

## ارزیابی عملکرد مدل‌های ARMA و CARMA در مدل‌سازی بارش سالانه ایستگاه سینوپتیک ارومیه

کیوان خلیلی<sup>1</sup>، محمد ناظری تهرودی<sup>2\*</sup>

تاریخ دریافت: 93/06/25 تاریخ پذیرش: 94/11/12

<sup>1</sup> استادیار، گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه ارومیه

<sup>2</sup> دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه ارومیه

\* مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: [m\\_nazeri2007@yahoo.com](mailto:m_nazeri2007@yahoo.com)

### چکیده

با توجه به پیچیدگی فرآیندهای هیدرولوژیکی به نظر می‌رسد روش‌های چندمتغیره با در نظر گرفتن عوامل مؤثر بیشتر، بتواند دقت مدل‌های سری زمانی و نتایج حاصل از آن‌ها را ارتقا دهد. در واقع، نتایج مدل‌های چندمتغیره با دخالت دادن عوامل مؤثر دیگر، می‌تواند نتایج توصیف، مدل‌سازی و پیش‌بینی پارامترهای مختلف را بهبود دهد. در این مطالعه، مدل‌های تک‌متغیره آرما و چندمتغیره خودهمبسته با میانگین متحرک هم‌زمان آرما (کارما) جهت مدل‌سازی مجموع بارش سالانه ایستگاه سینوپتیک ارومیه مورد ارزیابی قرار گرفتند. جهت استفاده از مدل‌های آرما، از سری زمانی مجموع بارش سالانه در دوره آماری (1961-2010) و جهت مدل‌سازی با استفاده از مدل‌های کارما، از سه سری زمانی مجموع بارش سالانه (میلی‌متر)، متوسط دمای سالانه (درجه سلسیوس) و متوسط سرعت باد (نات) در دوره آماری مذکور استفاده شد. نتایج نشان داد که با دخالت دادن پارامترهای ذکرشده در مدل، دقت مدل‌سازی افزایش می‌یابد. به طوری که در مدل کارما نسبت به مدل آرما، به دلیل ضریب همبستگی بالاتر معادل 0/960 و معیار جذر میانگین مربعات خطای کمتر، معادل 21/611 بین داده‌های مدل و مقادیر مشاهداتی، نتایج بهتری به دست آمد. همچنین بر اساس نتایج حاصله، استفاده از مدل‌های چندمتغیره خانواده آرما سبب کاهش میزان خطای مدل به میزان 31 درصد شده است.

واژه‌های کلیدی: بارش، دما، سرعت باد، سری زمانی، مدل‌های چندمتغیره

## Performance Evaluation of ARMA and CARMA Models in Modeling Annual Precipitation of Urmia Synoptic Station

K Khalili<sup>1</sup>, M Nazeri Tahroudi<sup>2\*</sup>

Received: 16 September 2014 Accepted: 01 February 2016

<sup>1</sup>-Assist. Prof., Water Eng. Dept., Faculty of Agriculture, University of Urmia, Iran

<sup>2</sup>- M.Sc. Student, Water Eng. Dept., Faculty of Agriculture, University of Urmia, Iran

### Abstract

Due to the complexity of hydrological processes it seems that the multivariate models with more parameters can be used to improve the accuracy and results of the time series models. Indeed, with the involving other effective parameters in the multivariate models the results of description, modeling and forecasting of various parameters can be improved. In this research, the univariate ARMA models and multivariate contemporaneous autoregressive moving average (CARMA) models were evaluated to modeling the total annual precipitation of Urmia synoptic station. In order to use ARMA models total annual precipitation time series of Urmia station in the period of 1961-2010 was used. Furthermore, average of air temperature ( $^{\circ}\text{C}$ ), mean wind speed (Knot) and mean of precipitation time series in annual time scale of Urmia synoptic station were used in modeling by CARMA models. The results showed that by incorporation the mentioned time series, the accuracy of the models increased. As, for CARMA model in comparison with ARMA model, better results were obtained because of the higher correlation coefficient equal to 0.960 and lower root mean square error equal to 21.611 between the observed and modeled data. Also according to the obtained results, using the multivariate ARMA models caused to decrease model error up to 31 percentages.

**Keywords:** Multivariate models, Precipitation, Temperature, Time series, Wind speed

متغیره تولید داده شروع شد (سالاس و همکاران 1980). از آن پس طراحی و عملیاتی کردن سیستم‌های منابع آب اغلب با استفاده از چندین سری زمانی متعدد هیدرولوژیکی و منابع آبی صورت گرفت و تجزیه و تحلیل و مدل‌سازی چندمتغیری‌ها شتاب گرفتند. مدل‌های مختلف چندمتغیری اغلب توسط فایرینگ (1964)، ماتالاس (1967)، ماتالاس و ویلز (1971)، مژیا (1971)، والنشیا و اسپاک (1973) و اکانل (1974) مطرح شد. ماتالاس (1967) مدل مارکف با پارامترهای ثابت چندمتغیره با تأخیر 1 (تأخیر یک دوره زمانی) را مطرح کرد. متعاقباً یانگ و پیسانو (1968) یک روش

### مقدمه

بارش یکی از مهم‌ترین داده‌های ورودی به سیستم‌های هیدرولوژیکی محسوب می‌شود که مطالعه و اندازه‌گیری آن در بیشتر موارد برای مطالعات رواناب، آب‌های زیرزمینی، سیلاب، رسوب و غیره لازم هست. مدل‌ها و روش‌های مختلفی جهت مدل‌سازی و پیش‌بینی بارش اعم از مدل‌های خطی و غیرخطی سری زمانی، مدل‌های شبکه عصبی، برنامه‌ریزی ژنتیک، الگوریتم‌های فراابتکاری و غیره وجود دارد. از سال 1960 تلاش‌ها و پژوهش‌های گسترده‌ای در راستای تجزیه و تحلیل سری‌های استوکاستیک هیدرولوژی و مدل‌های تک-

ایستگاه بابلسر ارائه نمود. ویسی‌پور و همکاران (1389) با استفاده از مدل‌های خطی سری زمانی بارش و دمای ایستگاه شهرکرد را پیش‌بینی کردند. فیروزی و همکاران (1391) دقت سه روش باکس - جنکینز، تجزیه و حالت وینترز را در پیش‌بینی بارش ایستگاه‌های شیراز، آباده، فسا و لامرد مورد بررسی قرار دادند. نتایج تحقیق ایشان نشان داد که مدل باکس - جنکینز در بیشتر موارد دقت بالاتری دارد. ناظری تهرودی و همکاران (1392) جهت بررسی اقلیم آینده کردستان، بارش و دمای این ایستگاه را با استفاده از مدل‌های خطی سری زمانی مورد بررسی و پیش‌بینی قرار دادند. گودرزی و روزبهانی (1393) دو مدل خودهمبسته با میانگین متحرک و حالت وینترز را در پیش‌بینی بارش ماهانه ایستگاه لتیان مورد بررسی قرار دادند و نتایج نشان داد که به‌طور کلی مدل آریمای دارای میزان خطای کمتری در شبیه‌سازی بارش ماهانه ایستگاه مورد مطالعه دارد. گلابی و همکاران (1393) بارندگی ماهانه سه ایستگاه اهواز، آبادان و دزفول را در دوره آماری 48 ساله (1387-1340) با استفاده از مدل‌های خطی سری زمانی مورد بررسی و مدل‌سازی قرار دادند. نتایج تحقیق نشان داد که مدل‌های آریمای از دقت قابل قبولی در پیش‌بینی بارش برخوردار هستند. به‌طور کلی مشخص است که سری‌های زمانی دوره‌ای هیدرولوژی مثل فصلی، ماهانه، هفتگی و روزانه دارای ویژگی‌های دوره‌ای و تصادفی سری‌های زمانی است. ویژگی‌های دوره‌ای معمولاً با میانگین دوره‌ای، انحراف معیار استاندارد دوره‌ای و ضریب چولگی دوره‌ای تعریف می‌شود، درحالی‌که ویژگی تصادفی ممکن است با ضریب همبستگی ثابت یا دوره‌ای نشان داده شود. اصولاً استفاده از سری‌های چندمتغیره در مدل‌سازی‌ها و پیش‌بینی‌های هیدرولوژی، نتایج بهتری از مدل‌های تک‌متغیری ارائه می‌کند. از مرور منابع چنین به‌نظر می‌رسد که در مورد مدل‌های چندمتغیره خطی سری زمانی مطالعات چندانی در ایران صورت نگرفته است.

ساده قابل‌استفاده با استفاده از مدل ماتالاس توصیه کرد. پگرام و جیمز (1972) مدل ماتالاس برای نمونه-های چندمتغیره با پارامترهای ثابت را پیشنهاد کرد. اکائل (1974) مدل‌های چندمتغیره خودهمبسته با میانگین متحرک<sup>1</sup> با پارامترهای ثابت را مطرح کرد. والنشیا و اسپاک (1973) با استفاده از مدل‌های چند-متغیره مشخصات کواریانس سالانه و فصلی را تولید کردند. آن‌ها به این نتیجه رسیدند که مدل چندمتغیره ماتالاس، مدل ویژه‌ای از مدل‌های توده‌ای است. ماتالاس و ویلز (1971) پارامترهای آماری مدل چندمتغیره نظریه فراکتال گوسین را تعیین کردند و آن را به‌عنوان مدل‌های چندمتغیره سری‌های هیدرولوژی مطرح کردند. مژیا (1971) نیز مدل‌های چندمتغیره شکننده خطی را مطرح کرد. زو و همکاران (2010) دو مدل آریمای و شبکه عصبی مصنوعی را برای پیش‌بینی ظرفیت آب و نمک خاک مورد مقایسه قرار داد و نشان داد که مدل آریمای از دقت بالاتری برخوردار است. دی دومنیکو و همکاران (2013) نظریه آشفتگی و مدل خودهمبسته یکپارچه با میانگین متحرک<sup>2</sup> را در بررسی سطح دریا در جزیره کیلینگ مورد بررسی قرار دادند. نتایج تحقیق ایشان نشان داد که دقت هر دو مدل در مدل‌سازی سطح آب دریا در منطقه مورد مطالعه قابل قبول است ولی دقت تئوری آشفتگی از مدل ARIMA بیشتر است. خطیبی و همکاران (2014) با استفاده از پنج مدل یکپارچه خودهمبسته با میانگین متحرک، مدل فصلی یکپارچه خودهمبسته با میانگین متحرک، شبکه-های عصبی مصنوعی، برنامه‌ریزی بیان ژن و رگرسیون خطی چندگانه، سطح آب شش دریاچه با خصوصیات فیزیکی متفاوت را مورد بررسی قرار دادند. ترابی (1380) سری‌های زمانی بارش کمینه و بیشینه درجه حرارت را روی 5 ایستگاه در سطح کشور بررسی و به‌عنوان نمونه مدل آریمای را برای بارش

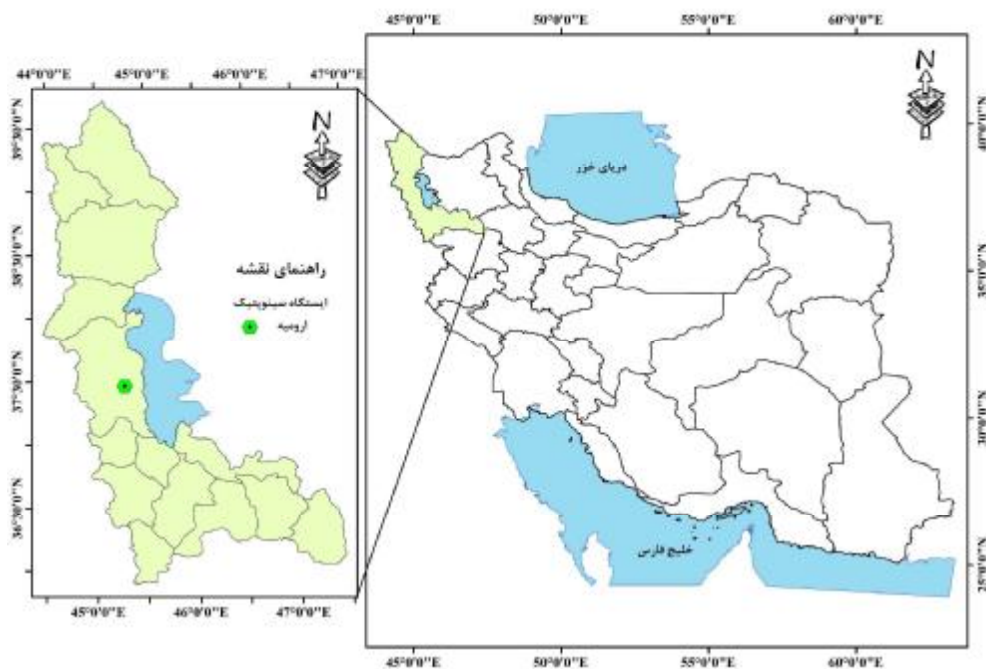
1 - ARMA(1,1)

2 - ARIMA

همزمان آرما در مدل‌سازی بارش سالانه ایستگاه ایستگاه سینوپتیک ارومیه در سال 1339 تأسیس گردیده و دارای ارتفاع 1328 متری از سطح دریا است. این ایستگاه در طول جغرافیایی  $3^{\circ} 45'$  و عرض جغرافیایی  $40^{\circ} 37'$  قرار دارد. منطقه مورد مطالعه در این تحقیق، ایستگاه سینوپتیک ارومیه و سری زمانی مورد مطالعه، داده‌های مجموع بارش، متوسط سرعت باد و متوسط دمای ایستگاه سینوپتیک ارومیه در دوره آماری 2010-1961 است. شکل 1 منطقه مورد مطالعه و موقعیت ایستگاه مورد مطالعه را نشان می‌دهد. مشخصات آماری داده‌های مورد استفاده نیز به شرح جدول 1 ارائه گردید.

بنابراین، هدف از این مطالعه بررسی مدل چندمتغیره سینوپتیک ارومیه با در نظر گرفتن داده‌های متوسط دما و سرعت باد این ایستگاه و مقایسه مدل مذکور با روش‌های تک‌متغیره مرسوم است. با توجه به این‌که پارامترهای دما و سرعت باد به صورت مستقیم و غیرمستقیم بارش هر منطقه را تحت تأثیر قرار می‌دهند و از آنجاکه هر سه پارامتر مورد بررسی در یک منطقه اندازه‌گیری شده‌اند، جهت مدل‌سازی چندمتغیره بارش منطقه مورد مطالعه از سه پارامتر مذکور استفاده شده است.

### مواد و روش‌ها منطقه مورد مطالعه



شکل 1- موقعیت منطقه مورد مطالعه.

جدول 1- مشخصات آماری سری‌های زمانی مورد مطالعه در مقیاس سالانه.

پارامتر	واحد	ضریب چولگی	انحراف معیار	میانگین پارامتر	کمینه	بیشینه
بارش	(mm)	0/76	101/41	338	167/2	579/5
دما	(°C)	1/01	1/24	11/5	6	13/7
سرعت باد	Knot*	0/57	1/16	3/16	0/5	5/7

\*Knot=1852 m hr<sup>-1</sup>

## مدل‌های تک‌متغیره آرما

کاربرد سری زمانی، اولین بار در هیدرولوژی از اوایل دهه 1960 توسط توماس و فایرینگ (1962) و یوجویچ (1963) آغاز گردید و در دهه 1970 توسط باکس و جنکین (1976) توسعه یافت. ساده‌ترین نوع مدل‌های سری زمانی از نوع خود همبسته<sup>3</sup> (AR) می‌باشند که بر اساس زنجیره مارکوف بنا نهاده شده‌اند. یک سری زمانی وقتی از زنجیره مارکوف تبعیت می‌کند که هر رخدادی در زمان  $t$  با زمان‌های قبل و بعد از خود مرتبط باشد. از دیگر مدل‌های سری زمانی می‌توان به مدل‌های خود همبسته با میانگین متحرک<sup>4</sup> (ARMA) و آرما (ARIMA)<sup>5</sup> اشاره نمود (خلیلی و همکاران 2014).

با در نظر گرفتن سری زمانی نرمال و استاندارد  $Z_t$  مدل میانگین متحرک خودهمبسته  $ARMA(p,q)$  به شرح زیر در نظر گرفته می‌شود (سالاس و همکاران 1980):

$$Z_t = \sum_{i=1}^p \hat{a}_i Z_{t-i} - \sum_{j=1}^q \hat{a}_j e_{t-j} + e_t \quad [1]$$

که در آن  $p$  مرتبه مدل AR،  $q$  مرتبه مدل MA،  $j$  و  $q_j$  ضرایب مدل و  $e_t$  سری تصادفی و نرمال مدل با میانگین صفر و واریانس  $S_e^2$  هست (سالاس و همکاران 1980).

ضرایب تابع خودهمبستگی با تأخیر  $k$

[2]

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} \hat{a} (X_t - \bar{X}_t) (X_{t+k} - \bar{X}_{t+k})}{[\sum_{t=1}^{n-k} \hat{a} (X_t - \bar{X}_t)^2 (\sum_{t=1}^{n-k} \hat{a} (X_{t+k} - \bar{X}_{t+k})^2)]^{0.5}}$$

$$k = 1, 2, 3, 4, 5, 1/4$$

که در آن  $X_t$  داده مشاهداتی در زمان  $t$ ،  $\bar{X}_t$  میانگین داده‌های مشاهداتی،  $X_{t+k}$  داده مشاهداتی با تأخیر  $t+k$  و  $\bar{X}_{t+k}$  نیز میانگین داده‌های با تأخیر  $t+k$  است.

ضرایب یا رسته مدل  $j_k(k)$ :

$$j_k(k) = \frac{r_k - \hat{a}_{j=1}^{k-1} j_k(k-1) \cdot r_{k-1}}{1 - \hat{a}_{j=1}^{k-1} j_j(k-1) \cdot P_j} \quad [3]$$

$$j = 1, 2, 3, 4, 5, 1/4, k$$

که در آن  $r_k$  ضریب خودهمبستگی با تأخیر  $k$  و  $j_k(k)$  رسته مدل است که در آن  $k$  می‌تواند 1، 2 و ... باشد.

تعیین مرتبه مدل و انتخاب مدل مناسب به ازای

معیار AICC

$$AICC(p,q) = n \ln(S_e^2) + \frac{2(p+q+1)n}{(n-p-q-2)} \quad [4]$$

که در آن  $n$  تعداد داده‌ها،  $p$  مرتبه مدل در بخش خود همبسته،  $q$  مرتبه مدل در بخش میانگین متحرک و  $S_e^2$  تخمین‌گر بیشینه درست‌نمایی واریانس خطاها هست. در روش تک‌متغیره، مدل برتر بر اساس ضریب آکاییکه مدل انتخاب می‌گردد. در واقع مدل با ضریب آکاییکه کمتر به‌عنوان مدل برتر شناخته می‌شود (سالاس و همکاران 1980).

مدل‌های چندمتغیره آرما (هم‌زمان آرما)<sup>6</sup>

روش‌های متعددی در تجزیه و تحلیل و مدل‌سازی سری‌های زمانی هیدرولوژی مورد نیاز است. ویژگی نوعی از مدل‌های هم‌زمان، ماتریس پارامترهای قطری است که برآورد پارامترهای آن مستقل از مدل‌های تک-متغیره است. از مدل‌های خطی چندمتغیره، می‌توان به مدل اتورگرسیون چندمتغیره<sup>7</sup>، مدل هم‌زمان خودهمبسته با میانگین متحرک که به‌عنوان مدل  $CARMA(p,q)$  تعریف می‌شود، مدل ترکیبی هم‌زمان و میانگین متحرک که به‌عنوان  $CSM-CARMA(p,q)$  تعریف می‌شود و مدل دوره‌ای خودهمبسته چندمتغیره فصلی  $MPAR(p)$  نام برد.

<sup>6</sup> - Contemporaneous autoregressive moving average

<sup>7</sup> - MAR(p)

<sup>3</sup> - Auto regressive

<sup>4</sup> - Auto regressive moving average

<sup>5</sup> - Auto regressive integrated moving average

$$\begin{matrix}
 \hat{y}_t^{(1)} & \hat{e}_t^{(1)} & \hat{y}_{t-1}^{(1)} & \hat{e}_{t-1}^{(1)} \\
 \hat{y}_t^{(2)} & \hat{e}_t^{(2)} & \hat{y}_{t-1}^{(2)} & \hat{e}_{t-1}^{(2)} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 \hat{y}_t^{(n)} & \hat{e}_t^{(n)} & \hat{y}_{t-1}^{(n)} & \hat{e}_{t-1}^{(n)}
 \end{matrix}$$

مدل CARMA قادر به حفظ تأخیر صفر همبستگی متقابل در فضای بین ایستگاه‌های مختلف است، علاوه بر آن، وابستگی ساختار زمان برای هر ایستگاه توسط پارامترها p و q تعریف شده است (سالاس و همکاران 1980).

**برآورد پارامترهای مدل**

با در نظر گرفتن N سال داده در هر ایستگاه i با داده‌های مشاهداتی  $Y_t^{(i)}$  و  $i=1,2,3,\dots,n$  ماتریس مدل عمومی  $Y_t$  به صورت زیر توصیف می‌گردد:

$$Y_t = \mu + \sigma Z_t \quad [7]$$

که در آن  $\mu$  و  $\sigma$  به ترتیب میانگین و واریانس  $Y_t$  است. استانداردسازی متغیرها با استفاده از رابطه زیر محاسبه می‌گردد:

$$Z_t^{(i)} = (y_t^{(i)} - \bar{m}_t^{(i)}) / s_t^{(i)}, i = 1, 2, 3, \dots, n \quad [8]$$

پارامترهای مدل  $CARMA(p(i), q(i))$  همانند پارامترهای مدل ARMA تعیین می‌گردد. سری زمانی باقی‌مانده مدل مستقل از زمان است، اما در میان خود وابسته است (در فضا وابسته است). این وابستگی متقابل با استفاده از رابطه زیر می‌تواند مدل شود:

مدل‌سازی فرآیندهای هیدرولوژیکی چندمتغیره بر اساس مدل کامل چندمتغیره ARMA، اغلب مشکلات در برآورد پارامترهای آن به وجود می‌آید. مدل CARMA (مدل هم‌زمان اتورگرسیو با میانگین متحرک) به عنوان یک جایگزین ساده‌تر به مدل کامل چندمتغیره ARMA پیشنهاد شد (سالاس و همکاران 1980). در مدل  $CARMA(p,q)$  ماتریس پارامترهای هر دو مدل خودهمبسته و میانگین متحرک به صورت قطری فرض می‌شود به طوری که یک مدل چندمتغیره را می‌توان مستقل از مدل تک‌متغیره ARMA دانست. بنابراین، به جای برآورد پارامترهای مدل به طور مشترک، می‌توان آن‌ها را به طور مستقل برای هر ایستگاه تک متغیره ARMA برآورد کرد. که این کار باعث شناسایی بهترین مدل ARMA تک‌متغیره می‌شود. بنابراین، اگر یک مدل کامل چندمتغیره ARMA مورد استفاده قرار گیرد، ساختار وابستگی متفاوت در زمان را می‌توان به جای آن‌که برای هر ایستگاه مدل کرد، یک ساختار وابسته مشابه در زمان برای تمام ایستگاه‌ها در نظر گرفت.

مدل  $CARMA(p,q)$  را برای n ایستگاه می‌توان به صورت زیر نشان داد:

$$Y_t = \sum_{j=1}^p a_j Y_{t-j} + e_t - \sum_{j=1}^q a_{qj} e_{t-j} \quad [5]$$

که در آن  $Y_t$  یک ماتریس ستونی  $n*1$  از سری مشاهداتی  $Y_t^*$  با توزیع نرمال و میانگین صفر به نمایندگی از ایستگاه‌های مختلف  $k=1,2,\dots,n$ ،  $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$  ماتریس قطری  $n*n$  پارامترهای مدل اتورگرسیو (خودهمبسته) و  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$  ماتریس قطری  $n*n$  پارامترهای مدل میانگین متحرک است.  $\mathcal{E}_t$  نیز یک ماتریس  $n*1$  داده‌های تصادفی نرمال با میانگین صفر و واریانس - کواریانس g است.

[6]

2- آزمون ضرایب همبستگی (r)

$$r = \frac{\text{cov}(Q_i, Q'_i)}{S_{Q_i} S_{Q'_i}} \quad [16]$$

که  $Q_i$ : داده‌های واقعی یا مشاهده‌ای،  $Q'_i$ : داده‌های پیش‌بینی،  $\bar{Q}_i$ : میانگین داده‌ها،  $S$ : تعداد داده‌ها و  $S_{Q_i}$  و  $S_{Q'_i}$  به ترتیب برابر با واریانس داده‌های پیش‌بینی و مشاهداتی هست (اسوینسکو و کمپل 2002 و سالاس و همکاران 1980). در این مطالعه داده‌های مورد استفاده به دو قسمت آموزش (80 درصد داده‌ها) و صحت-سنجی (20 درصد داده‌ها) تقسیم شده است. 20 درصد داده‌های مورد استفاده در صحت‌سنجی مدل که شامل 10 سال داده مشاهداتی هست، از انتهای دوره آماری انتخاب شد.

### نتایج و بحث

شرط اساسی مدل‌سازی با استفاده از مدل‌های خطی سری زمانی، نرمال و ایستا بودن داده‌ها است، لذا قبل از مدل‌سازی و بررسی دو مدل آرما و کارما، داده‌های مورد استفاده مورد بررسی اولیه قرار گرفت و تصادفی بودن، روند و همگنی داده‌ها ارزیابی شد. بررسی اولیه سری زمانی مورد نظر نشان داد که داده‌های مورد استفاده با استفاده از تبدیل لگاریتم به شکل مناسبی نرمال می‌شوند. همچنین نتایج نشان داد که داده‌های نرمال شده سری زمانی مورد استفاده در سطح معنی‌داری یک درصد قابل قبول است. نمودارهای سری زمانی اولیه داده‌های مورد استفاده به شرح شکل‌های 2 تا 4 ارائه گردید. نتایج بررسی آزمون‌های اولیه نیز به شرح جدول 2 ارائه گردید. جهت بررسی آزمون‌های تصادفی، روند و همگنی داده‌ها به ترتیب از آزمون‌های والد- ولفوویتس، من- کندال و ویلکاکسون استفاده گردید. جهت اطلاع بیشتر در مورد آزمون‌های ذکر شده به ویلکاکسون 1945، مندلهال و رینموت 1982، کندال (1938) و من (1945) مراجعه شود.

$$e_t^{(i)} = \frac{e_t^{(i)}}{s_t^{(i)}} \quad [9]$$

$$e_t' = Bx_t \quad [10]$$

که در آن  $B$  با استفاده از رابطه زیر برآورد گردید:

$$\hat{B}\hat{B}^T = \hat{M}_0 \quad [11]$$

که در آن  $\hat{M}_0$  برابر با ماتریس تابع خودهمبستگی با تأخیر صفر است که از ماتریس زیر محاسبه گردید:

$$M_k = \begin{pmatrix} r_k^{11} & r_k^{12} & \dots & r_k^{1n} \\ r_k^{21} & r_k^{22} & \dots & r_k^{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_k^{n1} & r_k^{n2} & \dots & r_k^{nn} \end{pmatrix} \quad [12]$$

$$r_k^{ij} = \frac{1}{N-k} \sum_{t=1}^{N-k} (e_t^{(i)} - \bar{e}_t^{(i)})(e_{t+k}^{(j)} - \bar{e}_{t+k}^{(j)}), \quad [13]$$

که در آن  $\bar{e}_t^{(i)}$  میانگین  $N-k$  داده مربوط به ایستگاه  $i$  و  $\bar{e}_{t+k}^{(i)}$  میانگین  $N-k$  داده مربوط به ایستگاه  $j$  است.

در نهایت ماتریس پارامترهای مدل CARMA(p,q) با استفاده از رابطه زیر حاصل شد (ماتالاس 1967):

$$\hat{A}_1 = \hat{M}_1 \hat{M}_0^{-1} \quad [14]$$

### شاخص‌های ارزیابی عملکرد مدل‌ها

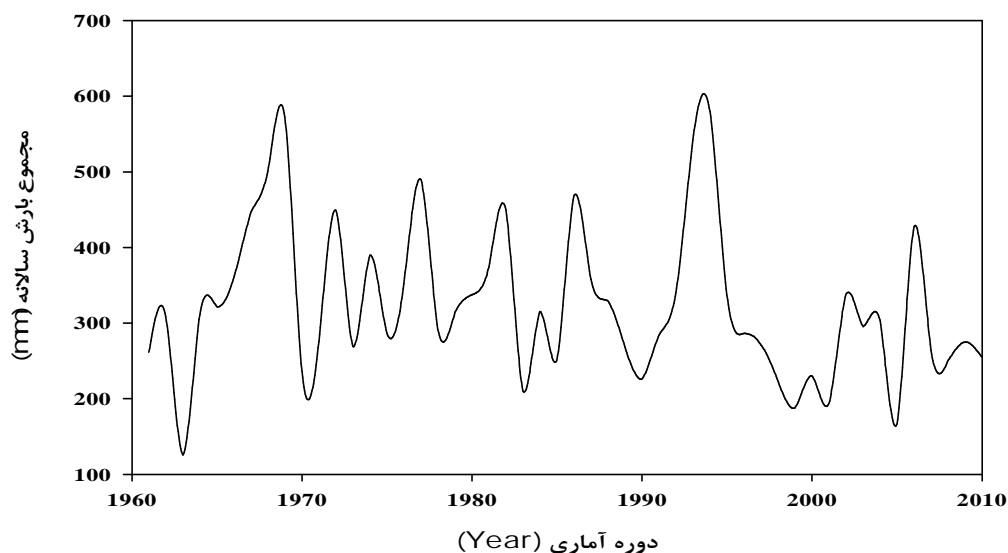
آزمون نکویی برازش مدل نشان می‌دهد مدل انتخابی با چه سطح معنی‌داری جوابگو است و به روش‌های مختلفی نظیر آزمون پورت مانتو، آزمون کای مربع، روش ضرایب فراوانی، روش گرافیک و روش کمینه مربعات قابل برازش است (سالاس و همکاران 1980). در این مطالعه از دو معیار جذر میانگین مربعات خطا و آزمون همبستگی استفاده شد.

1- جذر میانگین مربعات خطا (RMSE):

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Q_i - Q'_i)^2}{S}} \quad [15]$$

جدول 2- نتایج اولیه بررسی سری زمانی مورد استفاده.

آزمون	بارش (mm)	دما (°C)	سرعت باد (Knot)
تصادفی بودن داده‌ها	Statistics	1/785	1/053
	p-Value	0/015	1/495
روند داده‌ها	Statistics	0/970	2/096
	p-Value	0/331	0/027
همگنی داده‌ها	Statistics	0/922	1/942
	p-Value	0/356	0/052

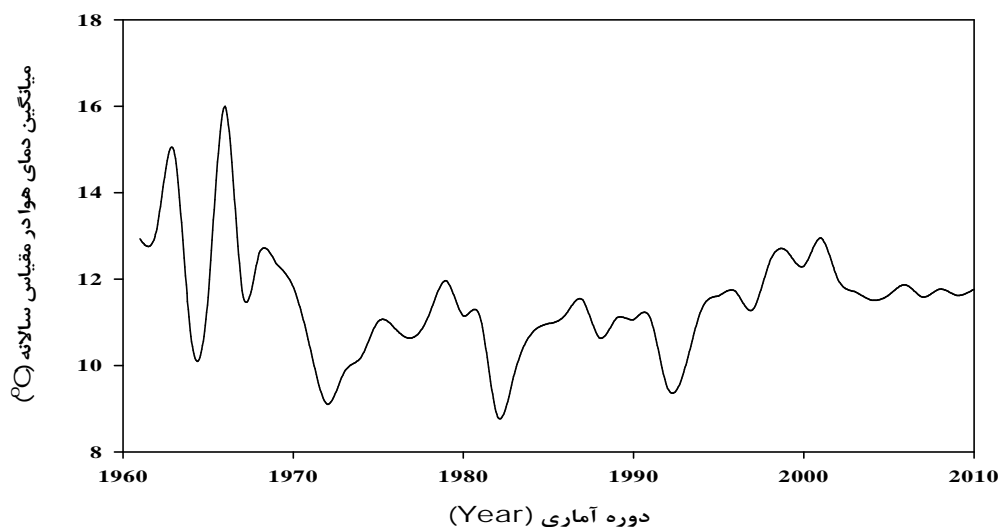


شکل 2 - نمودار داده‌های اولیه مجموع بارش سالانه ایستگاه سینوپتیک ارومیه.

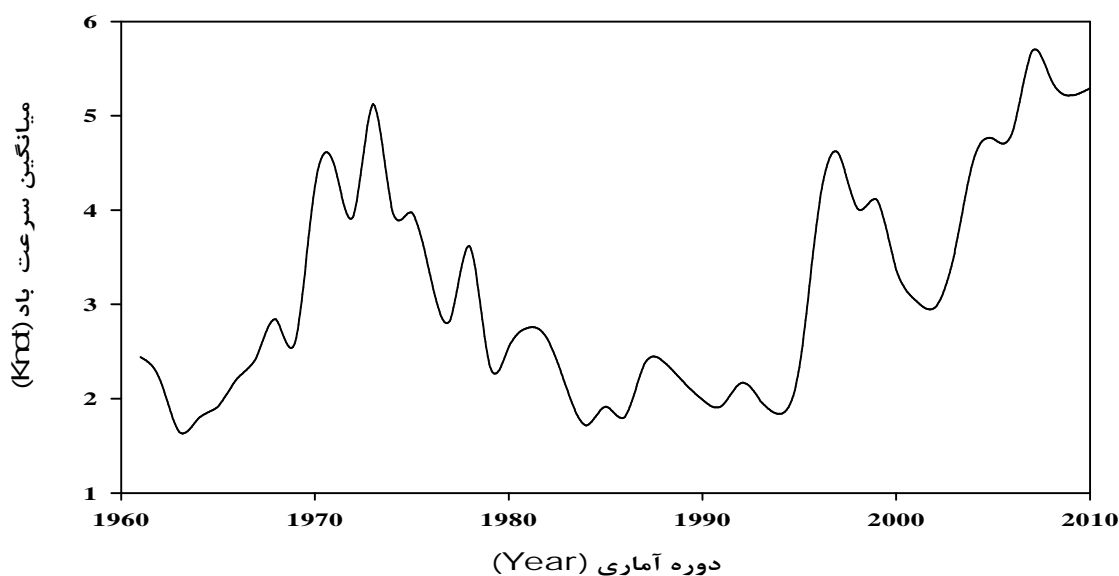
ایستگاه سینوپتیک ارومیه با استفاده از مدل‌های سری زمانی خانواده آرما برازش داده شد و به ازای معیار آکاییکه کمتر، مدل  $ARMA(1,0)$  به عنوان مدل برتر شناخته شد. نتایج مدل‌سازی و صحت‌سنجی داده‌های بارش منطقه با استفاده از مدل  $ARMA(1,0)$  به شرح شکل‌های 5 و 6 ارائه گردید.

بعد از تأیید بررسی اولیه داده‌های مورد استفاده، نتایج نشان داد که داده‌های سری زمانی بارش، دما و سرعت باد، با استفاده از تابع تبدیل لگاریتم و به ترتیب با ضرایب چولگی  $-0/149$ ،  $0/005$  و  $-0/007$  به شکل مناسبی نرمال می‌شوند. بعد از نرمال شدن داده‌های مورد استفاده، داده‌های سری زمانی مجموع بارندگی





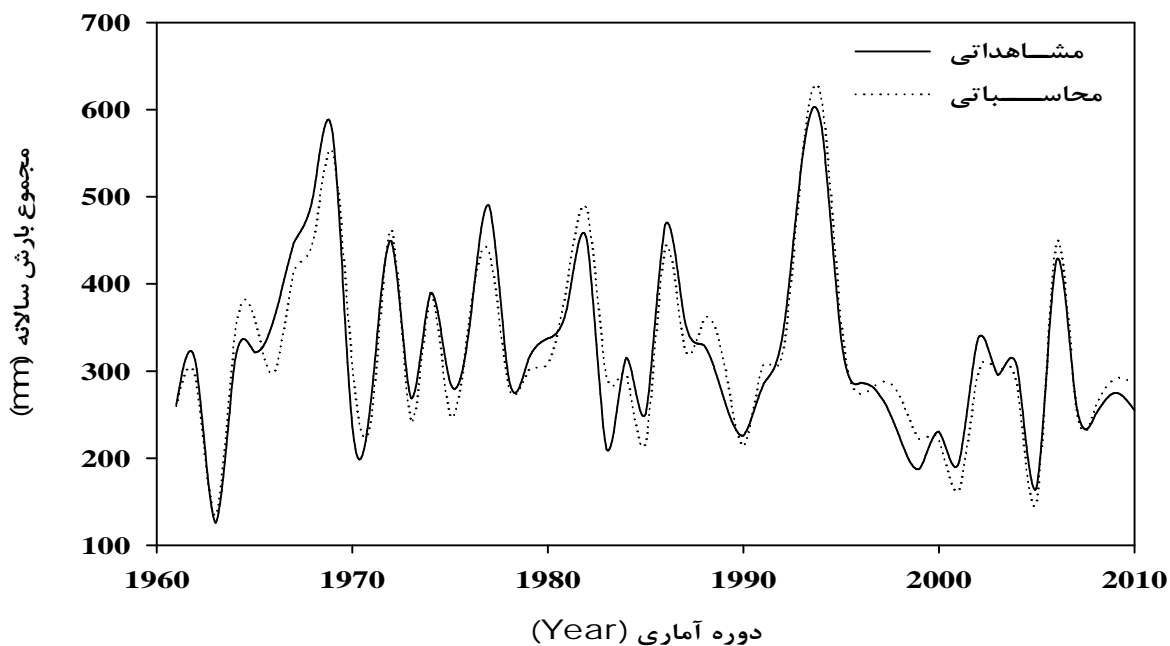
شکل 3 - نمودار داده‌های اولیه متوسط دمای سالانه ایستگاه سینوپتیک ارومیه.



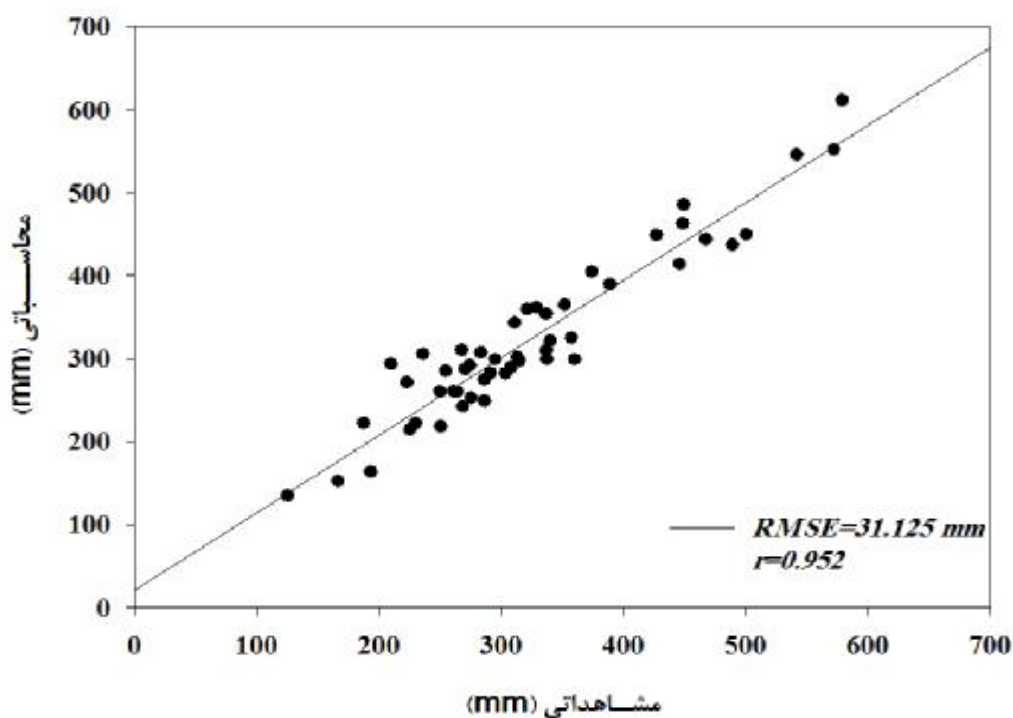
شکل 4 - نمودار داده‌های اولیه متوسط سرعت باد ایستگاه سینوپتیک ارومیه.

درصد داده‌های باقی‌مانده، مدل منتخب اجرا گردید. در نهایت 20 درصد داده‌های انتهای دوره آماری توسط مدل  $ARMA(1,0)$  پیش‌بینی گردید. نتایج واسنجی مدل  $ARMA(1,0)$  به‌صورت شکل 7 ارائه گردید.

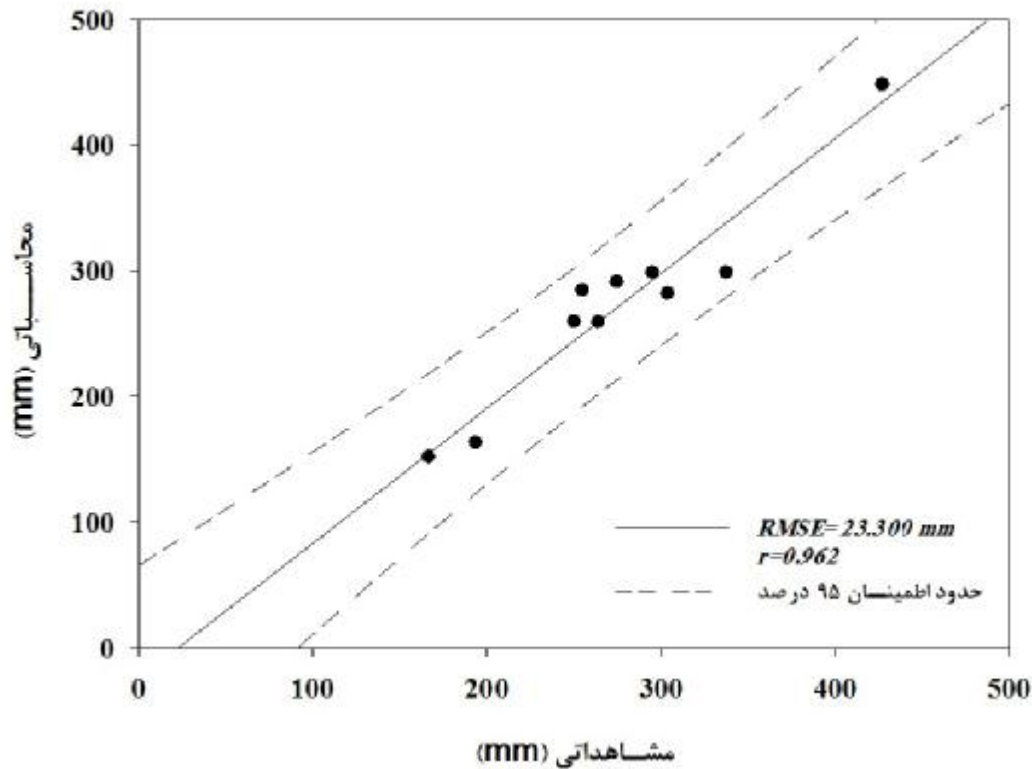
جهت واسنجی مدل موردبررسی (مدل آرما) از داده‌های 20 درصد انتهای دوره آماری استفاده گردید. ابتدا داده‌های 10 سال انتهای دوره آماری (20 درصد داده‌ها) از سری زمانی حذف و سپس با استفاده از 80



شکل 5- نتایج مدل‌سازی مجموع بارش سالانه (میلی‌متر) ایستگاه سینوپتیک ارومیه با استفاده از مدل‌های خانواده آرما.



شکل 6- نتایج بررسی دقت مدل آرما در مدل‌سازی مجموع بارش سالانه ایستگاه سینوپتیک ارومیه (mm).



شکل 7- نتایج صحت‌سنجی مدل آرما در مدل‌سازی مجموع بارش سالانه ایستگاه سینوپتیک ارومیه (mm).

$$\hat{A}_1 = \begin{bmatrix} \hat{a}_1 & \hat{a}_2 & \hat{a}_3 \\ \hat{a}_2 & \hat{a}_3 & \hat{a}_4 \\ \hat{a}_3 & \hat{a}_4 & \hat{a}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.093 & -0.016 & -0.025 \\ -0.016 & 0.024 & -0.001 \\ 0.025 & -0.001 & 0.081 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{u}_1 \\ \hat{u}_2 \\ \hat{u}_3 \end{bmatrix} \quad [17]$$

$$\hat{B} = \begin{bmatrix} \hat{b}_1 & \hat{b}_2 & \hat{b}_3 \\ \hat{b}_2 & \hat{b}_3 & \hat{b}_4 \\ \hat{b}_3 & \hat{b}_4 & \hat{b}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.305 & 0 & 0 \\ -0.054 & 0.147 & 0 \\ -0.084 & 0.041 & 0.269 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{u}_1 \\ \hat{u}_2 \\ \hat{u}_3 \end{bmatrix} \quad [18]$$

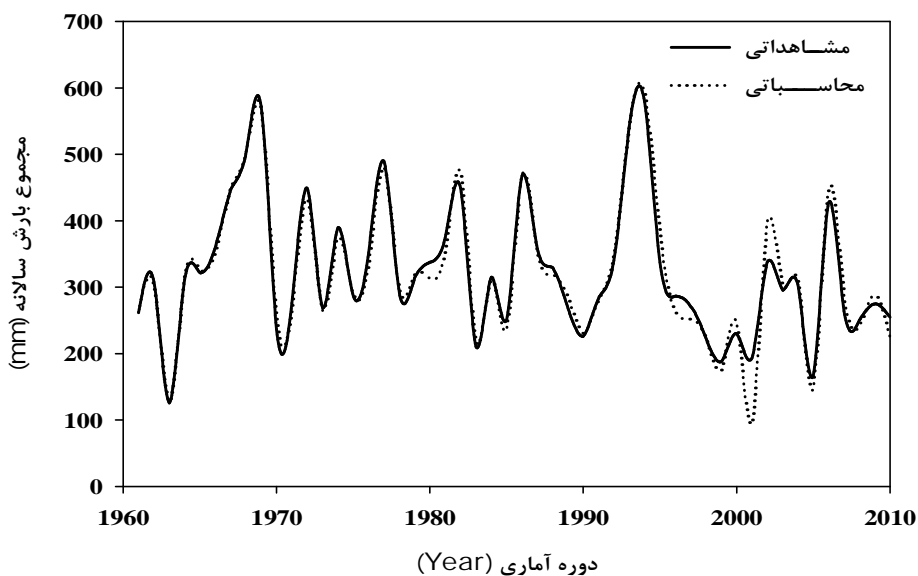
$$Z_t^{(1)} = 0.093 (Z_{t-1}^{(1)}) - 0.016 (Z_{t-1}^{(2)}) - 0.025 (Z_{t-1}^{(3)}) + 0.305 (e_t^{(1)}) \quad [19]$$

که در  $Z_{t-1}^{(i)}$ ، اندیس  $i$  برابر با 1، 2 و 3 و به ترتیب برابر با داده‌های مشاهداتی یک دوره قبل مجموع بارش سالانه، متوسط دمای سالانه و متوسط سرعت باد ایستگاه سینوپتیک ارومیه می‌باشند. با استفاده از روابط 17 و 18 می‌توان سایر پارامترهای مورد استفاده (دما و سرعت باد) را نیز مدل کرد. ردیف اول، دوم و سوم ماتریس  $A_1$  به ترتیب جهت مدل‌سازی داده‌های بارش، دما و سرعت باد مورد استفاده قرار می‌گیرند. در

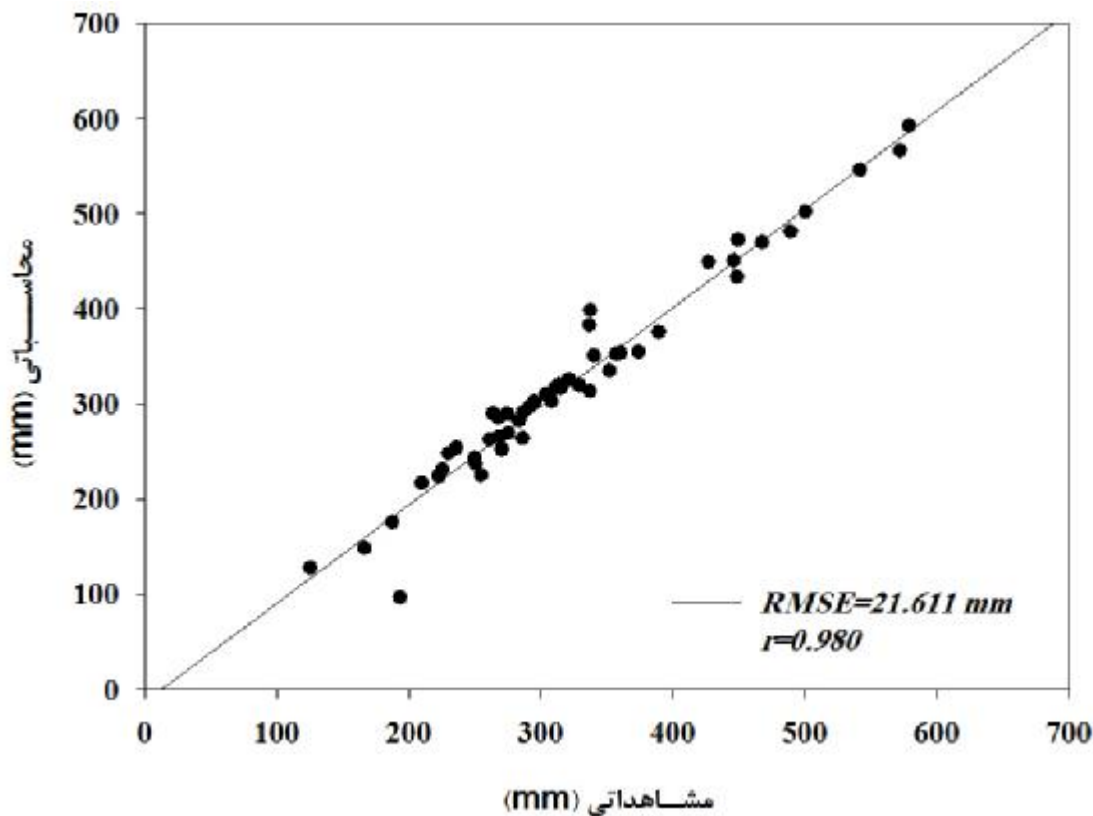
نتایج بررسی و صحت‌سنجی مدل تک‌متغیره آرما نشان داد که دقت مدل‌سازی و پیش‌بینی این مدل در برآورد میزان بارش سالانه قابل قبول هست و تمامی داده‌های مدل شده در محدوده اطمینان 95 درصد قرار گرفته است. بعد از مدل‌سازی با استفاده از مدل‌های تک‌متغیره خانواده آرما، داده‌های مجموع بارش سالانه ایستگاه سینوپتیک ارومیه با استفاده از مدل‌های چند متغیره و با تأثیر دادن داده‌های متوسط دمای سالانه و متوسط سرعت باد ایستگاه مذکور به عنوان ورودی مدل، مدل‌سازی گردید. با استفاده از داده‌های نرمال مذکور، مدل  $CARMA(1,0)$  با کمترین مقدار واریانس در بین سایر مدل‌ها، به عنوان مدل برتر در نظر گرفته شد. پارامترها و ضرایب باقی‌مانده مدل به صورت روابط 17 و 18 و رابطه مدل‌های  $CARMA(1,0)$  نیز به صورت رابطه 19 به دست آمد.

نیز همانند مدل آرما از داده‌های 20 درصد انتهای دوره آماری استفاده گردید. نتایج واسنجی مدل CARMA(1,0) به صورت شکل 10 ارائه گردید.

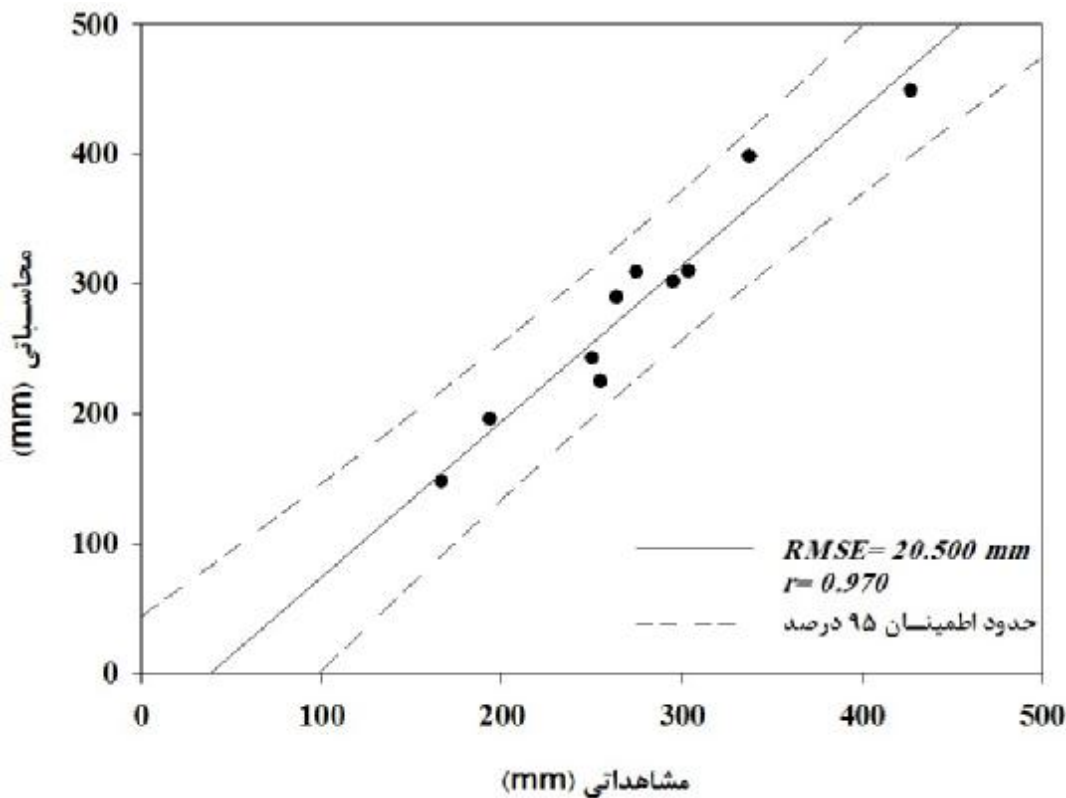
این ماتریس ستون اول، دوم و سوم نیز به ترتیب ضرایب داده‌های بارش، دما و سرعت باد هست. نتایج مدل‌سازی و صحت‌سنجی مدل چندمتغیره به شرح شکل 8 و 9 ارائه گردید. جهت واسنجی مدل CARMA(1,0)



شکل 8- نتایج مدل‌سازی مجموع بارش سالانه ایستگاه سینوپتیک ارومیه با استفاده از مدل‌های چند متغیره خانواده آرما.



شکل 9- نتایج بررسی دقت مدل چند متغیره خانواده آرما در مدل‌سازی مجموع بارش سالانه ایستگاه سینوپتیک ارومیه.



شکل 10- نتایج صحت‌سنجی مدل CARMA(1,0) در مدل‌سازی مجموع بارش سالانه ایستگاه سینوپتیک ارومیه.

CARMA و همبستگی بین داده‌های مشاهده‌ای و محاسباتی در این مدل، بالاتر از مدل تک‌متغیره در مدل‌سازی بارش منطقه مورد مطالعه است. در مدل‌های چندمتغیره با دخالت و تأثیر دادن داده‌های مرتبط با پارامتر موردنظر، تا حدودی دقت مدل افزایش و خطای مدل کاهش می‌یابد. سه پارامتر بارش، دما و سرعت باد در یک منطقه تقریباً تحت تأثیر یکدیگر قرار دارند. مدل چندمتغیره سری زمانی خانواده آرما با در نظر گرفتن ضرایب متناسب با هر پارامتر، مدل ترکیبی از تمامی پارامترها و سری باقی‌مانده نرمال و استاندارد (میانگین صفر و انحراف معیار 1) داده‌های مجموع بارش سالانه ایستگاه سینوپتیک ارومیه را ارائه می‌کند. با دخالت این ضرایب، مدلی با ورودی سه پارامتر بارش، دما و سرعت باد و یک پارامتر سری باقی‌مانده مدل حاصل می‌شود. هم‌چنین مدل‌سازی فرآیندهای هیدرولوژیکی، متأثر از پارامترهای مختلف موجود در منطقه مورد مطالعه است. به‌همین دلیل با دخالت پارامترهای مرتبط

نتایج بررسی و واسنجی مدل CARMA(1,0) نشان داد که تمامی داده‌های پیش‌بینی‌شده در محدوده اطمینان 95 درصد قرار دارد و دقت مدل نیز مورد تأیید هست (شکل 10). همان‌طور که از شکل 8 مشاهده می‌شود، مدل CARMA(1,0) نقاط بیشینه و کمینه سری زمانی مجموع بارش سالانه ایستگاه ارومیه را به‌خوبی و بهتر از مدل مرسوم آرما مدل می‌کند. هم‌چنین نتایج نشان داد که مدل CARMA(1,0) تا سال 1998 که هم پوشانی بهتری نسبت به انتهای دوره آماری موردبررسی در مدل‌سازی بارش سالانه ایستگاه سینوپتیک ارومیه دارد. همان‌طور که از شکل 8 مشخص است، از سال 1998 به بعد کاهش بارش در ایستگاه سینوپتیک ارومیه مشهود است و این امر می‌تواند دلیلی بر کاهش دقت مدل CARMA(1,0) در سال‌های اخیر نسبت به سال‌های قبل از 1998 باشد. اما با این حال نتایج بررسی و مقایسه مدل‌های مورد استفاده نشان داد که در تمام دوره آماری دقت مدل چندمتغیره

معیار آکاییکه کمتر، مدل  $ARMA(1,0)$  با معیار آکاییکه  $52/109$  به عنوان مدل برتر انتخاب شد. دقت مدل سازی مدل منتخب مورد ارزیابی قرار گرفت. با استفاده از نتایج برازش داده های محاسباتی و مشاهداتی، ضریب همبستگی  $0/906$  برای مدل  $ARMA(1,0)$  حاصل شد. در نوبت دوم، با استفاده از داده های مجموع بارش سالانه، متوسط دمای سالانه و متوسط سرعت باد ایستگاه سینوپتیک ارومیه و با بهره گیری از مدل چند-متغیره  $CARMA$ . مدل سازی و مدل  $CARMA(0,1)$  به عنوان مدل منتخب ارائه گردید. نتایج بررسی صحت-سنجی این مدل، ضریب همبستگی  $0/960$  را برای داده های مشاهداتی و محاسباتی در بر داشت. نتایج صحت-سنجی هر دو مدل نشان داد که مدل  $CARMA(0,1)$  از دقت بالاتر و میزان خطای کمتری نسبت به مدل تک-متغیره آرما برخوردار است. علاوه بر در نظر گرفتن ضریب همبستگی، معیار جذر میانگین مربعات خطا برای نتایج مدل سازی هر دو روش محاسبه گردید. این معیار خطا نیز بیانگر بهتر بودن مدل  $CARMA(0,1)$  نسبت به مدل  $ARMA(0,1)$  بود. نتایج مدل سازی مجموع بارش سالانه ایستگاه سینوپتیک ارومیه با استفاده از مدل همزمان (چندمتغیره) آرما نشان داد که مدل مذکور به دلیل دخالت دادن سایر پارامترهای هواشناسی و در نظر گرفتن وزن برای آنها، نتایج بهتری را ارائه کرده است. همچنین نتایج نشان داد که استفاده از مدل های چندمتغیره خانواده آرما در مدل سازی پارامتر موردنظر، دقت مدل را به اندازه 6 درصد بهبود بخشیده و میزان خطای مدل نیز به میزان 31 درصد کاهش داده است. لذا به نظر می رسد دخالت دادن چندین پارامتر هواشناسی در مدل سازی پارامترهای هواشناسی دقت مدل ها را بهبود خواهد بخشید. همچنین نتایج حاصل از مدل سازی و حتی پیش بینی توسط این مدل ها به واقعیت نزدیک تر است.

با داده های مورد استفاده در مدل سازی، تا حد زیادی می توان دقت مدل سازی و تحلیل را افزایش داد. انتخاب پارامترهای مؤثر و دخالت آنها در مدل سازی نتایج خوبی ارائه کرد. با تأثیرپذیری پارامترهای دما و سرعت باد در مدل سازی میزان بارش و با در نظر گرفتن وزن برای هر پارامتر توسط مدل، می توان نسبت تأثیرپذیری هر پارامتر را بر میزان بارش شناسایی کرد. نتایج نشان داد که مدل های چندمتغیره در برابر مدل های تک متغیره از دقت بالاتری برخوردارند که این موضوع با نتایج تحقیق کاماچو و همکاران (1985) مطابقت دارد. نتایج نشان داد که مدل کارما با در صورت موجود بودن داده می تواند بهترین مدل برای جایگزینی مدل آرما باشد. همان طور که کاماچو (1984) و مک لئود و هیپل (1978) نشان دادند، با توجه به گسترش تکنیک های شبیه سازی، مدل کارما پوشش مناسبی برای مدل های آرما خواهد بود.

### نتیجه گیری کلی

مدل سازی فرآیندهای هیدرولوژیکی متأثر از پارامترهای مختلف موجود در منطقه مورد مطالعه است. به همین دلیل با دخالت پارامترهای مرتبط با داده های مورد استفاده در مدل سازی، تا حد زیادی می توان دقت مدل سازی و تحلیل را افزایش داد. در این مطالعه از دو مدل تک متغیره آرما (داده های مجموع بارش سالانه ایستگاه سینوپتیک ارومیه به عنوان ورودی) و چندمتغیره کارما (داده های مجموع بارش سالانه، متوسط دمای سالانه و متوسط سرعت باد ایستگاه سینوپتیک ارومیه، به عنوان ورودی) استفاده شد. بعد از نرمال سازی، داده های مجموع بارش سالانه ایستگاه سینوپتیک ارومیه در دو مرحله مدل سازی شد. در نوبت اول، سری زمانی مجموع بارش ایستگاه سینوپتیک ارومیه در مقیاس سالانه با استفاده از مدل های تک-متغیره خانواده آرما مورد بررسی قرار گرفت و به ازای

## منابع مورداستفاده

- ترابی س، 1380. بررسی و پیش‌بینی تغییرات دما و بارش در ایران. دانشگاه تبریز، رساله دکتری جغرافیای طبیعی، 201 صفحه.
- فیروزی ف، نگارش ح و خسروی م، 1391. مدل‌سازی، پیش‌بینی و بررسی روند بارش در ایستگاه‌های منتخب استان فارس. فصل‌نامه علمی - پژوهشی برنامه‌ریزی منطقه‌ای، جلد 2، شماره 7، صفحه‌های 77 تا 91.
- گلایی م، آخوندعلی‌ع، رادمنش ف و کاشفی‌پور م، 1393. مقایسه دقت پیش‌بینی مدل‌های باکس - جنکینز در مدل‌سازی بارندگی فصلی (مطالعه موردی: ایستگاه‌های منتخب استان خوزستان). فصل‌نامه تحقیقات جغرافیایی، جلد 29، شماره 3، صفحه‌های 61 تا 72.
- گودرزی ل و روزبهرانی ع، 1393. مقایسه مدل‌های سری زمانی خودهمبسته با میانگین متحرک و حالت وینترز در پیش‌بینی بارش. دومین همایش ملی بحران آب (تغییر اقلیم، آب و محیط زیست)، دانشگاه شهرکرد، 18 و 19 شهریور.
- ناظری تهرودی م، احمدی ف، خلیلی ک و ناظری تهرودی ز، 1392. کاربرد نرم‌افزار SAMS2007 در مدل‌سازی اقلیم آینده استان کردستان جهت پیش‌بینی دما و بارندگی (مطالعه موردی: ایستگاه سینوپتیک). اولین کنفرانس هیدرولوژی مناطق خشک و نیمه خشک. 4 و 5 اردیبهشت. سنندج.
- ویسی‌پور ح، معصوم‌پور سماکوش ج، صحنه ب و یوسفی ی، 1389. تحلیل پیش‌بینی روند بارش و دما با استفاده از مدل‌های سری زمانی آریمما (نمونه موردی: شهرستان کرمانشاه)، فصل‌نامه علمی پژوهشی جغرافیا، سال 3، شماره 12، صفحه‌های 65 تا 80.
- Box GE and Jenkins GM, 1976. Time series analysis. Forecasting and Control, San Francisco. Holden-Day.
- Camacho F, 1984. Contemporaneous ARMA modeling with applications. Ph.D. Dissertation, Department of Statistical and Actuarial Sciences. The University of Western Ontario, London, Ontario, Canada.
- Camacho F, McLeod AI and Hipel KW, 1985. Contemporaneous autoregressive - moving average (CARMA) modeling hydrology. Water Resources Bulletin 21:709-720
- De Domenico M, Ghorbani MA, Makarynskyy O, Makarynska D and Asadi H, 2013. Chaos and reproduction in sea level. Applied Mathematical Modeling 37: 3687-3697.
- Fiering MB, 1964. Multivariate techniques for synthetic hydrology. Journal of the Hydraulics Division 90(5): 43-60.
- Kendall MG, 1938. A new measure of rank correlation. Biometrika 36: 81-93.
- Khalili K, Nazeri Tahrudi M, Abbaszadeh Afshar M and Nazeri Tahrudi Z, 2014. Modeling monthly mean air temperature using SAMS2007 (Case Study: Urmia synoptic station). Journal of Middle East Applied Science and Technology 15: 578-583.
- Khatibi R, Ghorbani MA, Naghipour L, Jothiprakash V, Fathima TA and Fazelifard MH, 2014. Inter-comparison of time series models of lake levels predicted by several modeling strategies. Journal of Hydrology 511:1-16.
- Mann HB, 1945. Nonparametric test against trend. Econometrica 13: 245-259.
- Matalas NC and Wallis JR, 1971. Statistical properties of multivariate fractional noise processes. Water Resource Research 7: 1460-1468.
- Matalas NC, 1967. Mathematical assessment of synthetic hydrology. Water Resources Research 3(4): 937-945.
- McLeod AI and Hipel KW, 1978. Simulation procedures for Box - Jenkins models. Water Resources Research 14(5): 969-975.
- Mejia JM, 1971. On the generation of multivariate sequences exhibiting the Hurst phenomenon and some flood frequency analyses (Doctoral dissertation, Colorado State University).
- Mendenhall W and Reinmuth J, 1982. Statistics for Management and Economics. Fourth Edition, Duxbury Press.

- O'Connel PE, 1974. Stochastic modeling of long-term persistence in stream flow sequences. Ph.D, Thesis. Imperial College, University of London.
- Pegram GGS and James W, 1972. Multilag multivariate autoregressive model for the generation of operational hydrology. *Water Resources Research* 8(4): 1074-1076.
- Salas JD, Delleur JW, Yevjevich V and Lane WL, 1980. *Applied Modeling of Hydrologic Time Series*. Water resource Publications, P. O. Box 2841. Littleton, Colorado .80161, U.S.A. 484 P.
- Swinscow TDV and Campbell MJ, 2002. *Statistics at Square One*. London: BMJ Publication. 106 P.
- Thomas HA and Fiering MB, 1962. *Mathematical Synthesis of Stream flow Sequences for the Analysis of River basin by Simulation*. Harward University Press, Cambrige, 751P.
- Valencia D and Schaake JC, 1973. Disaggregation processes in stochastic hydrology. *Water Resource Research* 9(3): 580-585.
- Wilcoxon F, 1945. Individual comparison by ranking methods. *Biometrics* 1(6): 80-83.
- Yevjevich VM, 1963. Fluctuations of wet and dry years. Part 1. Research data assembly and mathematical models. *Textit hydrology Paper 1*, Colorado State University, Fort Collins, Colorado.
- Young GD and Pisano WC, 1968. Operational hydrology using residuals. *Journal of the Hydraulics Division* 94(4): 909-924.
- Zou P, Jingsong Y, Jianrong F, Guangming L and Dongshun L, 2010. Artificial neural network and time series models for predicting soil salt and water content. *Agricultural Water Management* 97: 2009-2019.