

## تأثیر کاهش نویز در تحلیل آشوبی جریان رودخانه نازلوچای

حسین رضایی<sup>۱\*</sup>، ثمین جباری قره‌باغ<sup>۲</sup>

تاریخ دریافت: ۹۴/۱۲/۲۳ تاریخ پذیرش: ۹۶/۰۱/۱۹

<sup>۱</sup> دانشیار گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی دانشگاه ارومیه

<sup>۲</sup> دانش‌آموخته کارشناسی ارشد مهندسی منابع آب، دانشکده کشاورزی دانشگاه ارومیه

\*مستول مکاتبات، پست الکترونیکی: h.rezaie@urmia.ac.ir

### چکیده

با توجه به ماهیت دینامیک و غیر خطی جریان رودخانه، می‌توان انتظار داشت که سری زمانی جریان رودخانه از یک سیستم دینامیکی قطعی آشوبی به دست آمده باشد. با توجه به اینکه سری‌های زمانی به دست آمده از پدیده‌های طبیعی عموماً با نویز مخدوش شده‌اند، وجود نویز فرآیند تحلیل‌های آشوبی و در نهایت پیش‌بینی سری‌های زمانی را با محدودیت‌هایی مواجه می‌سازد. بنابراین در این تحقیق با استفاده از آمار دبی‌های روزانه رودخانه نازلوچای در دوره مهر ۱۳۶۹ تا شهریور ۱۳۹۱، تحلیل آشوبی شامل بررسی وجود آشوب با استفاده از روش بعد همبستگی و نیز شبیه‌سازی جریان رودخانه با استفاده از مدل تقریب موضعی انجام پذیرفت. سپس به منظور بررسی تأثیر نویز در فرآیند تحلیل‌ها، کاهش نویز سری زمانی به روش غیر خطی مبتنی بر بازسازی فضای حالت انجام گرفت. نتایج نشان‌دهنده کاهش ۶/۰۷ درصدی بعد همبستگی و افزایش دقت مدل تقریب موضعی برای سری نویز زدایی شده نسبت به سری اصلی داده‌ها (افزایش ۱/۰۹ درصدی  $R^2$  و کاهش ۴۸ درصدی RMSE) بود. در نهایت با استفاده از مدل منتخب شبیه‌سازی، پیش‌بینی جریان رودخانه با استفاده از سری اصلی و سری نویز زدایی شده برای سال آبی ۹۱-۹۲ انجام گرفت. نتایج مدل پیش‌بینی با استفاده از سری نویز زدایی شده دارای دقت بیشتری نسبت به مدل با استفاده از سری اصلی بود.

واژه‌های کلیدی: بازسازی فضای حالت، بعد همبستگی، پیش‌بینی، کاهش نویز، مدل تقریب موضعی

## Noise Reduction Effect on Chaotic Analysis of Nazluchay River Flow

H Rezaei<sup>\*1</sup>, S Jabbari Gharabagh<sup>2</sup>

Received: 13 March 2016 Accepted: 08 April 2017

<sup>1</sup>- Assoc. Prof., Water Eng. Dep., Faculty of agriculture, Urmia University, Iran

<sup>2</sup>- Former M.Sc. Student, Water Eng. Dep., Faculty of agriculture, Urmia University, Iran

\*Corresponding Author, Email: h.rezaei@urmia.ac.ir

### Abstract

Considering the dynamic and nonlinear nature of river flow, it is expected that the river flow time series is obtained from a deterministic chaotic system. Since that the time series obtained from the natural phenomena are generally contaminated by noise, the presence of noise limits the chaotic analysis and consequently makes limitations in the prediction of time series. For this reason, in this study the chaotic analysis, including the evaluation of the presence of chaos using correlation dimension and simulating the river flow using Local Approximation Method, was investigated on daily series of Nazluchay River during the 1990 to 2012 period. Afterwards, in order to evaluate the noise effect on the process of analysis, noise reduction of time series was carried out by a nonlinear method based on phase space reconstruction. The results showed 6.07% decrease in correlation dimension and an increase in model accuracy for the noise reduced time series with respect to the original series (1.09% increase in  $R^2$  and 48% decrease in RMSE). Finally, by the selected simulation model, prediction of the river flow was done using the original and noise reduced time series for the 2012-2013 period. The model results predicted with the noise reduced series were found to be more accurate than those with the original series.

**Keywords:** Correlation dimension, Local approximation model, Noise reduction, Phase space reconstruction, Prediction

### مقدمه

سیستم می‌باشد. با دستیابی به الگوی منظم از میان رفتار نامنظم و تصادفی یک سیستم، می‌توان آینده سیستم را با قطعیت پیش‌بینی کرد. در یک جمله، آشوب یک رفتار طولانی مدت غیر پریودیک و غیر خطی در یک سیستم قطعی است که وابستگی حساس به شرایط اولیه را نشان می‌دهد (کلرت ۱۹۹۳).

محیط عمل آشوب، سیستم‌های دینامیکی قطعی می‌باشد. در سیستم‌های دینامیکی، به فضایی که شامل تمامی حالات ممکن برای توصیف یک سیستم دینامیکی می‌باشد، فضای حالت گفته می‌شود. بنابراین با استفاده از فضای حالت یک سیستم دینامیکی، می‌توان به مطالعه خواص دینامیکی و هندسی آن پرداخت و با زیر نظر گرفتن حالات سیستم برای مدت زمان کافی، پی به وضعیت آینده سیستم برد. در نمودار فضای حالت، سیر تکامل سیستم توسط مسیرهای حالت یا مدارهایی نمایش داده می‌شود. اگر مسیرهای حالت با صرف‌نظر از شرایط

مطالعه جریان رودخانه یکی از نیازهای اساسی برای برنامه‌ریزی جامع منابع آب و نیز مطالعات بهره‌برداری از مخازن، کنترل سیلاب و... محسوب می‌گردد. جریان رودخانه رفتار دینامیک و غیر خطی دارد (دومنیکو و قربانی ۲۰۱۰). یکی از روش‌های نوین در تحلیل سیستم‌های دینامیکی غیر خطی و سری‌های زمانی حاصل از آن‌ها، روش‌های مبتنی بر نظریه آشوب است. بر اساس نظریه آشوب، سیستم‌هایی که در نگاه اول به نظر می‌رسد رفتار تصادفی دارند، می‌توانند تحت حاکمیت قوانین مشخصی باشند؛ به عبارتی پدیده‌هایی که در مقیاس محلی کاملاً تصادفی و غیرقابل پیش‌بینی هستند، چه بسا در مقیاس بزرگتر کاملاً پایا و قابل پیش‌بینی باشند. چنین سیستمی به شرایط اولیه بسیار حساس است. چنان‌که تغییرات جزئی در ورودی‌های سیستم، قادر به ایجاد تغییرات شگرف در وضعیت آتی

<sup>2</sup>Trajectory

<sup>1</sup>Deterministic

مشکلی که در تحلیل‌های آشوبی سری‌های زمانی هیدرولوژیکی وجود دارد، این است که سیگنال‌های زمانی به دست آمده از پدیده‌های طبیعی، توسط نویز مخدوش شده است که روند تحلیل‌های آشوبی و در نهایت پیش‌بینی سیستم را با محدودیت‌هایی مواجه می‌سازد. بنابراین با نویز زدایی از سری‌های زمانی، نتایج مناسب‌تری از پیش‌بینی کسب خواهد شد. هرچند باید خاطر نشان شد که حذف کامل نویز غیر ممکن است (اسکاتن و همکاران ۱۹۹۴).

پرپرآتو و ریدولفی (۱۹۹۷) برای نخستین بار مفهوم نویز را وارد تحلیل‌های آشوبی سیستم‌های هیدرولوژیکی کردند. آن‌ها با بکارگیری روش پیشنهادی شرایبر و گراسبرگر (۱۹۹۱) به کاهش نویز در سری‌های زمانی پرداختند. نتایج نشان از بهبود عملکرد پیش‌بینی سری‌های زمانی بدون نویز نسبت به سری‌های نویزدار داشت. سیواکومار و همکاران (۱۹۹۹) تأثیر کاهش نویز سری‌های زمانی بر روی نتایج حاصل از شناسایی وجود آشوب و نیز پیش‌بینی سیستم‌های قطعی هیدرولوژیکی را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها ابتدا روش غیر خطی کاهش نویز را بر روی داده‌های نویزدار شده یک سری زمانی مصنوعی (نگاشت هنون) مورد آزمایش قرار داده و سپس این روش را جهت کاهش نویز داده‌های واقعی هیدرولوژیکی (داده‌های بارش سنگاپور) بکار گرفتند. نتایج حاکی از افزایش دقت پیش‌بینی در سری‌های نویز زدایی شده داشت. الشورباگی و همکاران (۲۰۰۲، a) کارایی الگوریتم غیر خطی کاهش نویز را در برآورد داده‌های مفقوده سری روزانه دبی رودخانه اونتاریو انگلیس بررسی نمودند. نتایج نشان داد، الگوریتم غیر خطی کاهش نویز یا بخش قابل توجهی از سیگنال اصلی داده‌ها را به‌عنوان نویز حذف نموده و یا تأثیر ناچیزی در بهبود عملکرد مدل‌سازی سری‌های زمانی داشته است. لذا به این نتیجه رسیدند که بهتر است داده‌های خام به‌عنوان اساس تحلیل‌های آشوبی مورد استفاده قرار گیرد. فتاحی (۲۰۱۴) در مطالعه‌ای بر روی داده‌های ۳۵ ساله دبی ماهانه سه ایستگاه هیدرومتری واقع در استان فارس، تحلیل‌های آشوبی را قبل و بعد از نویز زدایی انجام داد. به‌جهت

اولیه، به یک زیرفضا همگرایی داشته باشند، به آن‌ها جاذب<sup>۱</sup> گفته می‌شود (الشورباگی و همکاران ۲۰۰۲). جاذب می‌تواند به صورت نقطه ثابت، حلقه محدود<sup>۲</sup> و چند بعدی باشد. اما بایستی بعد آن کوچکتر از بعد فضای حالت سیستم باشد. جاذب سیستم‌های قطعی که در آن‌ها پیش‌بینی درازمدت امکان‌پذیر است، دارای بعد صحیح می‌باشد (امبرشترز ۱۹۹۴). اما وقتی یک سیستم دینامیکی به شرایط اولیه حساس باشد، جاذب آن سیستم دارای بعد غیر صحیح یا فرکتال است. به این جاذب‌ها، جاذب‌های غریب<sup>۳</sup> و به این سیستم‌ها، سیستم‌های دینامیکی آشوبی گفته می‌شود (جایاوار دنا و گیوونگ ۲۰۰۰). با توجه به اینکه در بسیاری از فرآیندهای عملی به ندرت می‌توان تمام متغیرهای دینامیکی سیستم را اندازه‌گیری نمود و تنها سری اسکالر از مشاهدات سیستم در دسترس است، دینامیک حاکم بر این فرآیندها از این سری داده‌ها به‌طور مستقیم مشخص نیست. بنابراین یکی از اساسی‌ترین گام‌ها در تحلیل سری‌های زمانی حاصل از یک فرآیند غیرخطی، بازسازی فضای حالت با ابعاد محدود با استفاده از این سری‌ها است، به طوری که با فضای حالت فرآیند مولد داده‌ها معادل باشد (پری زنگنه و همکاران ۱۳۸۸). با توجه به ماهیت دینامیک و غیر خطی جریان رودخانه، می‌توان انتظار داشت که سری زمانی جریان رودخانه از یک سیستم دینامیکی قطعی به دست آمده باشد. لذا با استفاده از همین سری زمانی دبی‌های رودخانه، می‌توان فضای حالت دینامیکی سیستم رودخانه را بازسازی نمود. فضای حالت سیستم‌های آشوبی که از نوع سیستم‌های قطعی با حساسیت به شرایط اولیه می‌باشند، شامل ویژگی‌های خاصی بوده که با استفاده از چند معیار مشخص نظیر بعد همبستگی، نمای لیاپانوف<sup>۴</sup>، نمای هرست<sup>۵</sup> و... قابل شناسایی می‌باشند. با مطالعه فضای حالت بازسازی شده جریان رودخانه و به‌وسیله تعیین متغیرهایی که تمایز بین سیستم‌های آشوبی و تصادفی را نشان می‌دهند، می‌توان امکان مدل‌سازی و در نهایت پیش‌بینی جریان رودخانه با استفاده از نظریه آشوب را بررسی نموده و کارایی نظریه آشوب در تحلیل سری زمانی جریان رودخانه را مورد ارزیابی قرار داد.

<sup>4</sup>Strange attractor

<sup>7</sup>Lyapunov exponent

<sup>8</sup>Hurst exponent

<sup>1</sup>Attractor

<sup>2</sup>Fixed point

<sup>3</sup>Limited cycle

نویز در حد متوسطی باشد و بخش قطعی سیگنال به مراتب بزرگتر باشد، جداسازی سیگنال قطعی از نویز ممکن خواهد بود (ولیکوف ۲۰۰۴). اثرات نویز در فرایند تحلیل داده‌ها عبارت‌اند از (۱) خود تشابهی در جاذب به‌طور مشخص از بین می‌رود، (۲) بازسازی فضای حالت در مقیاس‌های کوچک در بعدهای بالاتر انجام می‌گیرد، (۳) مسیرهای حالت نزدیک به هم به‌طور پراکنده از هم دور شده و واگرا خواهند شد و (۴) وجود خطا در پیش‌بینی (کانتز و شرایبر ۱۹۹۷). بنابراین بهتر است جهت دستیابی به پیش‌بینی‌های دقیق‌تر، در صورت امکان به کاهش نویز در سری‌های زمانی پرداخته شود.

نظر به امکان وجود نویز در داده‌های هیدرولوژیکی و کسب نتایج متفاوت در مطالعات پیشین انجام گرفته در زمینه کاهش نویز سری‌های هیدرولوژیکی، در این تحقیق تأثیر کاهش نویز در تعیین وجود آشوب و مدل‌سازی سری دبی‌های روزانه رودخانه نازلوچای مورد بررسی قرار گرفته است.

### مواد و روش‌ها

#### منطقه مورد مطالعه و داده‌های مورد استفاده

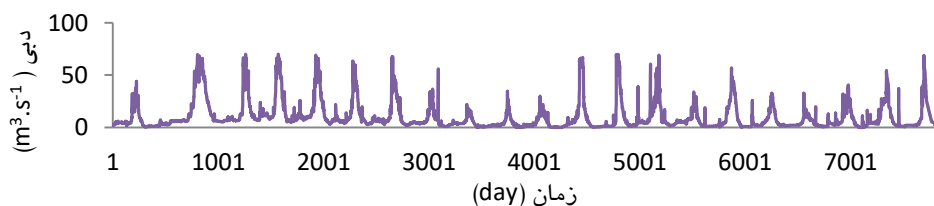
منطقه مورد مطالعه در این تحقیق زیرحوضه نازلوچای واقع در حوضه دریاچه ارومیه (غرب دریاچه ارومیه) است. مساحت حوضه رودخانه نازلوچای ۲۹۱۷/۱۰ کیلومتر مربع است و متوسط ارتفاع منطقه ۱۷۲۰ متر و شیب خالص رودخانه برابر با ۰/۳ درصد می‌باشد. بر روی رودخانه هیچ‌گونه سد در حال نخیله‌ای وجود ندارد. اطلاعات مربوط به دبی رودخانه نازلوچای در مقیاس روزانه و از ایستگاه هیدرومتری تپیک بدست است. دوره آماری از سال آبی ۷۰-۶۹ تا ۹۰-۸۹ می‌باشد. سری زمانی جریان روزانه رودخانه نازلوچای در شکل ۱ نمایش داده شده است (جباری ۱۳۹۳).

جلوگیری از حذف اطلاعات داده‌ها (نظیر حافظه، همبستگی و روند سری‌های زمانی) به‌عنوان نویز، ابتدا مقدار نویز سری‌های زمانی را تخمین زد و سپس از روشی بر پایه موجک، جهت حذف این مقدار نویز استفاده نمود. وی مشاهده کرد، سری‌هایی که رفتار تصادفی از خود نشان می‌دادند، پس از نویز زدایی، رفتاری آشوبناک داشته و لذا از یک سیستم آشوبی حاصل شده‌اند.

در سیستم آشوبی، بایستی بین دو نوع نویز اندازه‌گیری و نویز دینامیکی تفاوت قائل بود. بدین ترتیب که نویز اندازه‌گیری شامل انحراف از مشاهدات به‌وسیله خطاهایی است که بستگی به دینامیک سیستم نداشته و مربوط به همان زمان اندازه‌گیری است. چنان‌که با توجه به دینامیک سیستم مقدار واقعی مشاهدات در زمان  $m$  برابر  $X_m$  می‌باشد. در صورتی‌که اندازه‌گیری‌های اسکالر، عبارت‌اند از  $S_n = S(X_n) + \eta_n$ ، که در آن  $S(X)$  یک تابع ملایمی است که منجر به نگاشت نقاط روی جاذب به مقادیر واقعی می‌گردد.  $\eta_n$  ها اعداد تصادفی هستند و سری اعداد تصادفی  $\{\eta_n\}$  به‌عنوان نویز اندازه‌گیری شناخته می‌شوند.

نویز دینامیکی یک فرایند بازخوردی است که در آن، سیستم در هر گام زمانی با یک مقدار کوچک تصادفی مختل شده و نتیجه آن به گام زمانی بعدی منتقل می‌گردد:  $X_{n+1} = F(X_n + \eta_n)$  (کانتز و شرایبر ۱۹۹۷).

تأثیر نویز بر روی پیش‌بینی پذیری و دیگر مشخصات داده‌ها بستگی به ماهیت نویز و مقدار آن خواهد داشت. به‌طور کلی بیشتر معیارهای دینامیکی قطعیت در مقابل مقدار کم نویز مقاوم می‌باشند. ولی چنان‌که مقدار نویز بزرگ باشد، برآورد می‌تواند کاملاً غیر قابل اعتماد باشد. بنابراین برآورد مقدار نویز و تعیین ماهیت آن در داده‌های هیدرولوژیکی در جهت پی بردن به اثرات نویز بر روی داده‌ها دارای اهمیت است. اگر مقدار



شکل ۱- سری روزانه‌ی جریان رودخانه‌ی نازلوچای.

## تحلیل‌های آشوبی سری‌های زمانی بازسازی فضای حالت

$$AMI = \sum_{t=1}^N P(x(t), x(t + \tau)) \cdot \log_2 \frac{P(x(t), x(t + \tau))}{P(x(t))P(x(t + \tau))} \quad [۲]$$

که در آن  $P(x(t))$  و  $P(x(t + \tau))$  به ترتیب تابع چگالی احتمال توأم مشاهدات  $x(t)$  و  $x(t + \tau)$  می‌باشد. بدین ترتیب با تعیین AMI بین سری زمانی اصلی و سری‌های تأخیر یافته به اندازه  $\tau$  و رسم نمودار مربوطه زمان تأخیری که در آن اولین کمینه نسبی حاصل گردد، به عنوان زمان تأخیر بهینه که کمینه وابستگی ممکن بین مؤلفه‌های متوالی در بردار تأخیر را دارا می‌باشد، انتخاب می‌گردد.

بعد محاط نیز به عنوان کمینه بعد بازسازی شده برای آشکار شدن دینامیک سیستم می‌باشد که بایستی بزرگتر از بعد جاذب سیستم باشد. برای تعیین بعد محاط مناسب، می‌توان از روش انتگرال همبستگی که بعد همبستگی و کمینه بعد جاذب سیستم را در اختیار قرار می‌دهد، استفاده کرد. بدین ترتیب که بنا به مطالعات تاکنز (۱۹۸۱)، برای سیستم‌های دینامیکی با بعد همبستگی  $d$  بعد محاط  $m > 2d + 1$  برای بازسازی فضای حالت کافی است. از طرفی فارمر و سیدرویچ (۱۹۸۷) و آبرابنل و همکاران (۱۹۹۰) پیشنهاد نمودند که بعد محاط  $m > d$  مناسب است.

### بعد همبستگی

یکی از روش‌های تعیین آشوب‌ناکی سری‌های زمانی و نیز تعیین بعد جاذب سیستم، استفاده از بعد همبستگی است. روش بعد همبستگی که توسط امپرشتز (۱۹۹۴) تشریح شده است، عبارت است از تشکیل یک کره حول نقطه‌ای در فضای حالت به نحوی که شعاع کره تا جایی که تمام نقاط در فضای مزبور محصور شوند، افزایش یابد. در نهایت برای یک فضای حالت  $m$  بعدی، انتگرال همبستگی برای نقاط محصور برابر است با:

$$C(r) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{2}{N(N-1)} \sum_{i,j} H(r - |Y_i - Y_j|) \quad [۳]$$

$1 \leq i \leq j \leq N$

برای سیستم‌های دینامیکی غیر خطی که تنها اطلاعات موجود از آن‌ها یک سری زمانی اسکالر می‌باشد، گام نخست به منظور دستیابی به دینامیک سیستم، بازسازی فضای حالت با استفاده از همین سری زمانی است. بطوریکه یک سری زمانی تک متغیره می‌تواند اطلاعات مربوط به کل سیستم چند متغیره را به همراه داشته باشد (سیواکومار ۲۰۰۲). روش مورد استفاده، روش محاط سازی تاکنز<sup>۱</sup> می‌باشد (تاکنز ۱۹۸۱). بدین ترتیب که اگر سری زمانی از یک سیستم دینامیکی قطعی به دست آمده باشد، آنگاه بازسازی فضای حالت این سیستم، به کمک همین سری زمانی  $x_t = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$  و با ایجاد تأخیرهای زمانی به اندازه‌ی  $\tau$  در  $m$  بعد امکان پذیر است.

$$Y_t = [x_t, x_{t+\tau}, \dots, x_{t+(m-1)\tau}] \quad [۱]$$

بدین ترتیب هر  $Y_t$  به عنوان مختصات یک نقطه در فضای حالت بازسازی شده در  $m$  بعد بوده و به عنوان بردار تأخیر شناخته می‌شود.  $n$  طول سری زمانی بوده و در نهایت  $n - \tau(m - 1)$  نقطه در فضای حالت خواهیم داشت. انتخاب دو مؤلف زمان تأخیر ( $\tau$ ) و بعد محاط ( $m$ ) در دستیابی به مشخصات فضای حالت مؤثر است. انتخاب زمان تأخیر بایستی به نحوی باشد که مولفه‌های متوالی در بردار تأخیر به میزان کافی از هم مستقل باشند. اما نه به‌میزانی که هیچ ارتباطی با یکدیگر نداشته باشند. بدین منظور در این تحقیق از روش میانگین اطلاعات متقابل<sup>۲</sup> (AMI) که بر پایه تئوری اطلاعات شانون (۱۹۴۸) بوده و وابستگی غیر خطی بین دو کمیت را محاسبه می‌کند، استفاده شده است. برای محاسبه وابستگی بین  $x(t)$  و  $x(t + \tau)$  و به عبارتی میزان اطلاعاتی که به‌طور متقابل از مشاهدات  $x(t)$  و  $x(t + \tau)$  (که با  $\tau$  به هم مرتبط می‌شوند) به دست می‌آید، تابع میانگین اطلاعات متقابل (AMI) بین  $x(t)$  و  $x(t + \tau)$  بدین صورت تعریف می‌گردد (کاور و توماس ۱۹۹۱):

<sup>۱</sup>Takens embedding method

<sup>۲</sup>Average mutual information

به‌طور کلی برای انتخاب ساختار مدل به‌منظور دستیابی به تقریب درستی از تابع نگاشت دو امکان وجود دارد. استفاده از (۱) تقریب سراسری<sup>۲</sup> (تقریب موضعی<sup>۱</sup> مدل‌سازی سراسری در فضای حالت، یک مساله برآورد رگرسیون غیر خطی کلی می‌باشد، بطوری‌که در این روش ابتدا نیاز به انتخاب یک مدل پارامتریک یا غیر پارامتریک (شکل تابعی) به‌نحوی است که بتواند تابع مناسبی برای تقریب تمام نقاط جاذب ارائه نماید. مدل‌های سراسری به شرطی که بسیار پیچیده نباشند، تقریب خوبی از تابع نگاشت  $f$  در اختیار قرار می‌دهند. اما در سیستم‌های دینامیکی که رفتار قطعی و آشوبی از خود نشان می‌دهند، مدل‌های موضعی مناسب‌تر خواهند بود (ولیکوف ۲۰۰۴). زیرا در این سیستم‌ها، مسیرهای حالت نزدیک به هم در فضای حالت، به‌طور نمایی و موضعی از هم واگرا می‌شوند. مدل‌های موضعی توسط فارمر و سیدروبیچ (۱۹۸۷) ارائه گردیدند. سپس توسط کاسداگلی (۱۹۸۹) و سوگیهارا و مای (۱۹۹۰)، گسترش یافتند. ایده اصلی روش تقریب موضعی چنین است که به‌منظور پیش‌بینی فقط از وضعیت‌هایی در فضای حالت که نزدیک به وضعیت حال باشد، استفاده می‌گردد. بنابراین این مدل‌ها روابط همسایگی را از داده‌ها فرا گرفته و با یک نگاشت به وضعیت زمان بعدی می‌رسند. به‌طور کل مدل‌های موضعی برای سری‌های زمانی بلند که فضای حالت آن‌ها به‌خوبی با همسایه‌ها پر شده‌اند و نیز مقدار نویز کوچکی دارند، مناسب خواهد بود.

در روش تقریب موضعی، به‌منظور پیش‌بینی مقدار مشاهداتی  $s_{n+T}$   $s_n \approx x_n$  برای مقدار نویزهای پایین) که عضوی از بردار حالت  $Y_{n+T}$  است (T افق پیش‌بینی می‌باشد که بر اساس بردار  $Y_n$  و تاریخچه فضای حالت بازسازی شده تعیین می‌شود)، با در نظر گرفتن تعداد  $k$  نقطه همسایه  $Y_n$  در فضای حالت، تابع نگاشت موضعی توسط این نقاط برای برآورد مقدار آتی سیستم نوشته می‌شود. گزینش این همسایه‌ها به شکلی خواهد بود که  $|Y_n - Y_k| \leq \varepsilon$  بوده و  $Y_k \in U_\varepsilon(Y_n)$  باشد. که در آن  $U_\varepsilon(Y_n)$  شعاع همسایگی  $Y_n$  می‌باشد.

که در آن  $H$ ، یک تابع هویساید پله‌ای با  $H(u)=1$  برای  $u \geq 0$  و  $H(u)=0$  برای  $u < 0$  بوده و  $|Y_i - Y_j|$  تعداد نقاط در فضای مزبور،  $r$  شعاع کره ایجاد شده به مرکز  $Y_j$  یا  $Y_i$  می‌باشد. برای مقادیر مثبت  $r$ ، انتگرال همبستگی  $C(r)$  با معادله ۴ به  $r$  مرتبط می‌شود:

$$C(r)_{r \rightarrow 0} \approx ar^{D_2} \quad [4]$$

که در این رابطه  $\alpha$ ، یک ضریب ثابت بوده و  $D_2$  نمای همبستگی می‌باشد که از معادله ۵ بدست می‌آید:

$$D_2 = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log C(r)}{\log(r)} \quad [5]$$

برای محاسبه  $D_2$  از معادله ۵ به‌صورت حدی برای  $m$  های مختلف (بعد محاط)، از قسمت خطی نمودار استفاده می‌گردد. با رسم  $D_2$  در مقابل  $m$  می‌توان نوع فرآیند از نظر قطعی و تصادفی بودن را مشخص کرد. بدین صورت که در فرآیندهای تصادفی،  $D_2$  بدون رسیدن به یک مقدار اشباع با افزایش  $m$  تغییر می‌نماید، در حالی که برای فرآیندهای قطعی مقدار  $D_2$  در یک مقدار معین اشباع شده و روند صعودی خود را از دست می‌دهد. اگر مقدار اشباع عدد غیر صحیحی باشد، سیستم دارای رفتاری آشوب‌ناک است و مقدار اشباع، بعد همبستگی سری زمانی نامیده می‌شود (الشورباگی و همکاران ۲۰۰۲، b).

#### شبیه‌سازی و پیش‌بینی

دینامیک سیستم با یک مدل قطعی در فضای حالت، با نگاشت  $Y_{n+1} = f_n(Y_n)$  توصیف می‌گردد که در آن  $Y_n$  بردارهای تأخیر  $Y_n = \{s_n, s_{n+\tau}, \dots, s_{n+(m-1)\tau}\}$  هستند که با محاط‌سازی سری مشاهدات  $\{s_n = x_n + \eta_n\}$  در فضای حالت  $m$  بعدی به‌دست آمده‌اند که در آن  $X_n$  مقادیر واقعی مشاهداتی و  $\eta_n$  برابر با مقدار نویز اندازه‌گیری می‌باشد. برای پیش‌بینی حالت بعدی سیستم دینامیکی  $(s_{n+1})$  نیاز به یافتن یک تخمین‌زن تابع رگرسیونی  $\hat{f}$  می‌باشد:

$$\hat{s}_{n+1} = \hat{f}_n(Y_n) \quad [6]$$

<sup>2</sup>Local

<sup>1</sup>Global

از چند معیار عملی قابل تشخیص هستند. ابزار مرسوم و کلاسیک آماری برای تمایز این دو جزء، طیف توانی می‌باشد. اما استفاده از روش طیف توانی برای سیگنال‌هایی که از سیستم‌های قطعی آشوبی به دست می‌آیند، غیر قابل استفاده می‌باشد. زیرا اساس استفاده از این فیلترها به منظور جداسازی جزء تصادفی این است که نویز می‌تواند به عنوان مجموعه‌ای از اجزاء با فرکانس بالا مدل شده و از طیف توانی داده‌های ورودی کسر شود. حال آنکه خروجی سیستم‌های دینامیکی قطعی آشوبی به خودی خود دارای طیف پهن‌بند<sup>۲</sup> بوده که می‌توان خواص طیف حاصل از آن‌ها را به نویز تصادفی نسبت داد (سیواکومار و همکاران ۱۹۹۹). بدین ترتیب امکان شناسایی جزء تصادفی و حذف آن با این روش امکان پذیر نمی‌باشد. لذا در سیستم‌های دینامیکی قطعی آشوبی از روش غیر خطی برای کاهش نویز استفاده می‌گردد. هدف این روش جای‌گزینی اندازه‌گیری‌های نویزدار با بهترین مقداری است که نویز کمتری دارد. ایده اصلی این روش بدین صورت است که سیر تکامل سیستم توسط نگاشت  $x_n = f(x_{n-m}, \dots, x_{n-1})$  قطعی در نظر گرفته می‌شود. در حالیکه  $f$  برای ما ناشناخته بوده و تمام اطلاعات در دسترس از سیستم، سری زمانی اندازه‌گیری‌های نویزدار می‌باشد:  $s_n = x_n + \eta_n$ . که در آن  $\eta_n$ ، نویز تصادفی با داشتن تابع خودهمبستگی‌ای است که به سرعت تقلیل می‌یابد و بدون همبستگی با سیگنال  $x_n$  می‌باشد.

اگر سری زمانی بدون نویز باشد، مسیرهای حالت سیستم قطعی در فضای حالت، به شکل منظم هندسی خواهند بود. اما با وجود نویز، نقاط در فضای حالت بازسازی شده بر روی مسیرهای حالت حقیقی خود نبوده بلکه به‌طور پراکنده اطراف آن را خواهند گرفت. برای دستیابی به مقدار صحیح و بدون نویز نقاط، مقادیر اندازه‌گیری شده با مقادیر برآورد شده  $\hat{x}_n$  جایگزین و تصحیح می‌گردد. این مقدار برآورد شده بر مبنای اندازه‌گیری‌های گذشته بر روی فضای حالت بازسازی شده خواهد بود:  $\hat{x}_n = \hat{f}(s_{n-m}, \dots, s_{n-1})$

بنابراین با استفاده از تابع نگاشت چند جمله‌ای موضعی که هر یک از نقاط همسایه‌ی  $Y_k$  را به  $Y_{k+T}$  تبدیل خواهد کرد، خواهیم داشت:

$$Y_{k+T} = A + BY_k + C(Y_k)^2 \quad [V]$$

که در آن  $A$  و  $B$  و  $C$  مقادیر ثابتی هستند که با حل دستگاه معادلات  $V$  به دست می‌آیند. با در اختیار داشتن مقادیر  $A$ ،  $B$  و  $C$ ، معادله  $Y_{n+T} = A + BY_n + C(Y_n)^2$  نوشته شده و مقدار  $Y_{n+T}$  برآورد می‌گردد. بدین ترتیب در روش تقریب موضعی، به جای استفاده از یک تابع نگاشت کلی برای سیستم، از چند تابع نگاشت که با استفاده از نقاط همسایه وضعیت حال تشکیل یافته است، مقدار وضعیت آینده محاسبه می‌گردد. می‌توان مرتبه تقریب موضعی را افزایش داد و از چند جمله‌ای‌های درجه بالاتر استفاده نمود. حتی اگر تابع نگاشت یک چند جمله‌ای درجه اول باشد، پیش‌بینی باز هم به صورت غیر خطی خواهد بود (کوچاک و همکاران ۲۰۰۷).

#### معیارهای ارزیابی

جهت ارزیابی دقت مدل شبیه‌سازی در تحقیق حاضر از معیارهای جذر میانگین مربعات خطا (RMSE) و ضریب تبیین ( $R^2$ ) استفاده شده است که روابط مربوطه در ادامه ارائه شده است (جباری ۱۳۹۳).

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^n (Y_i \text{ obs} - Y_i \text{ prd})^2} \quad [A]$$

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i \text{ obs} - \bar{Y}_{\text{obs}})(Y_i \text{ prd} - \bar{Y}_{\text{prd}})}{(\sum_{i=1}^n (Y_i \text{ obs} - \bar{Y}_{\text{obs}})^2)^{0.5} (\sum_{i=1}^n (Y_i \text{ prd} - \bar{Y}_{\text{prd}})^2)^{0.5}} \quad [9]$$

که در این معادلات  $n$  تعداد مشاهدات،  $Y_i \text{ obs}$  مقادیر مشاهداتی متغیر مورد نظر،  $Y_i \text{ prd}$  مقادیر محاسباتی متغیر مورد نظر،  $\bar{Y}_{\text{obs}}$  میانگین مقادیر مشاهداتی و  $\bar{Y}_{\text{prd}}$  میانگین مقادیر محاسباتی می‌باشد.

#### کاهش نویز سری‌های زمانی

منظور از کاهش نویز این است که هر سری زمانی مجرد<sup>۱</sup> به دو جزء تقسیم گردد. به نحوی که یک جزء به طور فرضی شامل سیگنال اصلی بوده و بخش دیگر حاوی جزء تصادفی باشد. بنابراین همیشه فرض می‌شود که داده‌ها از دو جزء متفاوت تشکیل شده‌اند که با استفاده

<sup>2</sup>Broad band

<sup>1</sup>Single

از روش پیشنهادی اسکاتن و همکاران (۱۹۹۴) استفاده شده است. این روش بر این فرض استوار است که داده‌ها نویزدار بوده و از جاذب با بعد کم، حاصل شده‌اند. در این روش انتگرال همبستگی تجدید مقیاس شده به‌عنوان تابعی از مقدار نویز و نیز بعد جاذب سیستم در نظر گرفته شده و محاسبه می‌گردد که به تفصیل در مقاله سیواکومار و همکاران (۱۹۹۹) تشریح شده است. بر پایه این روش بسته نرم‌افزاری RRCHAOS توسط اسکاتن و وان دن بلک (۱۹۹۴) ارائه شده است. در این تحقیق مقدار نویز با استفاده از نرم افزار مذکور محاسبه شده است.

### نتایج و بحث

گام نخست در انجام تحلیل‌های آشوبی، بازسازی فضای حالت می‌باشد. بدین منظور با استفاده از داده‌های جریان روزانه رودخانه نازلوچای برای دوره مهر ۶۹ تا شهریور ۹۰، فضای حالت دینامیکی سیستم با تعیین زمان تأخیر به روش AMI و بعد محاط به روش بعد همبستگی انجام گرفت. با ترسیم نمودار تابع میانگین اطلاعات متقابل به ازای زمان تأخیرهای مختلف، اولین کمینه نسبی در تأخیر ۳۹ روز حاصل گردید که در پژوهش جباری و همکاران (۱۳۸۴) آورده شده است. بعد محاط بایستی بزرگتر از بعد جاذب سیستم باشد. لذا از روش بعد همبستگی هم به‌عنوان معیاری جهت تعیین آشوب‌ناکی جریان رودخانه و نیز تعیین بعد محاط استفاده گردید. بدین ترتیب که انتگرال همبستگی  $C(r)$  به ازای زمان تأخیر  $\tau$  به‌دست آمده از روش AMI محاسبه گردید. در این روش با رسم نمودار  $\log C(r) - \log r$  به‌ازای ابعاد محاط مختلف، برای محاسبه بعد همبستگی قسمت خطی نمودارها که مقدار  $\log C(r) / \log r$  در آن‌ها به مقدار ثابتی رسیده است، به‌عنوان ناحیه مقیاس‌گذاری انتخاب شده و شیب خط‌ها به روش کمترین مربعات بدست آمده است. این مقدار برابر با نمای همبستگی به‌ازای بعد محاط مربوطه می‌باشد. به‌منظور تعیین تأثیر کاهش نویز سری زمانی در مقدار بعد همبستگی، بعد همبستگی برای سری زمانی اصلی و نیز سری زمانی نویز زدایی شده (در ادامه فرآیند کاهش نویز در این تحقیق تشریح خواهد شد) انجام گرفت. نتایج به‌دست آمده در شکل ۲ ارائه شده است. با توجه به شکل ۲، نمای همبستگی بعد از یک روند صعودی، پس

ایده تصحیح مقادیر نویزدار می‌تواند با استفاده از حل کردن روابط ضمنی نظیر  $x_n - f(x_{n-m}, \dots, x_{n-1}) = 0$  برای یکی از مختصات میانی، یعنی  $x_{n-m/2}$  (زوج  $m$ )، بهبود یابد. مطمئناً با نامشخص بودن تابع نگاشت  $f$ ، این تابع بایستی به‌طور تقریبی تعیین گردد. بر مبنای نوع تقریبی که استفاده می‌شود، چند روش غیر خطی کاهش نویز وجود دارد. در روش پیشنهادی شرایبر (۱۹۹۳)، به‌طور مثال یک تقریب اولیه برای حال در نظر گرفته و تابع  $f$  (حل شده برای یک نقطه) را با یک تابع ثابت موضعی جای‌گزین می‌کنیم. به‌بیان دیگر جهت به‌دست آوردن مقدار برآوردی  $\hat{x}_{n_0-m/2}$  برای مقدار نویزدار  $x_{n_0-m/2}$  بردارهای تاخیر  $Y_n = (s_n, \dots, s_{n+(m-1)\tau})$  را تشکیل داده و به‌دنبال  $Y_n$  هایی که نزدیک به  $Y_{n_0}$  باشند خواهیم بود. بنابراین مقدار متوسط  $s_{n-m/2}$  به‌عنوان مقدار تصحیح شده  $\hat{x}_{n_0-m/2}$  مورد استفاده قرار می‌گیرد:

$$\hat{x}_{n_0-m/2} = \frac{1}{|U_\varepsilon(Y_{n_0})|} \sum_{\varepsilon \in U_\varepsilon(Y_{n_0})} s_{n-m/2} \quad [10]$$

که در آن  $U_\varepsilon(Y_{n_0})$  همسایگی نقطه  $y_{n_0}$  به شعاع  $\varepsilon$  خواهد بود. انتخاب مقادیر بهینه پارامترهایی که در این الگوریتم مورد استفاده قرار می‌گیرد، نظیر اندازه همسایگی و تعداد تکرارهای روش، برای رسیدن به کاهش نویز مطلوب بسیار مهم می‌باشد. مطالعات بر روی سیگنال‌های واقعی انتخاب مناسب برای اندازه همسایگی را ۲ تا ۳ برابر مقدار نویز پیشنهاد می‌نماید. مقدار خالص نویز با استفاده از رابطه زیر به‌دست می‌آید که در آن  $N$  طول سری نویز زدایی شده و  $\eta_n$  جزء حذف شده از مشاهدات به‌عنوان نویز اندازه‌گیری می‌باشد:

$$\sqrt{\eta^2} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \eta_n^2 \quad [11]$$

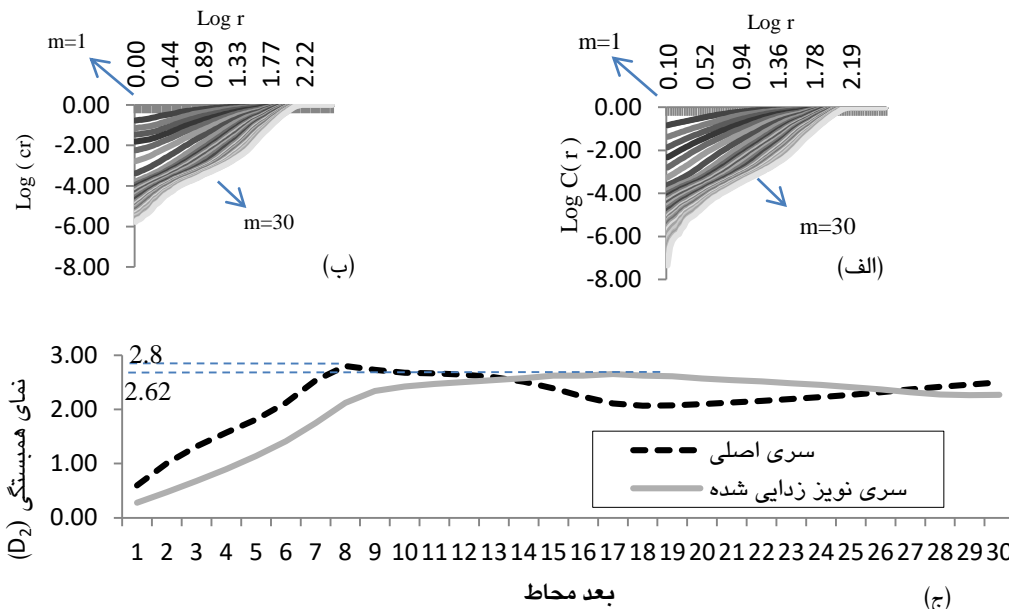
با در نظر گرفتن  $\hat{\eta}_n = s_n - \hat{x}_n$  به‌عنوان نویز برآوردی، بایستی تابع خودهمبستگی سری نویزها به سرعت کاهش یافته و نیز نباید بین  $\hat{\eta}_n$  ها و  $\hat{x}_n$  ها هیچ همبستگی وجود داشته باشد. بنابراین، توصیه می‌شود برای اطمینان از نتایج کسب شده، به مطالعه مشخصات آماری آنچه الگوریتم به‌عنوان نویز حذف کرده است، پرداخته گردد.

به‌منظور تعیین مقدار نویز و به تبع آن اندازه همسایگی که مورد نیاز یک نویز زدایی مناسب می‌باشد،



شده برابر  $2/62$  به دست آمده است. اشباع شدن نمای همبستگی و مقدار غیر صحیح بدست آمده برای هر دو سری نشان از رفتار دینامیکی قطعی و آشوبناک بودن سری زمانی جریان رودخانه دارد.

از یک مقدار مشخص برای هر دو سری اصلی و نویز زدایی شده به حالت اشباع در آمده است. این مقدار برابر با بعد همبستگی است. بعد همبستگی برای سری دبی‌های مشاهداتی روزانه برابر  $2/80$  و برای سری نویز زدایی



شکل ۲- نمودار  $\text{Log } r$  در مقابل  $\text{Log } C(r)$  به ازای ابعاد محاط مختلف (الف) برای سری اصلی، (ب) برای سری نویز زدایی شده، (ج) مقایسه بعد همبستگی سری اصلی و نویز زدایی شده دبی‌های روزانه رودخانه نازلوچای.

همسایگی و تکرارهای مختلف تا حذف کامل نویز برآوردی انجام گرفت و دقت مدل تقریب موضعی سری‌های نویز زدایی شده تعیین گردید. با توجه به اینکه این نرم افزار مقدار نویز را کمتر از مقدار واقعی تخمین می‌زند (سیواکومار و همکاران ۱۹۹۹)، با استفاده از ترکیب‌های مختلفی از شعاع همسایگی و تعداد تکرار، کاهش نویز برای حذف مقادیری بزرگتر از مقدار نویز برآوردی انجام گرفت و دقت مدل تقریب موضعی برای سری‌ها تعیین گردید. نهایتاً سری نویز زدایی شده با بهترین عملکرد مدل تقریب موضعی که مشخصات آماری سری نویز را دارا بود، انتخاب گردید.

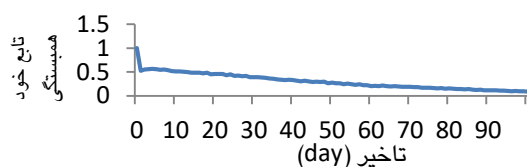
برای اطمینان از نتایج کسب شده، مشخصات آماری آنچه الگوریتم به عنوان نویز حذف کرده است، مورد بررسی قرار گرفت. با در نظر گرفتن  $\hat{\eta}_n = s_n - \hat{x}_n$  به عنوان نویز برآوردی، همبستگی بین  $\hat{\eta}_n$  ها و  $\hat{x}_n$  ها و همچنین تابع خودهمبستگی سری نویزها مورد بررسی قرار گرفت. در نهایت سری نویز زدایی شده با همبستگی

همچنین بعد همبستگی به عنوان بعد جاذب سیستم خواهد بود. بنابراین بعد محاط سیستم جهت بازسازی فضای حالت جریان رودخانه، بایستی بزرگتر از مقادیر بدست آمده برای بعد همبستگی بوده و طبق تحقیق آبرابنال و همکاران (۱۹۹۰) مقدار بعد محاط ۳ کافی می‌باشد. مقدار بعد همبستگی سری نویز زدایی شده نسبت به بعد همبستگی سری اصلی به میزان  $6/07$  درصد کاهش یافته است. بنابراین وجود نویز باعث بیش‌برآورد بعد همبستگی شده است.

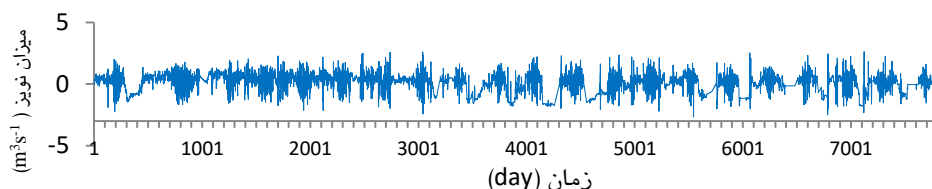
پس از بازسازی فضای حالت سری زمانی و اثبات وجود آشوب در سری زمانی، با استفاده از روش کاهش نویز غیر خطی شرایبر (۱۹۹۳)، نویز زدایی سری زمانی جریان رودخانه نازلوچای در فضای حالت بازسازی شده انجام گرفت. بدین منظور ابتدا جهت تعیین شعاع همسایگی برای انجام الگوریتم کاهش نویز، مقدارخالص نویز با استفاده از نرم افزار RRCHAOS برابر با  $0/250 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$  محاسبه گردید. سپس کاهش نویز با ترکیب شعاع

است، به سرعت کاهش یافته است. سری نویز جریان رودخانه که توسط الگوریتم کاهش نویز، از سری زمانی اصلی حذف گردیده است، در شکل ۴ نشان داده شده است.

بین نویز و سیگنال اصلی برابر با  $0/01$  (نزدیک به صفر) که مقدار خالص نویز  $0/738 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$  را از سری زمانی جریان روزانه رودخانه حذف نموده است، انتخاب گردید. خودهمبستگی سری نویز نیز چنانکه در شکل ۳ ارائه شده



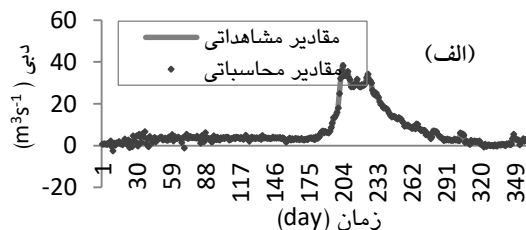
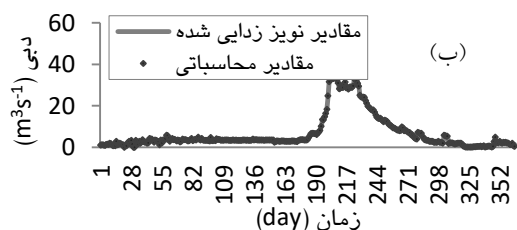
شکل ۳- تابع خودهمبستگی سری نویزهای جریان روزانه رودخانه نازلوچای.



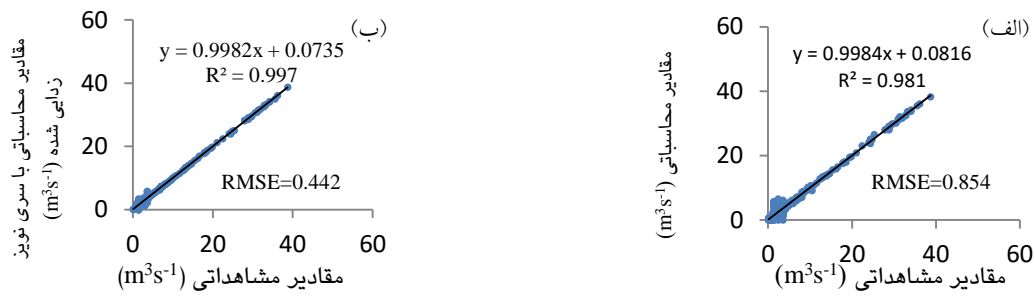
شکل ۴- سری نویز جریان روزانه رودخانه نازلوچای.

بین مقادیر مشاهداتی و محاسباتی برای سری اصلی و سری نویز زدایی شده به ترتیب برابر با  $0/981$  و  $0/997$  بدست آمده و مقدار RMSE برای سری اصلی برابر  $0/442 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$  و برای سری نویز زدایی شده برابر  $0/854$  حاصل گردید. در شکل ۵ نمودار مقایسه‌ی مقادیر مشاهداتی و محاسباتی و نیز مقادیر نویز زدایی شده و محاسباتی به روش تقریب موضعی ارائه شده است. همچنین نمودار پراکنش مربوطه نیز در شکل ۶ ارائه شده است.

جهت مشخص شدن تأثیر کاهش نویز در دقت مدل تقریب موضعی به منظور انجام پیش‌بینی، شبیه‌سازی با استفاده از سری اصلی داده‌ها و سری نویز زدایی شده جریان روزانه رودخانه در فضای حالت بازسازی شده با زمان تأخیر ۳۹ روز و بعد محاط ۲ (برای دوره مهر ۶۹ تا شهریور ۹۰) برای یک دوره یک ساله (مهر ۹۰ تا شهریور ۹۱) انجام پذیرفت. دقت مدل با استفاده از دو معیار ضریب تبیین ( $R^2$ ) و جذر میانگین مربعات خطا (RMSE) مورد بررسی قرار گرفت. بدین ترتیب مقدار ضریب تبیین



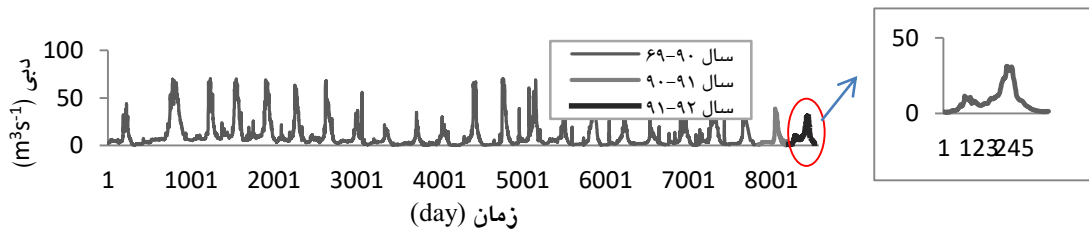
شکل ۵- مقایسه الف) مقادیر مشاهداتی و محاسباتی با سری اصلی، ب) مقادیر مشاهداتی و محاسباتی با سری نویز زدایی شده جریان رودخانه نازلوچای با استفاده از مدل تقریب موضعی.



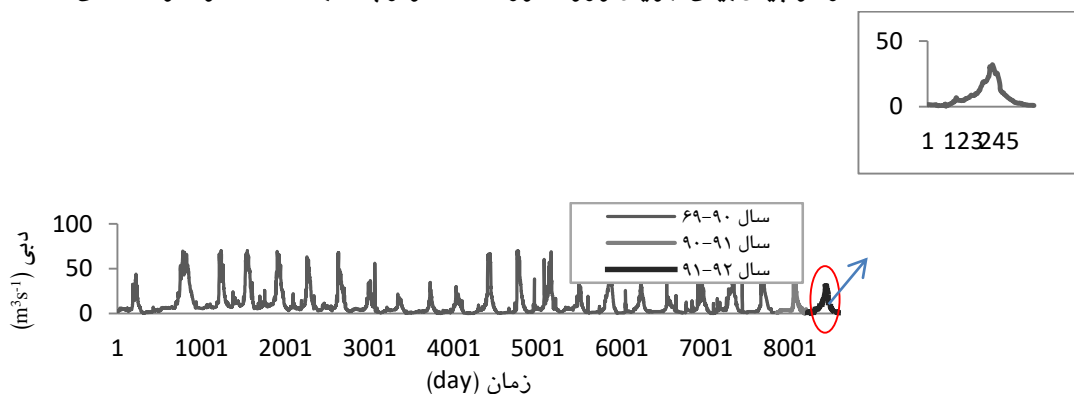
شکل ۶- نمودار پراکنش الف) مقادیر مشاهداتی و محاسباتی با سری اصلی، ب) مقادیر مشاهداتی و محاسباتی با سری نویز زدایی شده جریان رودخانه نازلوچای.

از شبیه‌سازی سری زمانی با استفاده از مدل تقریب موضعی، به‌منظور پیش‌بینی جریان رودخانه بار دیگر بازسازی فضای حالت با استفاده از سری اصلی و نیز سری نویز زدایی شده برای دوره مهر ۶۹ تا شهریور ۹۱ انجام گرفته و پیش‌بینی برای دوره یک ساله مهر ۹۱ تا شهریور ۹۲ انجام گردید. نتایج به‌دست آمده در شکل ۷ و ۸ ارائه شده‌اند.

با توجه به نتایج به‌دست آمده، دقت مدل تقریب موضعی برای سری روزانه رودخانه نازلوچای پس از کاهش نویز افزایش یافته است. مقدار  $R^2$  به‌میزان ۱/۰۹ درصد به‌نسبت سری زمانی اصلی افزایش یافته و میزان  $RMSE$  حدود ۴۸ درصد کاهش یافته است. نتایج مطابق با تحقیقات شرایبر و گراسبرگر (۱۹۹۱) و سیواکومار و همکاران (۱۹۹۹) بوده و با کاهش نویز دقت مدل شبیه‌سازی افزایش یافته است. پس از کسب نتایج مطلوب



شکل ۷- نمودار پیش‌بینی جریان روزانه رودخانه نازلوچای با استفاده از سری اصلی.



شکل ۸- نمودار پیش‌بینی جریان روزانه رودخانه نازلوچای با استفاده از سری نویز زدایی شده.

#### منابع مورد استفاده

Abarbanel HDI, Brown R and Kadtke JB, 1990. Prediction in chaotic nonlinear systems: methods for time series with broadband Fourier spectra Physical Review A 41(4): 1782–1807.

- Casdagli M, 1989. Nonlinear prediction of chaotic time series. *Physica D: Nonlinear Phenomena* 35: 335-356.
- Cover TM and Thomas JA, 1991. *Elements of Information Theory*. John Wiley & Sons, Inc, New York.
- Domenico MD and Ghorbani MA, 2010. Chaos and scaling in daily river flow. arXiv preprint arXiv:1002.0076.
- Elshorbagy A, Simonovic SP and Panu US, 2002a. Estimation of missing streamflow data using principles of chaos theory. *Journal of Hydrology* 255: 123-133.
- Elshorbagy A, Simonovic SP and Panu US, 2002b. Noise reduction in hydrologic time series: facts and doubts. *Journal of Hydrology* 256: 147-165.
- Embrechts M, 1994. Basic concepts of nonlinear dynamics and chaos theory. Deboeck, GJ (Ed). *Trading on the Edge*. Wiley, New York.
- Farmer DJ and Sidorowich JJ, 1987. Predicting chaotic time series. *Physical Review Letters* 59: 845-848
- Fattahi MH, 2014. Applying a noise reduction method to reveal chaos in the river flow time series. *International Journal of Environmental, Ecological, Geological and Mining Engineering* 8(8): 524-531.
- Jabbari Gharabagh S, 2014. Evaluation of River flow Using Chaos Theory. Master thesis for Water Resources Engineering, Faculty of Agriculture, Urmia University.
- Jabbari Gharabagh S, Rezaei H and Mohammadnezhad B, 2016. Comparison of reconstructed phase space and chaotic behavior of Nazloo chai river flow at different temporal scales. *Journal of Water and Soil Conversation* 22(5): 135-151.
- Jayawardena AW and Gueung AB, 2000. Noise reduction and prediction of hydrometeorological time series: dynamical system approach vs. stochastic approach. *Journal of Hydrology* 288: 242-264.
- Kantz H and Schreiber T, 1997. *Nonlinear Time Series Analysis*. Cambridge University Press, UK.
- Kellert SH, 1993. In the Wake of Chaos: Unpredictable Order in Dynamical Systems. University of Chicago Press, Chicago.
- Kocak K, Bali A and Bektasoglu B, 2007. Prediction of monthly flows by using chaotic approach. Pp. 553-559. International congress on river basin management, 22-24 March, Antalya, Turkey.
- Pari Zanganeh M, Ataei M and Moallem P, 2010. Phase space reconstruction of chaotic time series using an intelligent method. *Journal of Intelligent Procedures in Electrical Technology* 1(3): 3-10.
- Porporato A and Ridolfi L, 1997. Nonlinear analysis of river flow time sequences. *Water Resources Research* 33(6): 1353-1367.
- Schreiber T, 1993. Extremely Simple Nonlinear Noise Reduction Method, *Physical Review E* 47: 2401-2404.
- Schreiber T and Grassberger P, 1991. A simple noise reduction method for real data *Physics Letters A* 160: 411-418.
- Schouten JC, Takens F and van den Bleek CM, 1994. Estimation of the dimension of a noisy attractor. *Physical Review E*(3), 50: 1851-1861.
- Shannon CE, 1948. A Mathematical theory of communication. *Bell System Technical Journal* 27: 379-423 and 623-656.
- Sivakumar B, 2002. A phase-space reconstruction approach to prediction of suspended sediment concentration in rivers. *Journal of Hydrology* 258: 149-16.
- Sivakumar B, Phoon KK, Liong SY and Liaw CY, 1999. A systematic approach to noise reduction in chaotic hydrological time series. *Journal of Hydrology* 219(4): 103-135.
- Sugihara G and May RM, 1990. Nonlinear forecasting as a way of distinguishing chaos from measurement error in time series. *Nature* 344:734-741.
- Takens F, 1981. Detecting strange attractors in turbulence. *Dynamical Systems and Turbulence, Lecture Notes in Mathematics*. 898: 366-381.
- Velickov S, 2004. *Nonlinear Dynamics and Chaos with Applications to Hydrodynamics and Hydrological Modelling*. CRC Press. UK.