

مدل‌سازی ضریب اصطکاک جریان در لوله‌های آبیاری با استفاده از روش‌های یادگیری ماشینی و مقایسه عملکرد آن‌ها با روابط تجربی

سعید صمدیان فرد^{1*}، محمد تقی ستاری¹

تاریخ دریافت: 94/11/15 تاریخ پذیرش: 94/10/07

¹ استادیار، گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه تبریز

*مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: s.samadian@tabrizu.ac.ir

چکیده

معادله ضمنی کلبروک - وایت به صورت گسترده‌ای برای برآورد ضریب اصطکاک برای جریان متلاطم در لوله‌های آبیاری مورد استفاده قرار گرفته است. در این میان، ارائه یک راه حل کاربردی و دقیق برای معادله کلبروک - وایت به منظور استفاده در محاسبات هیدرولیکی سیستم‌های آبیاری تحت فشار امری ضروری است. در این مقاله عملکرد چند روش یادگیری ماشینی شامل رگرسیون بردار پشتیبان، برنامه‌ریزی ژنتیک و مدل درختی M5 در پیش‌بینی ضریب اصطکاک ارزیابی شده و با روابط تجربی ارائه شده توسط محققان مورد مقایسه قرار گرفته است. نتایج حاصل از تحلیل آماری روش‌های مورد مطالعه نشان داد که روابط تجربی بوزلی و هالند به ترتیب با مقادیر جذر میانگین مربعات خطای 0/00002 و 0/00015 و همچنین روش برنامه‌ریزی ژنتیک با جذر میانگین مربعات خطای 0/00031 عملکرد بهتری در مقایسه با دیگر روش‌ها داشته‌اند. همچنین با بررسی‌های به عمل آمده مشخص گردید که مدل‌های درختی M5 و رگرسیون بردار پشتیبان به ترتیب با داشتن جذر میانگین مربعات خطای 0/00204 و 0/00417 دقت به-مراتب کمتری نسبت به روابط تجربی و روش برنامه‌ریزی ژنتیک در برآورد ضریب اصطکاک در لوله‌های آبیاری دارند.

واژه‌های کلیدی: برنامه‌ریزی ژنتیک، روابط تجربی، ضریب اصطکاک، لوله‌های آبیاری، مدل‌های هوشمند

Modeling of Flow Friction Factor in Irrigation Pipes using Machine Learning Methods and Comparing with Empirical Equations

S Samadianfar^{*1}, MT Sattari¹

Received: 4 February 2015 Accepted: 27 January 2016

¹ Assist. Prof., Dept. of Water Eng, Faculty of Agri., Univ. of Tabriz, Iran

* Corresponding author, Email: s.samadian@tabrizu.ac.ir

Abstract

The implicit Colebrook–White equation has been extensively used to estimate the friction factor of turbulent flow in irrigation pipes. In the meantime, a practical and accurate solution for Colebrook–White equation is, in particular, necessary for hydraulic computations of pressurized irrigation systems. In this paper, the performance of some machine learning methods such as support vector regression (SVR), genetic programming (GP) and M5 model trees have been evaluated and compared to the empirical equations in friction factor estimation. The obtained results from statistical analysis of studied methods showed that Buzzelli and Haaland empirical equations with root mean squared error (RMSE) of 0.00002 and 0.00015, respectively and also genetic programming with RMSE of 0.00031, had better performances among the others. Also, it was concluded that the M5 model trees and SVR with RMSE of 0.00204 and 0.00417, respectively, had lower accuracy in comparison with the empirical equations and genetic programming methods in estimating friction factor of irrigation pipes.

Keywords: Empirical equations, Friction factor, Genetic programming, Intelligent approaches, Irrigation pipes

مقدمه

آبرسانی شهری با استفاده از عناصر محدود² منجر به ایجاد تعداد زیادی از معادلات ریاضی غیرخطی می‌شود که محاسبه ضریب اصطکاک به صورت تکراری در هر مقطع لوله به زمان زیادی نیاز داشته و عملاً غیرکاربردی است (برلتس و همکاران 1993، گریش و همکاران 1996 الف و ب). روش‌های متنوع حل معادله کلبروک - وایت شامل روابط تجربی، مدل‌های هوشمند مانند برنامه‌ریزی ژنتیک³، روش‌های داده کاوی⁴ مانند مدل درختی M5 و رگرسیون بردار پشتیبان⁵ می‌باشند.

جریان متلاطم درون لوله‌ها اهمیت فراوانی در طراحی و شبیه‌سازی سیستم‌های آبیاری بارانی، آبیاری قطره‌ای و همچنین شبکه‌های آبرسانی شهری دارد. بدین‌منظور معادله داریسی ویسباخ با لحاظ نمودن معادله کلبروک - وایت¹ برای محاسبات افت انرژی در لوله‌ها به صورت گسترده‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرد. معادله کلبروک - وایت، تابعی ضمنی است که برای حل شدن به تکرار نیاز دارد (کلبروک و وایت 1937). معادله مذکور در طراحی و تحلیل هیدرولیکی سیستم‌های آبیاری تحت فشار و شبکه‌های بزرگ

2. Finite elements

3. Genetic programming

4. Data mining methods

5. Support vector regression

1. Colebrook–White Equation

در سال‌های اخیر الگوریتم‌های یادگیری ماشینی⁶ کاربرد گسترده‌ای در مسائل مختلف پیدا کرده‌اند. ماشین بردار پشتیبان⁷ یک الگوریتم جدید یادگیری ماشینی است که توسط وپنیک (1995) معرفی شده است. روش ماشین بردار پشتیبان در ابتدا برای حل مسائل رده‌بندی مورد استفاده قرار گرفته و سپس برای مسائل رگرسیون و برآورد تابع نیز توسعه داده شده است. شکلی از ماشین بردار پشتیبان که برای مسائل رگرسیونی مورد استفاده قرار می‌گیرد، رگرسیون بردار پشتیبان نامیده می‌شود. با استفاده از روش رگرسیون بردار پشتیبان، پژوهش‌های متعددی در داخل و خارج کشور انجام یافته است که به‌عنوان نمونه می‌توان به مطالعات شیرزاد و همکاران (2014) و لاهیری و گانتا (2009) اشاره نمود.

هدف پژوهش حاضر، بررسی عملکرد و امکان-سنجی استفاده از روش‌های یادگیری ماشینی همچون رگرسیون بردار پشتیبان، مدل هوشمند برنامه‌ریزی ژنتیک و مدل درختی M5 در تعیین ضریب اصطکاک در لوله‌های آبیاری تحت فشار و همچنین سیستم‌های آبرسانی شهری و مقایسه آن‌ها با روابط تجربی ارائه شده توسط محققان مختلف و به‌دست آوردن بینش کلی نسبت به توانایی هر کدام از روش‌های مذکور و همچنین ارائه روابط ریاضی صریح برای برآورد ضریب اصطکاک می‌باشد.

مواد و روش‌ها

معادله کلبروک - وایت برای تعیین ضریب اصطکاک جریان

معادله کلبروک - وایت که ضریب اصطکاک (f) را به زبری لوله و عدد رینولدز مرتبط می‌سازد، به صورت زیر می‌باشد (فینمور و فرانزینی 2002).

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left(\frac{e/D}{3.71} + \frac{2.51}{\text{Re} \sqrt{f}} \right) \quad [1]$$

یلدریم (2009) با مقایسه 12 رابطه تجربی معادله کلبروک - وایت، نتیجه‌گیری کرد که شش رابطه تجربی چن (1979)، بار (1981)، زیگرانگ و سیلوستر (1982)، هالند (1983)، رومئو و همکاران (2002) و سوناد و گودار (2006) مقادیر ضریب اصطکاک را با خطای نسبی کمتر از 1% برآورد می‌کنند. بریک (2011) روابط تجربی ارائه شده توسط محققان مختلف برای معادله کلبروک - وایت را مرور نموده و اذعان داشت که بیشتر روابط تجربی به‌جز روند (1980)، اک (1973)، مودی (1947)، وود (1966) و رائو و کومار (2007)، ضریب اصطکاک را با دقت بالایی تخمین می‌زنند.

روش‌های الهام گرفته شده از طبیعت از جمله برنامه‌ریزی ژنتیک، جزء مدل‌هایی هستند که در تحقیقات پیچیده و دقیق از آن‌ها استفاده می‌شود. برنامه‌ریزی ژنتیک یک تکنیک برنامه‌ریزی خودکار می‌باشد که راه حل مسئله را با استفاده از برنامه‌نویسی کامپیوتری ارائه می‌کند. در پژوهشی سلاماسی و همکاران (2012) عملکرد مدل‌های هوشمند شامل شبکه‌های عصبی مصنوعی و برنامه‌ریزی ژنتیک را برای پیش‌بینی ضریب اصطکاک مورد مطالعه قرار داده و بیان نمودند که شبکه‌های عصبی مصنوعی دقت کمتری در مقایسه با روش برنامه‌ریزی ژنتیک داشته است.

مدل درختی M5 از انواع روش‌های موسوم به داده کاوی می‌باشد که با ارائه روابط خطی ساده و قابل فهم، توانایی پیش‌بینی مقادیر خروجی را دارد. داده-کاوی به‌عنوان روش‌های مبتنی بر داده و الگوریتم یادگیری ماشینی با بهره‌گیری از داده‌های ثبت شده به کشف نیمه اتوماتیک روابط و الگوهای پنهان در داخل داده‌ها می‌پردازد. مدل درختی M5، بر مبنای روش‌های رگرسیون خطی، در زمینه‌های مختلف مهندسی آب مورد استفاده محققین قرار گرفته است (پال و دسوال 2009، لونده و دیکسیت 2011، ستاری و همکاران 2013).

6. Machine learning algorithm

7. Support vector machine

و یا

$$\frac{1}{\sqrt{f}} \approx 0.14 - 2 \log_{10} \left(\frac{e}{D} \right) + \frac{9.35}{Re \sqrt{f}} \quad [2]$$

که در روابط 1 و 2، e/D زبری نسبی لوله و Re عدد رینولدز می‌باشند. معادله کلبروک - وایت در محدوده $10^8 \leq Re \leq 4 \times 10^3$ و $0 < e/D \leq 0.05$ معتبر می‌باشد. معادلات 1 و 2 به صورت ضمنی بوده و محاسبه

ضریب اصطکاک به روش حل عددی و به صورت تکراری و یا مراجعه به دیاگرام مودی امکان پذیر است.

روابط تجربی برای معادله کلبروک - وایت

روابط تجربی متعددی برای حل معادله کلبروک

- وایت ارائه شده‌اند که در این تحقیق از روابط تجربی

ارائه شده توسط چرچیل (1977)، هالند (1983) و

بوزلی (2008) استفاده گردیده است (جدول 1).

جدول 1- روابط تجربی مورد مطالعه برای معادله کلبروک - وایت.

رابطه	مدل
$f \approx 8 \frac{e}{Re} + \frac{1}{(C_1 + C_2)^{1.5}}$ $C_1 = 2.457 \ln \left(\frac{1}{\frac{e}{Re} + 0.27 \frac{e}{D}} \right)$ $C_2 = \frac{7530}{Re}$	رابطه تجربی چرچیل (1977)
$\frac{1}{\sqrt{f}} \approx - \frac{1.8}{n} \log_{10} \left(\frac{e}{3.7D} \right) + \frac{6.9}{Re}$	رابطه تجربی هالند (1983)
$\frac{1}{\sqrt{f}} = B_1 - \frac{B_2}{Re} + 2 \log_{10} \left(\frac{B_2}{Re} \right) + \frac{2.18}{B_2}$ $B_1 = \frac{(0.774 \ln(Re)) - 1.41}{1 + 1.32 \sqrt{\frac{e}{D}}}$ $B_2 = \frac{e}{3.7D} Re + 2.51 B_1$	رابطه تجربی بوزلی (2008)

رگرسیون بردار پشتیبان

مدل‌های ماشین‌های بردار پشتیبان به دو گروه عمده الف) مدل طبقه‌بندی ماشین بردار پشتیبان و ب) مدل رگرسیون بردار پشتیبان تقسیم بندی می‌شوند. از مدل طبقه‌بندی ماشین بردار پشتیبان جهت حل مسائل طبقه‌بندی داده‌هایی که در کلاس‌های مختلف قرار می‌گیرند، استفاده می‌گردد و مدل رگرسیون بردار پشتیبان در حل مسائل پیش‌بینی کاربرد دارد.

همان‌گونه که بیان شد، ماشین بردار پشتیبان مبتنی بر کمینه کردن ساختاری ریسک می‌باشد که از نظریه آموزش آماری گرفته شده است (وینیک 1998).

وینیک (1998) برای کاربرد ماشین‌های بردار پشتیبان در مسائل رگرسیون از تابع خطایی استفاده کرد که خطاهایی که در یک محدوده با فاصله معین از مقادیر واقعی می‌باشند، را نادیده می‌گیرد (باساک و همکاران 2007). این تابع به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$L(y, f(x, a)) = |y - f(x, a)|_e = \begin{cases} 0 & \text{for } |y - f(x, a)| \leq e \\ |y - f(x, a)| - e & \text{if } |y - f(x, a)| > e \end{cases} \quad [3]$$

که در آن (x, y) مقادیر داده‌ها و a مقدار پیش‌بینی شده x می‌باشند. لازم به ذکر است که قیدهای رابطه 3 بر اساس اختلاف مقادیر پیش‌بینی شده و مقادیر داده‌ها

ترمینال‌ها (متغیرهای مسئله و اعداد ثابت) ایجاد می‌شوند. تحقیقات گذشته همانند کیشی و همکاران (2012)، لیو و چن (2012) و صمدیان فرد و همکاران (2012 و 2013) نشان می‌دهد که در استفاده از محاسبات نرم (مثل برنامه‌ریزی ژنتیک و شبکه‌های عصبی و ...) به بعضی از مشکلات مدل‌های فیزیکی غلبه شده و این روش‌ها می‌توانند یک راه مؤثر و کارآمد برای مدل کردن فرآیندهای فیزیکی در حالتی که داده کافی در دسترس نیست باشند. طرح کلی گام‌های مقدماتی برنامه‌ریزی ژنتیک در شکل 1 و پارامترهای مورد استفاده در نرم‌افزار GeneXproTools 4.0 در جدول 2 ارائه شده‌اند. لازم به ذکر است که مقادیر پیش‌فرض نرم‌افزار مذکور برای انجام محاسبات، مورد استفاده قرار گرفته و همچنین از توابع ریاضی $+$, $-$, \times , \div , $\sqrt{\quad}$, $\ln(x)$, e^x , Power, Sin, Cos, Arctg برای حصول روند غیرخطی موجود در محاسبه ضریب اصطکاک بهره گرفته شده است.

تعریف شده و همچنین تابع خطای مذکور، مقادیر خطای کمتر از ϵ را در نظر نمی‌گیرد.

برنامه‌ریزی ژنتیک

برنامه‌ریزی ژنتیک تعمیم یافته الگوریتم ژنتیک می‌باشد که برای اولین بار توسط کزا (1992) بر اساس نظریه داروین ارائه شد. به این ترتیب که جمعیتی در جهت تکامل به صورت انتخابی، جمعیت نامناسب را رها کرده و فرزندان اصلاح شده ایجاد می‌کنند. برنامه‌ریزی ژنتیک یک تکنیک برنامه‌ریزی خودکار می‌باشد که راه حل مسئله را با استفاده از برنامه کامپیوتری ارائه می‌کند. در این روش در ابتدای فرآیند هیچ گونه رابطه تابعی در نظر گرفته نشده و این روش قادر به بهینه سازی ساختار مدل و مؤلفه‌های آن می‌باشد. برنامه‌ریزی ژنتیک بر خلاف الگوریتم ژنتیک روی ساختار درختی فرمول‌ها به جای سلسله ارقام دودویی عمل می‌کند. ساختارهای درختی از مجموعه توابع (عملگرهای ریاضی مورد استفاده در فرمول‌ها) و



شکل 1- طرح کلی گام‌های مقدماتی برنامه‌ریزی ژنتیک.

زیاد ساخته شده‌اند، بنابراین متفاوت از روش‌های آماری قدیمی هستند که برای مجموعه داده‌های کوچک با متغیرهای اندک طراحی شده‌اند. روش‌های مبتنی بر درخت تصمیم به عنوان یکی از شناخته شده ترین تکنیک‌های داده‌کاوی، ویژگی هدف را به عنوان خروجی به صورت یک مدل با سازه درختی با استفاده از داده‌های ورودی پیش‌بینی و یا طبقه‌بندی می‌نمایند.

مدل درختی M5

مدل درختی M5 (کوئینلان 1992) زیر مجموعه‌ای از روش‌های یادگیری ماشینی و داده‌کاوی است. داده-کاوی به فرآیند جست و جو و کشف مدل‌های گوناگون، مختصرسازی‌ها و اخذ مقادیر از مجموعه‌ای از مقادیر معلوم اطلاق می‌گردد (علیخانزاده 1392). روش‌های داده‌کاوی برای مجموعه داده‌های بزرگ با متغیرهای

جدول 2- پارامترهای مورد استفاده در برنامه‌ریزی ژنتیک.

پارامتر	مقدار
توابع مورد استفاده	+, -, ×, /, √, Ln(x), e ^x , Power, Sin, Cos, Arctg
کروموزوم‌ها	30
تعداد ژن‌ها	3
عملگر ریاضی بین ژن‌ها	جمع (+)
سرعت جهش	0/044
سرعت وارونگی	0/1
سرعت تلاقی با یک نقطه	0/3
سرعت تلاقی با دو نقطه	0/3
سرعت تلاقی ژن	0/1
سرعت جابه جایی	0/1

می‌شوند که مجموع جذر انحراف از میانگین داده‌های هر گره را کمینه کنند (فلاحی و همکاران 1390). اولین مرحله برای ایجاد یک مدل درختی، استفاده از یک معیار انشعاب است. معیار انشعاب برای الگوریتم M5 بر اساس عملکرد انحراف استاندارد مقادیر هر کلاس و یا طبقه است که در هر گره به دست آمده است. این روش اساس روش‌های طبقه‌بندی است که آنتروپی⁸ نامیده می‌شود. آنتروپی می‌تواند به عنوان معیار میزان آشفتگی و بی‌نظمی یک سیستم تفسیر شود. معیار انشعاب بیانگر میزان خطا در آن گره می‌باشد و مدل حداقل خطای مورد انتظار را به عنوان نتیجه آزمایش هر صفت در آن گره محاسبه می‌کند. خطای مدل عموماً با اندازه‌گیری دقت پیش‌بینی مقادیر هدف موارد دیده نشده سنجش می‌شود. فرمول محاسبه کاهش انحراف استاندارد⁹ (SDR) به صورت زیر می‌باشد (ستاری و نهرین 1392).

$$SDR = sd(T) - \hat{a} \frac{|T_i|}{|T|} sd(T_i) \quad [4]$$

که در آن، T مجموعه‌ای از نمونه‌هاست که به هر گره وارد می‌شود، T_i زیر مجموعه‌ای از نمونه‌هاست که

مدل M5 یک مدل درختی برای پیش‌بینی صفات عددی پیوسته است که در آن توابع رگرسیونی خطی در برگ‌های این درخت متظاهر می‌شوند (ستاری و همکاران 2013). این مدل در سال‌های اخیر تحول قابل توجهی در مسایل طبقه‌بندی و پیش‌بینی ایجاد نموده است. نتایج مدل درختی برای فهم و شبیه‌سازی آسان هستند و خروجی مدل از دقت بالایی برخوردار است که می‌توان آن را با سایر مدل‌ها مقایسه کرد. مدل درختی می‌تواند در مسایل گوناگون مورد استفاده محققان قرار گیرد (فلاحی و همکاران 1390). یک درخت تصمیم معمولاً از چهار بخش ریشه، شاخه، گره‌ها و برگ‌ها تشکیل شده است که گره‌ها با دایره نشان داده می‌شوند و شاخه‌ها نشان‌دهنده اتصال بین گره‌ها می‌باشند. درخت تصمیم به منظور سادگی در رسم معمولاً از چپ به راست و یا از بالا به پایین کشیده می‌شود، به طوری که ریشه (گره اول) در بالا قرار می‌گیرد. انتهای یک زنجیره را برگ می‌نامند. هر گره مربوط به یک خصوصیت معین است و شاخه‌ها به معنای بازه‌ای از مقادیر هستند، این بازه‌های مقادیر بخش‌های مختلف مجموعه مقادیر معلوم را برای خصوصیت‌ها به دست دهند. عمل انشعاب توسط یکی از متغیرهای پیش‌بینی کننده انجام می‌پذیرد. بازه‌های انشعاب طوری انتخاب

8. Entropy

9. Standard deviation reduction

در این پژوهش، برای تحلیل بهتر خطا در برآورد ضریب اصطکاک، محدوده گسترده‌ای از زبری نسبی و عدد رینولدز مد نظر قرار گرفت. بدین‌منظور 30 عدد برای زبری نسبی در محدوده $2 \times 10^{-5} \leq \epsilon/D \leq 2 \times 10^{-2}$ انتخاب گردید و سپس برای هر کدام از مقادیر زبری نسبی، 30 عدد رینولدز به‌صورت یکنواخت در فضای لگاریتمی و در محدوده $3 \times 10^6 \leq Re \leq 4 \times 10^3$ منظور گردید. لازم به ذکر است که محدوده مورد مطالعه با توجه به شرایط جریان در سیستم‌های آبیاری اتخاذ شده است. به‌عبارت دیگر، اندازه‌های متداول قطر لوله و محدوده سرعت جریان در لوله‌های آبیاری منجر به در نظر گرفتن محدوده‌های فوق شده است. مقادیر واقعی ضریب اصطکاک برای هر مجموعه زبری نسبی و عدد رینولدز از حل عددی معادله کلبروک - وایت به روش تکراری نیوتن - رافسون تعیین گردیدند. سپس دو سوم داده‌ها برای برای واسنجی و یک سوم باقی‌مانده برای صحت‌سنجی روش‌های مورد مطالعه شامل رگرسیون بردار پشتیبان، برنامه‌ریزی ژنتیک و مدل درختی M5 مورد استفاده قرار گرفت. در نهایت دقت روش‌های مورد مطالعه با استفاده از پارامترهای آماری جذر میانگین مربعات خطا، میانگین خطای مطلق و ضریب همبستگی تعیین گردید.

تأمین نتیجه آزمون بالقوه را دارند و sd انحراف معیار می‌باشند.

معیارهای ارزیابی دقت روش‌های مورد استفاده

لازم به ذکر است که خطای بین مقادیر ضریب اصطکاک محاسبه شده توسط روش‌های مورد مطالعه و داده‌های حاصله از حل عددی معادله کلبروک - وایت به روش تکراری نیوتن - رافسون توسط جذر میانگین مربعات خطا (RMSE)، میانگین خطای مطلق (MAE) و ضریب همبستگی (R) مورد بررسی قرار گرفته است. فرمول محاسبه پارامترهای مذکور به‌صورت زیر می‌باشند:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2} \quad [5]$$

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - y_i| \quad [6]$$

$$R = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{\sqrt{\left(\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \right) \left(\sum_{i=1}^n y_i^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n y_i \right)^2 \right)}} \quad [7]$$

در روابط 5 تا 7، x_i و y_i به‌ترتیب مقادیر ضریب اصطکاک حاصل از حل عددی معادله کلبروک - وایت به روش تکراری نیوتن - رافسون و محاسبه شده توسط روش‌های مورد مطالعه و n تعداد می‌باشند.

جدول 3- ارزیابی عملکرد ساختارهای متفاوت برنامه‌ریزی ژنتیک در پیش‌بینی ضریب اصطکاک.

R	MAE	RMSE	ساختار مدل	مدل
0/98027	0/00154	0/00207	+, -, ×, ÷	برنامه‌ریزی ژنتیک-1 (GP-1)
0/98941	0/00111	0/00148	+, -, ×, ÷, ln, e ^x	برنامه‌ریزی ژنتیک-2 (GP-2)
0/99761	0/00054	0/00070	+, -, ×, ÷, ³ √, √, x ² , x ³	برنامه‌ریزی ژنتیک-3 (GP-3)
0/99958	0/00024	0/00031	+, -, ×, ÷, ³ √, √, ln, e ^x , x ² , x ³ , Sin, Cos, Arctg	برنامه‌ریزی ژنتیک-4 (GP-4)

چهار حالت ترکیبی از توابع کرنل متفاوت برای روش رگرسیون بردار پشتیبان (جدول 4) مورد استفاده قرار گرفتند. بعد از انجام محاسبات تشریح شده برای روش‌های رگرسیون بردار پشتیبان، برنامه‌ریزی ژنتیک و

نتایج و بحث

به‌منظور بررسی امکان استفاده از توابع مختلف، چهار حالت ترکیبی از توابع مورد اشاره در جدول 1 برای روش برنامه‌ریزی ژنتیک (جدول 3) و همچنین

مدل درختی M5 در مرحله واسنجی، دقت روش‌های مذکور در مرحله صحت‌سنجی و بر اساس معیارهای آماری (روابط 5 تا 7) در جدول‌های 3 تا 5 ارائه شده‌اند.

جدول 4- ارزیابی عملکرد توابع مختلف رگرسیون بردار پشتیبان در پیش‌بینی ضریب اصطکاک.

R	MAE	RMSE	تابع کرنل	مدل
0/75889	0/00511	0/00673	تابع کرنل چندجمله‌ای ساده	رگرسیون بردار پشتیبان - 1 (SVR-1)
0/91842	0/00289	0/00417	تابع کرنل پیرسون	رگرسیون بردار پشتیبان - 2 (SVR-2)
0/76619	0/00540	0/00661	تابع کرنل با پایه شعاعی	رگرسیون بردار پشتیبان - 3 (SVR-3)
0/84357	0/00402	0/00541	تابع کرنل چندجمله‌ای نرمال شده	رگرسیون بردار پشتیبان - 4 (SVR-4)

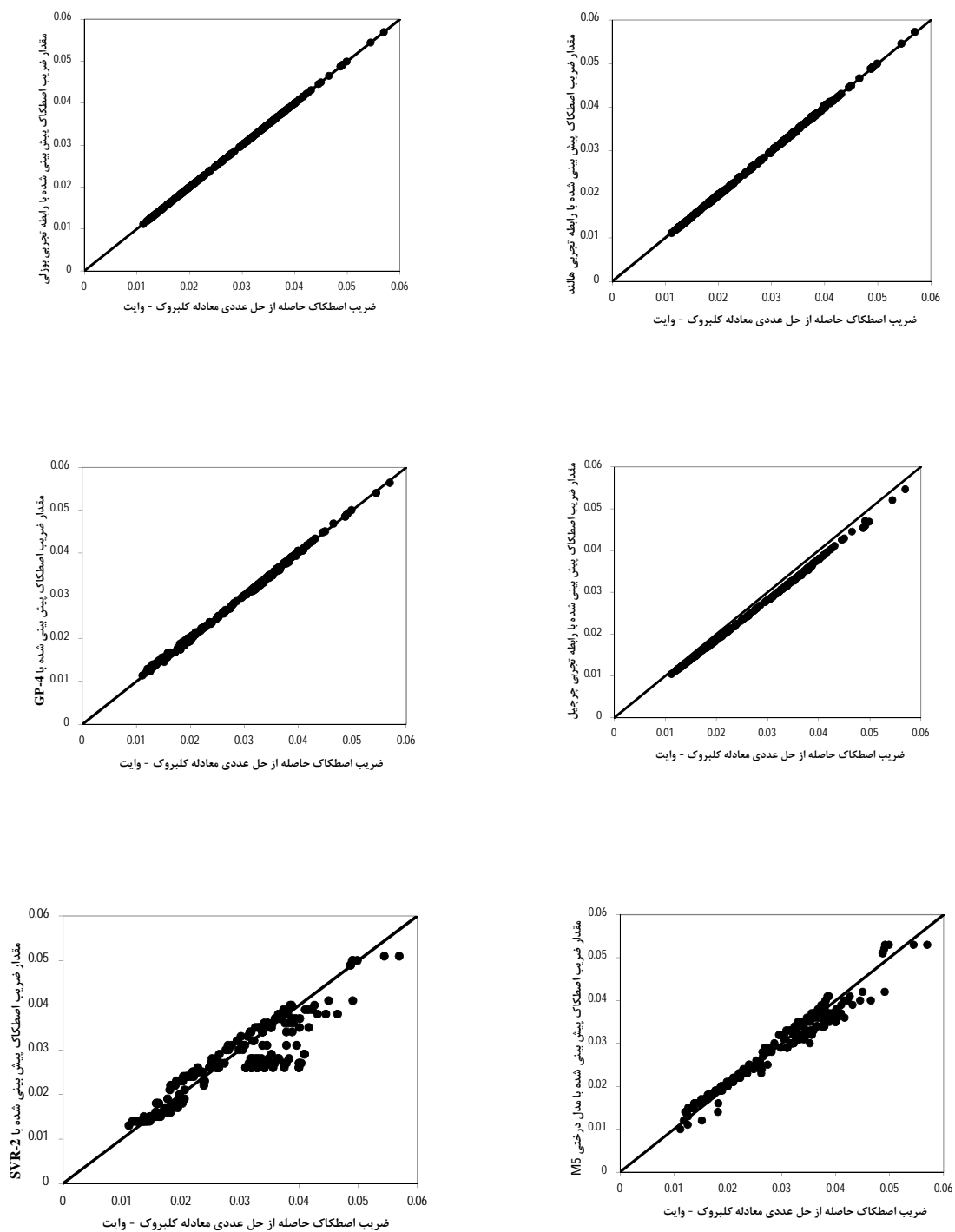
جدول 5- ارزیابی عملکرد مدل درختی M5 و روابط تجربی در پیش‌بینی ضریب اصطکاک.

R	MAE	RMSE	مدل
0/99985	0/00167	0/00175	رابطه تجربی چرچیل
0/99996	0/00012	0/00015	رابطه تجربی هالند
0/99999	0/00001	0/00002	رابطه تجربی بوزلی
0/98210	0/00161	0/00204	مدل درختی M5

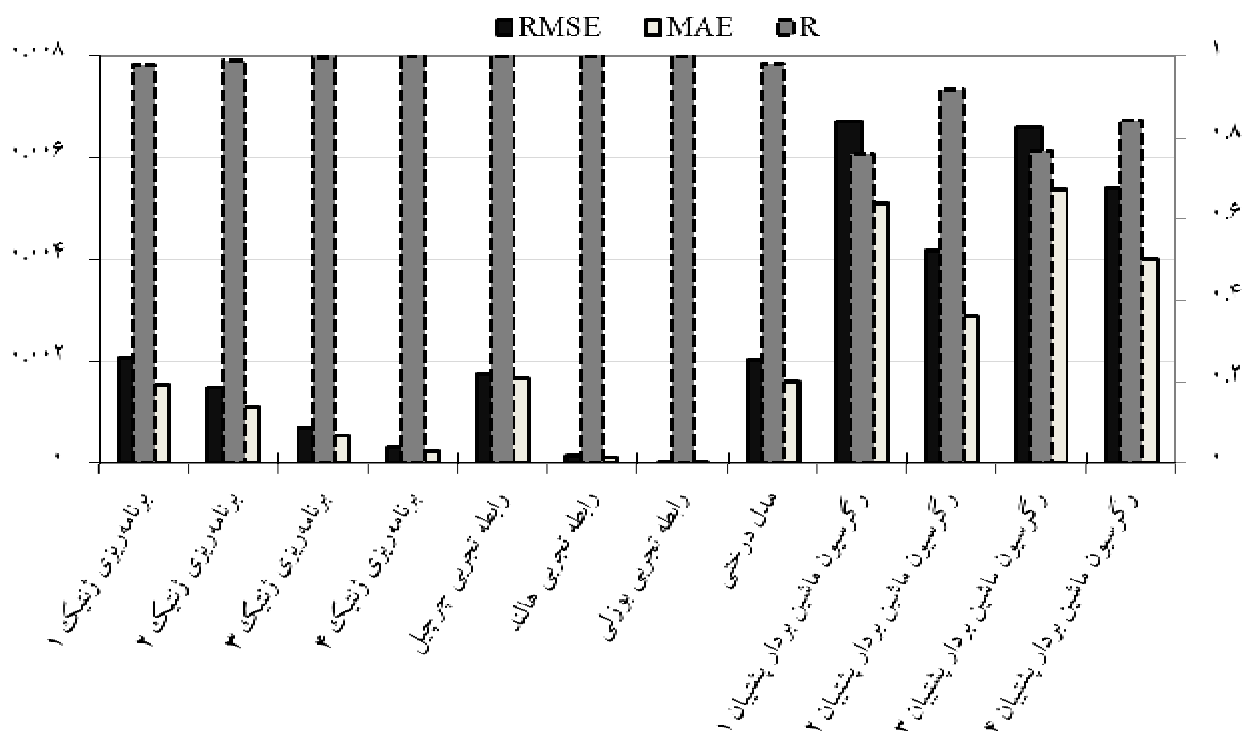
داشتن مقادیر جذر میانگین مربعات خطای 0/00002 و 0/00015 و روش برنامه‌ریزی ژنتیک-4 (GP-4) با جذر میانگین مربعات خطای 0/00031 عملکرد بهتری در مقایسه با دیگر روش‌ها داشته‌اند. نتیجه گرفته شده مطابق نظر یلدریم (2009) می‌باشد که خطای نسبی رابطه تجربی هالند (1983) در برآورد مقادیر ضریب اصطکاک را کمتر از 1% گزارش نمود.

همچنین نمودارهای پراکنش مقادیر ضریب اصطکاک حاصل از حل عددی معادله کلبروک - وایت به روش تکراری نیوتن - رافسون و مقادیر متناظر محاسبه شده توسط روش‌های روابط تجربی و بهترین حالت روش‌های مورد مطالعه در شکل 2 و نمودار تغییرات مقادیر پارامترهای آماری در شکل 3 ارائه گردیده‌اند.

همان‌طوری‌که از جدول‌های 3 تا 5 و شکل‌های 2 و 3 مشاهده می‌گردد، روابط تجربی بوزلی و هالند با



شکل 2- نمودار پراکنش مقادیر ضریب اصطکاک حاصل از حل عددی معادله کلبروک - وایت به روش تکراری نیوتن - رافسون و مقادیر متناظر پیش‌بینی شده آن.



شکل 3- نمودار تغییرات مقادیر پارامترهای آماری.

یکی از مزیت‌های روش برنامه‌ریزی ژنتیک و مدل درختی M5 نسبت به روش‌های دیگر ارائه روابط ریاضی برای محاسبه پارامتر خروجی می‌باشد. پس از انجام محاسبات، جدول 6 برای برآورد ضریب اصطکاک با استفاده از مدل درختی M5 و رابطه 8 برای برآورد ضریب اصطکاک با استفاده از روش برنامه‌ریزی ژنتیک 3 (GP-3) حاصل شدند.

همچنین نتایج حاصل نشان می‌دهند که مدل‌های درختی M5 و رگرسیون بردار پشتیبان 2 (SVR-2) با داشتن جذر میانگین مربعات خطای 0/00204 و 0/00417 دقت کمتری در برآورد ضریب اصطکاک دارند. همان‌طوری که از جدول 3 مشاهده می‌گردد افزایش توابع مورد استفاده برای روش برنامه‌ریزی ژنتیک و پیچیده کردن فرمول ریاضی استخراجی، تأثیر مثبتی در کاهش خطا داشته، ولی کاربری مدل را دشوارتر و هزینه اجرای مدل را افزایش داده است.

$$f = \left(3.25341 \sqrt{e/D} - 26.7093 \right)^3 + \frac{(e/D)^{2/3}}{1.79164 - 5.75113 \cdot e/D} + 3 \cdot (e/D)^3 + \left(1 / (9.07013 + 9.07013 \cdot e/D)^2 \right) + \left[\frac{0.0683318 - 6.76654 \cdot e/D - \frac{0.064209 \cdot \phi^3}{Re} - \frac{14.1103}{(9.97592/(e/D)) + 0.100241 \cdot Re} + \frac{1.97128 \cdot 10^6 \cdot (e/D)^3}{Re - 9.97592}}{\sqrt{(e/D)^{1/9} \cdot Re^2} + 0.0489904 \cdot \sqrt{\frac{Re^{2/3}}{(0.122563 \cdot Re - e/D)^2}}} \right] \quad [8]$$

(GP-3) (رابطه 8) تنها به‌علت ساده‌تر بودن آن در مقایسه با رابطه استخراجی روش برنامه‌ریزی ژنتیک 4 (GP-4) بوده است.

که در آن، e/D زبری نسبی لوله و Re عدد رینولدز می‌باشند. لازم به ذکر است که ارائه رابطه ریاضی حاصل شده از روش برنامه‌ریزی ژنتیک 3

جدول 6- روابط به دست آمده از مدل درختی M5.

نحوه محاسبه ضریب اصطکاک	شرایط ورودی	ε/D
$f = 1/5036 \times \varepsilon/D + 0/0431$	$Re \leq 6500$	$\varepsilon/D \leq 0/003$
$f = 1/6543 \times \varepsilon/D + 0/0386$	$6500 < Re \leq 15000$	$\varepsilon/D \leq 0/003$
$f = 2/7364 \times \varepsilon/D + 0/0260$	$15000 < Re \leq 25000$	$\varepsilon/D \leq 0/003$
$f = 2/9434 \times \varepsilon/D + 0/0264$	$25000 < Re \leq 45000$	$\varepsilon/D \leq 0/001$
$f = 2/8635 \times \varepsilon/D + 0/0263$	$25000 < Re \leq 45000$	$0/001 < \varepsilon/D \leq 0/003$
$f = 3/1131 \times \varepsilon/D + 0/0231$	$45000 < Re \leq 150000$	$\varepsilon/D \leq 0/003$
$f = 5/0542 \times \varepsilon/D + 0/0164$	$Re \geq 150000$	$\varepsilon/D \leq 0/001$
$f = 4/1568 \times \varepsilon/D + 0/0170$	$Re \geq 150000$	$0/001 < \varepsilon/D \leq 0/003$
$f = 1/1944 \times \varepsilon/D + 0/0363$	$Re \leq 7500$	$0/003 < \varepsilon/D \leq 0/009$
$f = 1/2295 \times \varepsilon/D + 0/0337$	$7500 < Re \leq 15000$	$0/003 < \varepsilon/D \leq 0/009$
$f = 1/7254 \times \varepsilon/D + 0/0245$	$15000 < Re \leq 90000$	$0/003 < \varepsilon/D \leq 0/005$
$f = 1/7508 \times \varepsilon/D + 0/0237$	$Re > 90000$	$0/003 < \varepsilon/D \leq 0/005$
$f = 1/2907 \times \varepsilon/D + 0/0262$	$15000 < Re \leq 19500$	$0/005 < \varepsilon/D \leq 0/006$
$f = 1/2907 \times \varepsilon/D + 0/0260$	$Re > 195000$	$0/005 < \varepsilon/D \leq 0/006$
$f = 1/2518 \times \varepsilon/D + 0/0266$	$15000 < Re \leq 300000$	$0/006 < \varepsilon/D \leq 0/007$
$f = 1/2518 \times \varepsilon/D + 0/0264$	$Re > 300000$	$0/006 < \varepsilon/D \leq 0/007$
$f = 1/2518 \times \varepsilon/D + 0/0267$	$15000 < Re \leq 150000$	$0/007 < \varepsilon/D \leq 0/008$
$f = 1/2518 \times \varepsilon/D + 0/0267$	$Re > 150000$	$0/007 < \varepsilon/D \leq 0/008$
$f = 1/1604 \times \varepsilon/D + 0/0278$	$15000 < Re \leq 200000$	$0/008 < \varepsilon/D \leq 0/009$
$f = 1/1604 \times \varepsilon/D + 0/0277$	$Re > 200000$	$0/008 < \varepsilon/D \leq 0/009$
$f = 0/5538 \times \varepsilon/D + 0/0375$	$Re \leq 15000$	$0/009 < \varepsilon/D \leq 0/015$
$f = 0/9966 \times \varepsilon/D + 0/0306$	$15000 < Re \leq 65000$	$0/009 < \varepsilon/D \leq 0/015$
$f = 0/9962 \times \varepsilon/D + 0/0301$	$Re > 6500$	$0/009 < \varepsilon/D \leq 0/015$
$f = 0/6582 \times \varepsilon/D + 0/0390$	$Re \leq 30000$	$0/015 < \varepsilon/D$
$f = 0/6582 \times \varepsilon/D + 0/0380$	$Re > 30000$	$0/015 < \varepsilon/D$

نتیجه گیری کلی

ضریب همبستگی تحلیل گردید. نتایج نشان دادند که روابط تجربی بوزلی و هالند با داشتن مقادیر جذر میانگین مربعات خطای 0/00002 و 0/00015 و روش برنامه ریزی ژنتیک-4 (GP-4) با جذر میانگین مربعات خطای 0/00031 عملکرد بهتری در مقایسه با دیگر روش ها داشته اند. همچنین مدل های درختی M5 و رگرسیون بردار پشتیبان-2 (SVR-2) با استفاده از تابع کرنل پیرسون به ترتیب با داشتن جذر میانگین مربعات خطای 0/00204 و 0/00417 توانایی به مراتب کمتری نسبت به دیگر روش های مورد مطالعه در برآورد ضریب اصطکاک دارند.

در پژوهش حاضر دقت مدل های رگرسیون بردار پشتیبان، روش هوشمند برنامه ریزی ژنتیک، مدل درختی M5 و روابط تجربی ارائه شده توسط محققان مختلف برای برآورد ضریب اصطکاک در جریان سیالات در لوله های آبیاری تحت فشار بررسی گردید. همچنین برای تحلیل بهتر خطا در برآورد ضریب اصطکاک، محدوده گسترده ای از زبری نسبی $2 \times 10^{-2} \leq \varepsilon/D \leq 2 \times 10^{-5}$ و $3 \times 10^6 \leq Re \leq 4 \times 10^3$ مد نظر قرار گرفت. در نهایت دقت روش های مورد مطالعه با استفاده از پارامترهای آماری جذر میانگین مربعات خطا، میانگین خطای مطلق و

منابع مورد استفاده

- ستاری م ت و نهرین ف، 1392. پیش‌بینی مقادیر حداکثر بارش روزانه با استفاده از سیستم‌های هوشمند و مقایسه آن با مدل درختی M5، مطالعه موردی ایستگاه‌های اهر و جلفا. فصلنامه علمی پژوهشی مهندسی آبیاری و آب. سال 4، شماره 14. صفحه-های 83 تا 98.
- علیخانزاده ا، 1392. داده کاوی (Data mining). نشر علوم رایانه، چاپ دوم، ساری، ایران.
- فلاحی م ر، وروانی ه و گلپایان س، 1390. پیش‌بینی بارش با استفاده از مدل رگرسیون درختی به منظور کنترل سیل. پنجمین کنفرانس سراسری آبخیزداری و مدیریت منابع آب و خاک کشور. 10 تا 11 اسفند. کرمان. ایران.
- Barr DIH, 1981. Solutions of the Colebrook-White function for resistance to uniform turbulent flow. *Proceedings - Institution of Civil Engineers* 71 (2): 529-536.
- Basak D, Pal S and Patranabis DC, 2007. Support vector regression. *Neural Information Processing* 11: 203-225.
- Bralts VF, Kelly SF, Shayya WH and Segerlind LJ, 1993. Finite element analysis of microirrigation hydraulics using a virtual emitter system. *Transactions of the American Society of Agricultural Engineers* 36(3): 717-725.
- Brkić D, 2011. Review of explicit approximations to the Colebrook relation for flow friction. *Petroleum Science and Technology* 77: 34-48.
- Buzzelli D, 2008. Calculating friction in one step. *Machine Design* 80(12): 54-55.
- Chen NH, 1979. An explicit equation for friction factor in pipes. *Industrial and Engineering Chemistry Fundamentals* 18(3): 296-297.
- Churchill SW, 1977. Friction-factor equation spans all fluid flow regimes. *Chemical Engineering Journal* 84 (24): 91-92.
- Colebrook CF and White CM, 1937. Experiments with fluid- friction in roughened pipes. *Proceedings of the Royal Society of London* 161: 367-381.
- Eck B, 1973. *Technische Stromungslehre*. Springer, New York.
- Finnemore EJ and Franzini JB, 2002. *Fluid Mechanics with Engineering Applications*. Mc- Graw-Hill.
- Gerrish PJ, Bralts VF and Shayya WH, 1996a. An improved analysis of microirrigation hydraulics using a virtual emitter system. *Transactions of the American Society of Agricultural Engineers* 39(4): 1403-1410.
- Gerrish PJ, Shayya WH and Bralts VF, 1996b. An improved method for incorporating pipe components into the analysis of hydraulic networks. *Transactions of the American Society of Agricultural Engineers* 39(4): 1337-1343.
- Haaland SE, 1983. Simple and explicit formulas for friction factor in turbulent pipe flow. *Journal of Fluids Engineering* 105(1): 89-90.
- Kisi O, Shiri J and Nikoofar B, 2012. Forecasting daily lake levels using artificial intelligence approaches. *Computers & Geosciences* 41: 169-180.
- Koza JR, 1992. *Genetic Programming, On the Programming of Computers by Means of Natural Selection*. MIT Press, Cambridge, MA, ISBN 0-262-11170-5.
- Lahiri SK and Ghanta KC, 2009. Support vector regression with parameter tuning assisted by differential evolution technique: Study on pressure drop of slurry flow in pipeline. *Korean Journal of Chemical Engineering* 26(5): 1175-1185.
- Liu WC and Chen WB, 2012. Prediction of water temperature in a subtropical subalpine lake using an artificial neural network and three-dimensional circulation models. *Computers & Geosciences* 45: 13-25
- Londhe SN and Dixit PR, 2011. Forecasting stream flow using model trees. *International Journal of Earth Sciences and Engineering* 4(6): 282-285.
- Moody LF, 1947. An approximate formula for pipe friction factors. *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers* 69(12): 1005-1011.
- Pal M and Deswal S, 2009. M5 model tree based modelling of reference evapotranspiration. *Hydrological Processes* 23(10): 1437-1443.
- Quinlan JR, 1992. Learning with continuous classes. In: *Proc. AI'92 (Fifth Australian Joint Conference on Artificial Intelligence* 343-348. World Scientific, Singapore.
- Rao AR and Kumar B, 2007. Friction factor for turbulent pipe flow. Division of Mechanical Science, Civil Engineering. Indian Institute of Science, Bangalore, India. ID Code 9587.
- Romeo E, Royo C and Monzon A, 2002. Improved explicit equation for estimation of the friction factor in rough and smooth pipes. *Chemical Engineering Journal* 86(3): 369-374.
- Round GF, 1980. An explicit approximation for the friction factor-Reynolds number relation for rough and smooth pipes. *Canadian Journal of Chemical Engineering* 58 (1): 122-123.
- Salmasi F, Khatibi R and Ghorbani MA, 2012. A study of friction factor formulation in pipes using artificial intelligence techniques and explicit equations. *Turkish Journal of Engineering and Environmental Sciences* 36: 121-138.

- Samadianfard S, Delirhasannia R, Kisi O and Agirre-Basurko E, 2013. Comparative analysis of ozone level prediction models using gene expression programming and multiple linear regression. *GEOFIZIKA* 30: 43-74.
- Samadianfard S, Sadraddini AA, Nazemi AH, Provenzano G and Kisi O, 2012. Estimating soil wetting patterns for drip irrigation using genetic programming. *Spanish Journal of Agricultural Research* 10(4): 1155-1166.
- Sattari MT, Pal M, Apaydin H and Ozturk F, 2013. M5 Model Tree application in daily river flow forecasting in Sohu Stream, Turkey. *Water Resources* 40(3): 233-242.
- Shirzad A, Tabesh M and Farmani R, 2014. A comparison between performance of support vector regression and artificial neural network in prediction of pipe burst rate in water distribution networks. *KSCE Journal of Civil Engineering* 18(4): 941-948.
- Sonnad JR and Goudar CT, 2006. Turbulent flow friction factor calculation using a mathematically exact alternative to the Colebrook–White equation. *Journal of Hydraulic Engineering ASCE* 132(8): 863-867.
- Vapnik VN, 1995. *The Nature of Statistical Learning Theory*, New York: Springer-Verlag.
- Vapnik VN, 1998. *Statistical Learning Theory*, Wiley, New York.
- Wood DJ, 1966. An explicit friction factor relationship. *Civil Engineering* 36(12): 60–61.
- Yıldırım G, 2009. Computer-based analysis of explicit approximations to the implicit Colebrook–White equation in turbulent flow friction factor calculation. *Advances in Engineering Software* 40(11): 1183-1190.
- Zigrang DJ and Sylvester ND, 1982. Explicit approximations to the solution of Colebrook friction factor equation. *AIChE Journal* 28(3): 514-515.