوسازی مسائل مربوط به مهندسی آب استفاده شده است. روند کلی فرآیند برنامه‌ریزی ژنتیک در شکل ۱ نشان داده شده است.

پارامترهای مورد نیاز برای مدل‌سازی تبخیر-تعرق مرجع با استفاده از برنامه‌ریزی ژنتیک به‌صورت جدول ۳ در نظر گرفته شد.

جدول ۳- پارامترهای در نظر گرفته شده برای مدل سازی

برنامه ریزی ژنتیک.

تعداد کروموزومها	۳۰
تعداد ژن ها	۳
عملگر ریاضی بین ژن ها	جمع
سرعت جهش	۰/۰۴۴
سرعت وارونگی	۰/۱
سرعت تلاقی با یک نقطه	۰/۳
سرعت تلاقی با دونقطه	۰/۳
سرعت تلاقی ژن	۰/۱
سرعت جابجایی	۰/۱

رگرسیون گام به گام

رگرسیون گام به گام، یکی از روش های مفید جهت انتخاب متغیرهای ورودی به مدل است. این روش زمانی که مسئله با شمار زیادی از متغیرها در پیش بینی پارامتر خروجی روبرو باشد، بسیار سودمند خواهد بود. روش رگرسیون گام به گام بر اساس آزمون فرض صفر بنانهاده شده است. بنابراین، مقادیر t برای متغیرهای انتخاب شده باید معنی دار باشند، در غیر این صورت در مراحل بعدی شانس خود را در انتخاب شدن به عنوان ورودی در مدل نهایی را از دست خواهند داد. در روش رگرسیون گام به گام، ضرایب همبستگی ساده و جزئی بین متغیر خروجی (y) و هر یک از متغیرهای ورودی (x) محاسبه می شوند. این ضریب از طریق معادله زیر به دست می آید:

$$r_{yx} = \frac{\sum yx}{\sqrt{\sum y^2} \sqrt{\sum x^2}} \quad [1]$$

اگر در محاسبه ضریب همبستگی بین y و x اثر سایر متغیرهای موجود نسبت به همدیگر حذف شوند، آن ضریب همبستگی جزئی نامیده می شود. ضریب همبستگی جزئی به صورت زیر محاسبه می گردد:

$$r_{yx_1x_2} = \frac{r_{yx_1} - r_{yx_2} r_{x_1x_2}}{\sqrt{(1 - r_{yx_1}^2)(1 - r_{x_1x_2}^2)}} \quad [2]$$

پس از محاسبه ضرایب همبستگی ساده و جزئی به کمک معادله های ۱ و ۲، مراحل فرآیند رگرسیون گام به گام به شرح زیر انجام می پذیرد: ۱) انتخاب اولین ورودی مدل با توجه به مقادیر همبستگی ساده بین متغیرهای ورودی و خروجی (متغیری که دارای بیشترین وابستگی باشد، به عنوان اولین ورودی مدل انتخاب می شود)، ۲) انتخاب دومین ورودی با توجه به مقادیر همبستگی جزئی بین متغیرهای باقی مانده و متغیر خروجی، ۳) با استفاده از آزمون F معنی دار بودن متغیر اول، با توجه به وجود متغیر دوم، مورد آزمون قرار داده می شود و متغیر مورد آزمون با توجه به سطح اطمینان مدنظر، حذف و یا ابقا می گردد. ۴) رویه ی انتخاب متغیر بعدی با توجه به دارا بودن بیشترین مقدار همبستگی جزئی و انجام آزمون های معنی داری بر روی متغیرهای انتخاب شده، آن قدر ادامه پیدا خواهد کرد که بهترین مجموعه متغیرهای مستقل انتخاب گردند (وانگ و جین ۲۰۰۳).

تحلیل عدم قطعیت به روش میانگین گیری مدل بیزی (BMA) در شبیه سازی های هیدرولوژیکی با استفاده از مدل های مختلف، عدم قطعیت موجود در فرآیندهای مختلف، باعث به وجود آمدن چندین خروجی در یک منطقه و در یک زمان معین شده و در نتیجه باعث ایجاد عدم قطعیت در نتایج می گردد. در اغلب موارد سعی شده است که با استفاده از روش های آماری یکی از این مدل ها انتخاب شده و شبیه سازی داده ها با استفاده از آن ها صورت گیرد که این امر می تواند با توجه به احتمال وقوع سایر سناریوها، باعث ایجاد خطا در نتایج شود. از این رو در نظر گرفتن نتایج مدل ها و سناریوهای ممکن در شبیه سازی می تواند دقت آن را بالا برده و اعتماد پذیری به پیش بینی های مدل را افزایش دهد. یکی از متداول ترین این روش ها برای ترکیب نتایج مدل ها و تحلیل عدم قطعیت آن ها، روش BMA می باشد. در روش BMA فرض می شود که تمامی مدل ها مفید بوده و در شبیه سازی قابلیت استفاده را دارند ولی درجه اعتماد به آن ها متفاوت می باشد که توسط وزن هر یک از آن ها معلوم می گردد. وزن هر

که در آن N تعداد مجموعه داده‌ها، X مقدار خروجی محاسبه‌شده، Y مقدار خروجی اندازه‌گیری شده، $\bar{X}$ و $\bar{Y}$ مقادیر میانگین می‌باشند.

نتایج و بحث

تعیین ورودی مدل‌ها

مدل‌های ارائه‌شده برای تخمین تبخیر-تعرق مرجع تحت تأثیر تعداد زیادی از پارامترهای هواشناسی، اثرات متقابل آن‌ها و برخی پارامترهای ناشناخته هستند. در تحقیق حاضر ترکیب ورودی مدل‌ها تنها بر اساس داده‌های اندازه‌گیری در ایستگاه‌های هواشناسی و به دو روش انتخاب گردیده و در نهایت نتایج به‌دست آمده، مورد مقایسه قرار گرفت.

انتخاب ورودی مدل بر اساس روش رگرسیون گام‌به‌گام

بر اساس نتایج حاصل از رگرسیون گام‌به‌گام، برای هر ایستگاه دو مدل بر اساس دو و سه متغیر ورودی انتخاب شد. مشخصه‌های آماری مربوط به مدل‌های انتخابی در جدول ۴ ارائه شده است.

در جدول ۴، مقدار F از تقسیم میانگین مجزورات رگرسیون (MSR) بر میانگین مجزورات باقیمانده (MSE) به دست می‌آید و بیان‌گر آن است که آیا مدل رگرسیونی تحقیق مدل مناسبی است یا خیر. به عبارتی دیگر، آیا متغیرهای مستقل قادر هستند که به خوبی تغییرات متغیر وابسته را توضیح دهند یا خیر؟ تشخیص این موضوع با معنی‌داری مقدار F در سطح خطای کوچک‌تر از ۰/۰۵ امکان‌پذیر است (حبیب‌پور و صفری‌شالی ۱۳۹۱). مقادیر سطح معنی‌داری ($Sig.$) در مقاله حاضر نشان‌دهنده تبیین بسیار خوب متغیرهای مستقل از تغییرات متغیر وابسته می‌باشد.

یک از شبیه‌سازی‌ها و واریانس مربوط به تابع توزیع آن‌ها از طریق تابع توزیع پسین^۵ هرکدام تعیین می‌شود. سپس با استفاده از وزن‌های تعیین شده، یکی از مدل‌های شبیه‌سازی انتخاب و با استفاده از تابع توزیع آن، عددی تصادفی انتخاب می‌شود. در این روش مقادیر موردنیاز جهت تخمین باند عدم قطعیت، از طریق متوسط‌گیری وزنی مقادیر شبیه‌سازی‌ها محاسبه می‌شوند. وزن هر یک از این شبیه‌سازی‌ها بستگی به میزان همبستگی آن‌ها با داده‌های مشاهداتی دارند که توسط احتمالات پسین هر مدل اندازه‌گیری می‌شوند. اگر فرض شود که $f_1, f_2, \dots, f_k$ و مدل‌های شبیه‌سازی موجود (سناریوهای شبیه‌سازی‌شده) باشند و تابع توزیع هرکدام از آن‌ها به صورت $g_k(y|f_k)$ باشد، آنگاه مدل پیش‌بینی کننده BMA مطابق رابطه ۳ تعریف می‌گردد:

$$P(y|f_1, \dots, f_k) = \sum_{k=1}^k w_k g_k(y|f_k) \quad [3]$$

در این رابطه، w_k احتمال انتخاب شبیه‌سازی k به عنوان بهترین شبیه‌سازی می‌باشد که بر اساس عملکرد شبیه‌سازی k ام تعیین می‌گردد. این مقادیر خاصیت احتمالی دارند، به طوری که هر یک از آن‌ها غیرمنفی بوده و مجموع تمامی آن‌ها برابر با ۱ می‌باشد ($\sum_{k=1}^k w_k = 1$). در این مطالعه به منظور تحلیل عدم قطعیت برآورد تبخیر-تعرق، از بسته Ensemble BMA در نرم‌افزار R استفاده شد.

معیارهای ارزیابی عملکرد مدل‌ها

در این مطالعه برای ارزیابی نتایج به‌دست آمده از دو شاخص آماری متداول شامل جذر میانگین مربعات خطا ($RMSE$) و ضریب تعیین (R^2) استفاده شده است. این آماره‌ها به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$RMSE = \sqrt{\sum_{k=1}^N \frac{(X_k - Y_k)^2}{N}} \quad [4]$$

$$R^2 = \left[\frac{\sum_{k=1}^N (X_k - \bar{X})(Y_k - \bar{Y})}{\sum_{k=1}^N (X_k - \bar{X})^2 \sum_{k=1}^N (Y_k - \bar{Y})^2} \right]^2 \quad [5]$$

⁵ Posterior probability distribution

جدول ۴- مشخصات مدل‌های برنامه‌ریزی ژنتیک طراحی شده بر اساس رگرسیون گام به گام.

ایستگاه	مدل برنامه‌ریزی ژنتیک	مدل رگرسیونی	متغیرهای منتخب	F	Sig.
اصفهان	GP_Reg_2	Reg_2	$T_{mean, n}$	۲۶۵۹۰/۶۹۳	۰/۰۰۱
	GP_Reg_3	Reg_3	T_{mean, n, u_2}	۲۴۰۴۱/۲۲۲	۰/۰۰۱
کرج	GP_Reg_2	Reg_2	T_{max, u_2}	۱۱۰۱۵/۶۹۶	۰/۰۰۱
	GP_Reg_3	Reg_3	$T_{max, u_2, n}$	۹۰۵۴/۵۲۵	۰/۰۰۱
یزد	GP_Reg_2	Reg_2	T_{mean, u_2}	۱۱۷۳۵/۵۵۶	۰/۰۰۱
	GP_Reg_3	Reg_3	$T_{mean, u_2, n}$	۱۲۴۰۳/۸۰۹	۰/۰۰۱
بجنورد	GP_Reg_2	Reg_2	T_{mean, u_2}	۱۶۳۶۱/۰۵۳	۰/۰۰۱
	GP_Reg_3	Reg_3	$T_{mean, u_2, n}$	۱۷۱۰۱/۶۷۸	۰/۰۰۱

انتخاب ورودی مدل بر اساس مدل‌های تجربی

در رویکرد دوم برای مقایسه عملکرد مدل‌های تجربی و مدل‌های برنامه‌ریزی ژنتیک، از ۸ مدل تجربی متداول در برآورد تبخیر-تعرق مرجع، برای انتخاب ورودی مدل‌های GP استفاده شده است. مشخصات مدل‌های تجربی مورد استفاده و متغیرهای ورودی آن‌ها در جدول ۵ ارائه شده است.

در روابط ارائه شده در جدول ۵، ET_0 تبخیر-تعرق مرجع برحسب T_{mean} دمای هوا میانگین برحسب $^{\circ}C$ ، T_{min} دمای هوا کمینه برحسب $^{\circ}C$ ، T_{max} دمای هوا بیشینه برحسب $^{\circ}C$ ، RH رطوبت نسبی برحسب $\%$ ، Δ شیب منحنی فشار بخار برحسب $^{\circ}C^{-1}$ ، KPa ضریب رطوبتی برحسب $^{\circ}C^{-1}$ ، u_2 سرعت باد در ارتفاع دو متری، n تعداد ساعات

آفتابی، λ گرمای نهان تبخیر برحسب $MJ\ kg^{-1}$ ، R_n تابش خالص برحسب $MJ\ m^{-2}\ day^{-1}$ ، R_a تابش برون زمینی برحسب $MJ\ m^{-2}\ day^{-1}$ ، R_s تابش خورشیدی برحسب $MJ\ m^{-2}\ day^{-1}$ می‌باشند.

ارزیابی عملکرد مدل‌های برنامه‌ریزی ژنتیک و مدل‌های تجربی

نتایج شاخص‌های آماری مربوط به مقایسه مدل‌های برنامه‌ریزی ژنتیک و مدل‌های تجربی در دوره صحت‌سنجی برای ایستگاه‌های مختلف در جدول ۶ ارائه شده است.

جدول ۵- مشخصات مدل‌های برنامه‌ریزی ژنتیک طراحی شده بر اساس مدل‌های تجربی.

مدل برنامه‌ریزی ژنتیک	مدل تجربی	متغیرهای منتخب مدل	رابطه ریاضی
GP_McG_1	McGuinness-Bordne (Emp_McG_1)	T_{mean}	$ET_0 = \left(\frac{R_a}{\lambda}\right) \left(\frac{T_{mean} + 5}{68}\right)$
GP_Ivn_2	Ivanov (Emp_Ivn_2)	T_{mean}, RH	$ET_0 = 0.0018(25 + T_{mean})^2(100 - RH)$
GP_Mak_2	Makkink (Emp_Mak_2)	T_{mean}, R_s	$ET_0 = 0.61 \frac{\Delta}{\Delta + \lambda} \frac{R_s}{\lambda} - 0.12$
GP_Jen_2	Jensen-Haise (Emp_Jen_2)	T_{mean}, R_s	$ET_0 = \frac{R_s}{\lambda} (0.025T_{mean} + 0.08)$

$ET_0 = 0.0023 \frac{R_s}{\lambda} (T_{mean} + 17.8) \sqrt{T_{max} - T_{min}}$	$T_{mean}, T_{max}, T_{min}$	Hargreaves-Samani (Emp_HS_3)	GP_HS_3
For $RH < 50\%$ $ET_0 = 0.013 \left(\frac{T_{mean}}{T_{mean} + 15} \right) (23.8846 R_s + 50) \left(1 + \frac{(50 - RH)}{70} \right)$	T_{mean}, R_s, R_H	Turk (Emp_Tur_3)	GP_Tur_3
For $RH > 50\%$ $ET_0 = 0.013 \left(\frac{T_{mean}}{T_{mean} + 15} \right) (23.8846 R_s + 50)$			
$ET_0 = 0.0393 R_s \sqrt{ T_{mean} + 9.5 } - 0.19 R_s^{0.6} \phi^{0.15} + 0.0061 (T_{mean} + 20) (1.12 T_{mean} - T_{min} - 2)^{0.7}$	T_{mean}, T_{min}, R_s	Valiantzas (Emp_Val_3)	GP_Val_3
$L = 0.0864 (28.9 - 0.028 T_{mean})$ $ET_0 = 1.26 \frac{\Delta}{\Delta + \gamma} \frac{R_n}{L}$	$T_{mean}, T_{max}, T_{min}, n$	Priestley-Taylor (Emp_PT_4)	GP_PT_4

بر اساس مطالعات صورت گرفته نتایج حاصل از تحقیق حاضر با نتایج تحقیقات مشابه مطابقت داشته است. در این خصوص، شیرینی و همکاران (۲۰۱۴) عملکرد مدل‌های برنامه‌ریزی ژنتیک بر اساس ورودی‌های مختلف را در برآورد تبخیر تعرق مرجع برای ایستگاه‌های هواشناسی آبادان، اهواز، بندرعباس، بندرلنگه، بوشهر، گرگان، رشت و ساری مورد ارزیابی قرار دادند که بر اساس نتایج آن‌ها مدل GP حاصل از ترکیب ورودی دمای میانگین، کمینه، بیشینه و تابش خورشیدی دارای بیشترین دقت بوده است. علاوه بر این ترانزیر و گوون (۲۰۱۳) مدل‌های GP مختلفی بر اساس ورودی‌هایی همچون دمای کمینه و بیشینه، تابش خورشیدی، سرعت باد و رطوبت توسعه دادند که R^2 و RMSE این مدل‌ها به ترتیب ۰/۵۸۸ تا ۰/۹۶۳ و ۰/۲۴۲ تا ۰/۸۰۲ میلی‌متر بوده است، که با نتایج این تحقیق مشابه بوده است.

بر اساس نتایج حاصل (جدول ۶)، مدل‌های GP در مقایسه با روش‌های تجربی دارای R^2 بیشتر و RMSE کمتر بوده و در نتیجه از دقت بالایی در برآورد ET_0 برخوردار بودند. از طرفی در تمام ایستگاه‌ها، مدل‌های GP مبنی بر ورودی‌های حاصل از رگرسیون گام‌به‌گام نسبت به روش‌های تجربی و سایر مدل‌های GP عملکرد بهتری داشتند. بطور مثال در ایستگاه اصفهان مدل GP_Reg_2 تنها با دو پارامتر هواشناسی نسبت به سایر مدل‌های تجربی و GP حاصل از آن‌ها (با تعداد پارامترهای یکسان و بیشتر) عملکرد بهتری داشته است. مدل GP_Reg_3 نیز در مقایسه با مدل‌های GP_PT_4 و Emp_PT_4 و سایر مدل‌ها با تعداد ورودی یکسان از دقت بیشتری برخوردار بوده است.

همچنین مقایسه عملکرد مدل‌های تجربی در ایستگاه‌های مختلف نشان می‌دهد که مدل Emp_PT_4 نسبت به سایر روش‌های تجربی، از دقت بالاتری برخوردار بوده است.

جدول ۶- نتایج مقایسه مدل‌های تجربی و برنامه‌ریزی ژنتیک با روش استاندارد فائو پنمن - مانیتیت در دوره صحت‌سنجی.

مدل	اصفهان		یزد		کرج		بجنورد	
	R^2	RMSE (mm day ⁻¹)	R^2	RMSE (mm day ⁻¹)	R^2	RMSE (mm day ⁻¹)	R^2	RMSE (mm day ⁻¹)
GP_McG_1	۰/۹۲۸	۰/۴۹۹	۰/۹۰۸	۰/۶۷۲	۰/۵۸۷	۰/۹۲۱	۰/۷۹۶	۰/۸۷۶
Emp_McG_1	۰/۹۳۷	۱/۲۳۸	۰/۹۲۲	۱/۲۱۶	۱/۰۲۱	۰/۹۲۲	۱/۰۰۰	۰/۹۰۴
GP_Mak_2	۰/۹۲۸	۰/۵۳۷	۰/۸۹۸	۰/۷۰۶	۰/۷۲۶	۰/۸۷۸	۰/۹۲۴	۰/۸۳۳
Emp_Mak_2	۰/۸۶۰	۰/۸۶۱	۰/۹۸۷	۰/۸۳۰	۱/۱۲۷	۰/۷۲۵	۱/۱۱۸	۰/۷۴۹
GP_Ivn_2	۰/۸۷۸	۰/۷۰۶	۰/۸۷۹	۰/۷۷۱	۰/۸۵۱	۰/۸۳۳	۰/۹۵۵	۰/۸۲۱

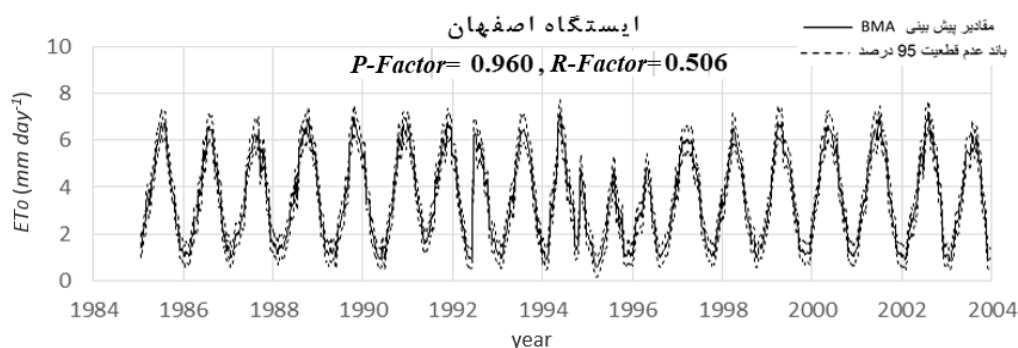
۰/۷۳۵	۱/۱۵۴	۰/۷۴۷	۱/۱۵۵	۰/۸۸۳	۱/۴۹۳	۰/۸۹۸	۱/۰۹۱	Emp_Ivn_2
۰/۸۴۸	۰/۹۲۸	۰/۸۶۷	۰/۷۶۲	۰/۸۹۲	۰/۷۳۵	۰/۹۰۵	۰/۶۱۹	GP_Jen_2
۰/۸۴۲	۱/۰۳۷	۰/۸۶۷	۱/۰۲۱	۰/۸۹۶	۱/۴۴۶	۰/۹۰۳	۱/۴۹۸	Emp_Jen_2
۰/۸۹۷	۰/۷۳۵	۰/۹۷۳	۰/۳۴۱	۰/۹۴۷	۰/۵۰۷	۰/۹۵۶	۰/۴۲۲	GP_Reg_2
۰/۸۶۳	۰/۸۳۶	۰/۹۴۱	۱/۴۹۹	۰/۹۱۷	۰/۶۳۷	۰/۹۳۲	۰/۵۲۶	GP_HS_3
۰/۹۰۰	۰/۷۳۰	۰/۹۴۷	۰/۵۹۸	۰/۹۱۳	۰/۷۶۱	۰/۹۳۲	۰/۷۳۶	Emp_HS_3
۰/۸۲۶	۰/۹۴۳	۰/۸۷۱	۰/۷۵۰	۰/۸۹۴	۰/۷۲۰	۰/۹۱۱	۰/۶۰۶	GP_Tur_3
۰/۷۷۵	۱/۰۶۸	۰/۸۰۲	۱/۰۹۸	۰/۸۸۵	۱/۵۵۴	۰/۸۷۹	۱/۵۲۱	Emp_Tur_3
۰/۸۲۵	۰/۹۰۱	۰/۸۷۶	۰/۷۳۲	۰/۸۸۶	۰/۷۳۷	۰/۹۰۱	۰/۶۳۷	GP_Val_3
۰/۸۰۵	۰/۹۲۲	۰/۸۳۰	۰/۸۵۷	۰/۸۶۱	۰/۹۹۲	۰/۸۴۷	۰/۸۸۸	Emp_Val_3
۰/۹۵۶	۰/۴۷۳	۰/۹۷۸	۰/۳۰۷	۰/۹۷۹	۰/۳۱۸	۰/۹۷۲	۰/۳۴۵	GP_Reg_3
۰/۹۳۵	۰/۴۸۲	۰/۹۵۵	۰/۴۴۱	۰/۹۳۱	۰/۵۸۱	۰/۹۱۲	۰/۵۹۶	GP_PT_4
۰/۹۲۰	۰/۵۹۹	۰/۹۵۵	۰/۴۵۸	۰/۹۳۰	۰/۶۴۳	۰/۹۶۰	۰/۵۴۴	Emp_PT_4
۰/۹۶۸	۰/۴۰۳	۰/۹۸۴	۰/۲۶۵	۰/۹۷۹	۰/۳۲۱	۰/۹۸۱	۰/۲۸۳	GP_Reg_4

برآورد ترکیبی تبخیر- تعرق گیاه مرجع

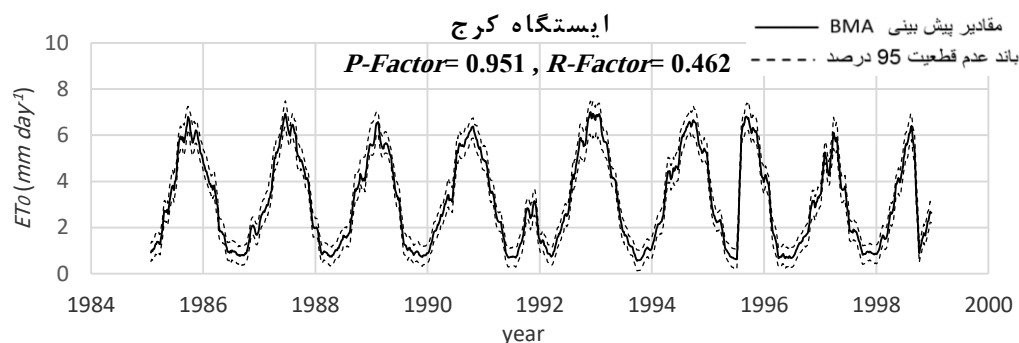
همان‌طور که مشاهده شد، کاربرد روش‌های مختلف

در تعیین تبخیر- تعرق مرجع با توجه به صحت متغیرهای ورودی و مطابقت فرآیند در نظر گرفته‌شده با شرایط واقعی منجر به طیف متنوعی از نتایج می‌گردد. اما توجه به این نکته لازم است که تمامی مدل‌های تعیین تبخیر- تعرق دارای احتمالی برای رویداد می‌باشند و از این رو می‌توان با در نظر گرفتن تمامی فرآیندهای ممکن و در نظر گرفتن وزن هر یک از آن‌ها، دقت شبیه‌سازی‌ها را افزایش داد. در این مطالعه برآورد ترکیبی تبخیر- تعرق با استفاده از مدل‌های GP برای هر ایستگاه مورد ارزیابی قرار گرفت. نتایج ترکیب مدل‌ها با استفاده از روش BMA و باند عدم قطعیت ۹۵ درصد آن‌ها در شکل‌های ۲ تا ۵ نمایش داده‌شده است.

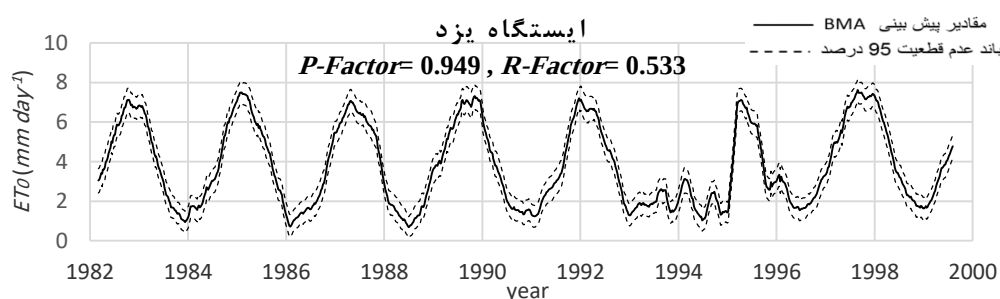
علاوه بر این شاخص‌های مربوط به سنجش تحلیل عدم قطعیت صورت گرفته همچون P -factor و R -factor نیز ارائه شده است. شاخص P -factor برابر با درصدی از داده‌های مشاهداتی است که در بازه احتمالاتی ۹۵ درصد شبیه‌سازی‌ها قرار می‌گیرد. R -factor نیز برابر با میانگین اختلاف فاصله بین باند بالایی و باند پایینی بازه‌های عدم قطعیت تقسیم بر انحراف معیار داده‌های مشاهداتی می‌باشد. مقدار P -factor در بیشترین حالت برابر با یک می‌باشد که در آن تمامی داده‌های مشاهداتی در داخل بازه اطمینان ۹۵ درصد قرار می‌گیرند. در این حالت اگر R -factor نیز برابر با صفر باشد بهترین نتیجه برای مدل‌سازی به دست می‌آید.



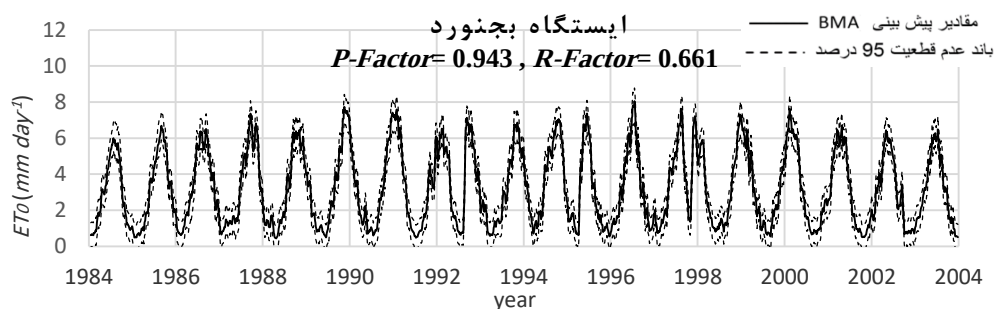
شکل ۲- باند عدم قطعیت و مقادیر ترکیبی تبخیر- تعرق مرجع در ایستگاه اصفهان.



شکل ۳- باند عدم قطعیت و مقادیر ترکیبی تبخیر- تعرق مرجع در ایستگاه کرج.



شکل ۴- باند عدم قطعیت و مقادیر ترکیبی تبخیر- تعرق مرجع در ایستگاه یزد.



شکل ۵- باند عدم قطعیت و مقادیر ترکیبی تبخیر- تعرق مرجع در ایستگاه بجنورد.

جدول ۷- مقایسه عملکرد مدل‌های برنامه‌ریزی ژنتیک برتر با مدل ترکیبی BMA.

ایستگاه	شاخص	GP_Reg_2	GP_Reg_3	GP_Reg_4	BMA
اصفهان	R^2	۰/۹۵۶	۰/۹۷۲	۰/۹۸۱	۰/۹۸۸
	RMSE	۰/۴۲۲	۰/۳۴۵	۰/۲۸۳	۰/۱۴۱
کرج	R^2	۰/۹۷۳	۰/۹۷۸	۰/۹۸۴	۰/۹۸۶
	RMSE	۰/۳۴۱	۰/۳۰۷	۰/۲۶۵	۰/۲۲۷
یزد	R^2	۰/۹۴۷	۰/۹۷۹	۰/۹۷۹	۰/۹۸۱
	RMSE	۰/۵۰۷	۰/۳۱۸	۰/۳۲۱	۰/۳
بجنورد	R^2	۰/۸۹۷	۰/۹۵۶	۰/۹۶۸	۰/۹۶۹
	RMSE	۰/۷۳۵	۰/۴۷۳	۰/۴۰۳	۰/۳۹۵

ژنتیک، شاخص‌های عملکرد به نحو مطلوبی بهبود یافته است. علاوه بر این روابط تحلیلی برترین مدل‌های برنامه‌ریزی ژنتیک برای هر ایستگاه که مربوط به مدل‌های GP_Reg_4 می‌باشد، در جدول ۸ ارائه شده است.

در جدول ۷ مشخصه‌های آماری مدل ترکیبی BMA با مدل‌های برنامه‌ریزی ژنتیک حاصل از روش رگرسیون گام‌به‌گام که از بیشترین دقت نسبت به سایر روش‌ها برخوردار بودند، مورد مقایسه قرار گرفته است. همان‌طور که ملاحظه می‌گردد، با ترکیب نتایج مدل‌ها برنامه‌ریزی

جدول ۸- روابط ریاضی مدل‌های برنامه‌ریزی ژنتیک.

ایستگاه	رابطه ریاضی
اصفهان	$ET_0 = \arctan(\exp(u_2)^2) + \arctan(T_{mean} + n - 28.77) + (\arctan(T_{mean} - u_2 + \exp(-2.51) + 0.69)^2)$
کرج	$ET_0 = \arctan(T_{mean} - 17.53) + \sqrt{n - \sqrt{n} + u_2 + 1.146} + (\cos(\cos(\sqrt{\frac{n}{0.656}})) \times \arctan(u_2))$
یزد	$ET_0 = \exp(T_{mean} + u_2 + n)^{0.33} \times \cos(68.23) + (-3.98 - (\sin(n + 5.04) \times (\exp(-3.98) \times T_{mean})) + \arctan(u_2 + \exp(10.93 - n - T_{mean})))$
بجنورد	$ET_0 = \sqrt{u_2} + [(\arctan((1.52 + n) + \arctan(T_{mean}))) + n]^{0.33} + \arctan(T_{mean} - u_2 - 14.48)$

همچنین در ایستگاه‌های اصفهان و یزد، Emp_Tur_3 و در ایستگاه‌های کرج و بجنورد، Emp_Rom_2 و Emp_Mak_2 ضعیف‌ترین عملکرد را داشتند. قابل‌ذکر است که مدل Emp_McG_1 تنها با یک ورودی دما متوسط، در تمامی ایستگاه‌ها دقت قابل قبولی در برآورد تبخیر-تعرق مرجع داشته و در صورت کمبود داده‌های هواشناسی استفاده از این روش توصیه می‌شود. در نهایت به‌منظور کسب نتایج بهتر با استفاده از الگوریتم BMA نتایج حاصل از مدل‌های برنامه‌ریزی ژنتیک ترکیب گردیدند. نتایج حاکی از آن بود که در همه ایستگاه‌ها، مدل ترکیبی شاخص‌های آماری مربوط به برآورد تبخیر-تعرق مرجع را به نحو مطلوبی بهبود بخشیدند.

نتیجه‌گیری کلی

بر اساس نتایج به‌دست‌آمده در این تحقیق، مدل‌های برنامه‌ریزی ژنتیک نسبت به برخی از روش‌های تجربی متداول از دقت بیشتری در تخمین تبخیر-تعرق مرجع برخوردار بودند. علاوه بر این در تمام ایستگاه‌ها، مدل‌های برنامه‌ریزی ژنتیک حاصل از روش رگرسیون گام‌به‌گام (GP_Reg_2 ، GP_Reg_2 و GP_Reg_2) در مقایسه با سایر مدل‌های با تعداد ورودی یکسان و حتی بیشتر، دارای عملکرد بهتری بودند. از میان مدل‌های تجربی، مدل‌های Emp_PT_4 و Emp_HS_3 به‌ترتیب با ۴ و ۳ ورودی از بیشترین دقت نسبت به سایر مدل‌ها برخوردار بودند.

منابع مورد استفاده

- Ahmadzadeh Gharah Gouiz K, Mirlatifi SM, and Mohammadi K, 2010. Comparison of Artificial Intelligence Systems (Ann & Anfis) For Reference Evapotranspiration Estimation in the Extreme Arid Regions of Iran. Journal of Water and Soil (Agricultural Sciences and Technology) 24(4): 679-689
- Ajami NK, Duan Q and Sorooshian S, 2007. An integrated hydrologic Bayesian multimodel combination framework: Confronting input, parameter, and model structural uncertainty in hydrologic prediction. Water Resources Research 43(1):1-19.

- Ajami NK, Duan Q, Gao X and Sorooshian S, 2006. Multimodel combination techniques for analysis of hydrological simulations: Application to distributed model intercomparison project results. *Journal of Hydrometeorology* 7(4): 755-768.
- Allen RG, Pereira LS, Raes D and Smith M, 1998. *Crop Evapotranspiration-Guidelines for Computing Crop Water Requirements-FAO. Irrigation and Drainage Paper 56*. FAO, Rome, 300, 6541.
- Aytek A and Kişi Ö, 2008. A genetic programming approach to suspended sediment modelling. *Journal of Hydrology* 351(3): 288-298.
- Borrelli A, De Falco I, Della Cioppa A, Nicodemi M and Trautteur G, 2006. Performance of genetic programming to extract the trend in noisy data series. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* 370(1): 104-108.
- Dalkılıç Y, Okkan U and Baykan N, 2014. Comparison of different ANN approaches in daily pan evaporation prediction. *Journal of Water Resource and Protection* 6(4): 319-326.
- Danandehmehr A, and Majdzadeh Tabatabai MR, 2010. I Prediction of Daily Discharge Trend of River Flow Based on Genetic Programming. *Journal of Water and Soil* 24(2): 325-333.
- Güven A and Kişi Ö, 2011. Daily pan evaporation modeling using linear genetic programming technique. *Irrigation Science* 29(2): 135-145.
- Güven A and Kisi O, 2013. Monthly pan evaporation modeling using linear genetic programming. *Journal of Hydrology* 503: 178-185.
- Habibpour K, and Safari Shomali R, 2008. *A Comprehensive Guide to SPSS Application in Survey Research*, Luye Motefakeran Publications, Tehran.
- Hemri S, 2012. Calibrating multi-model runoff predictions for a head catchment using Bayesian model averaging. Master Thesis. Swiss Federal Institute of Technology Zurich.
- Izadifar Z and Elshorbagy A, 2010. Prediction of hourly actual evapotranspiration using neural networks, genetic programming, and statistical models. *Hydrological Processes* 24(23): 3413-3425.
- Kisi O, 2013. Applicability of Mamdani and Sugeno fuzzy genetic approaches for modeling reference evapotranspiration. *Journal of Hydrology* 504: 160-170.
- Kisi O, Shiri J and Tombul M, 2013. Modeling rainfall-runoff process using soft computing techniques. *Computers & Geosciences* 51: 108-117.
- Koza JR, 1992. *Genetic Programming: On The Programming of Computers by Means of Natural election*. The MIT Press, Cambridge, MA, 840 p.
- Moradi H, Ansari H, Hashemini SM, Alizadeh A, Vahidian Kamyad A, Mosaavi SMJ, 2012. Estimation of Daily Reference Evapotranspiration with Fuzzy Inference Systems. *Journal of Water and Soil* 26(4): 854-863.
- Seifi A, Riahi H, Mirlatifi SM, Daily reference evapotranspiration modeling by using genetic programming model in Kerman station. The 2nd International Conference on Plant, Water, Soil and Weather Modeling. 8-9 May, Kerman, Iran.
- Shiri J, Kişi Ö, Landaras G, López JJ, Nazemi AH and Stuyt LC, 2012. Daily reference evapotranspiration modeling by using genetic programming approach in the Basque Country (Northern Spain). *Journal of Hydrology* 414: 302-316.
- Shiri J, Sadraddini AA, Nazemi AH, Kisi O, Landaras G, Fakheri Fard A and Marti P, 2014. Generalizability of gene expression programming-based approaches for estimating daily reference evapotranspiration in coastal stations of Iran. *Journal of Hydrology* 508:1-11.
- Tabari H, Kisi O, Ezani A and Hosseinzadeh Talaee P, 2012. SVM, ANFIS, regression and climate based models for reference evapotranspiration modeling using limited climatic data in a semi-arid highland environment. *Journal of Hydrology* 444: 78-89.
- Traore S and Guven A, 2013. New algebraic formulations of evapotranspiration extracted from gene-expression programming in the tropical seasonally dry regions of West Africa. *Irrigation Science* 31(1): 1-10.