

مقایسه فیلترینگ امواج تجزیه موجکی و میانگین‌های متحرک (مطالعه موردی: ایستگاه ونیار در حوضه آجی چای)

مریم شفائی^{۱*}، احمد فاخری فرد^۲، صابره دربندی^۳ و محمدعلی قربانی^۴

تاریخ دریافت: ۹۲/۰۴/۳۱ تاریخ پذیرش: ۹۲/۰۸/۲۵

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی منابع آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه تبریز

^۲ استاد گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه تبریز

^۳ استادیار گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه تبریز

^۴ دانشیار گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه تبریز

* مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: Email: ma123.shafaei@yahoo.com

چکیده

در این مطالعه رابطه بین امواج تجزیه شده جریان روزانه رودخانه آجی چای در ایستگاه ونیار از طریق موجک و فیلتر میانگین متحرک مورد بررسی قرار گرفته است. ابتدا با استفاده از تجزیه موجک، توزیع فرکانس‌های سری زمانی جریان روزانه براساس مقیاس به فرکانس‌های بالا و پایین تجزیه و زیر سری‌های تقریبی برای مقیاس‌های بالاتر برآورد گردیده است. در مرحله بعد فیلتر میانگین متحرک برای کاهش و حذف نویزهای تصادفی در سری داده‌های جریان روزانه مورد استفاده قرار گرفت. نتایج حاصل بیانگر عملکرد مشابه دو روش تجزیه موجک و میانگین متحرک برای صاف یا هموار نمودن سیگنال و کاهش نویزهای سری جریان روزانه رودخانه آجی چای برای سطح‌های تجزیه ۱ الی ۱۰ است. ضمناً از معیار کمی ضریب همبستگی نیز برای بررسی تشابه عملکرد دو روش مذکور استفاده و نتایج نشان از همبستگی بالای مقادیر حاصل از دو روش بکار رفته در مطالعه دارد.

واژه‌های کلیدی: زیر سری تقریبی، صاف کردن، فرکانس، موجک، میانگین متحرک

Comparing Filtering of Wavelet Decomposed Waves with Moving Averages (Case Study: Vanyar Station in Ajichay Basin)

M Shafaei^{*1}, A Fakheri Fard², S Darbandi³ and M Ghorbani⁴

Received: 22 July 2013 Accepted: 16 November 2013

¹MSc. Student of Water Resources Engin., Dept. of Water Engin., Faculty of Agric., Univ. of Tabriz. Iran

²Prof., Dept. of Water Engin., Faculty of Agric., Univ. of Tabriz. Iran

³Assis. Prof., Dept. of Water Engin., Faculty of Agric., Univ. of Tabriz. Iran

⁴Assoc. Prof., Dept. of Water Engin., Faculty of Agric., Univ. of Tabriz. Iran

*Corresponding Author Email: ma123.shafaei@yahoo.com

Abstract

In this study the relationship between daily flow decomposed waves of Ajichay river in Vanyar station is investigated using the wavelet and moving average filter. Initially, using wavelet analysis the frequencies distribution of daily flow time series based on scale is decomposed to high and low frequencies and approximate subseries for higher scale are estimated. In the next step moving average filter for decreasing and removing of random noises in daily flow data time series is used. Obtained results represent similar performance of the wavelet analysis and moving average methods in signal smoothing and noise decreasing of Ajichay river daily flow time series for decomposition levels 1 to 10 in wavelet method. Also the quantitative criterion of the correlation coefficient for investigation of the performance similarity of the both methods is used. Results show high correlation between obtained values from the methods used in the study.

Keywords: Approximate sub-signal, Filtering, Frequency, Moving average, Wavelet

خشک و تر با استفاده از روش میانگین‌های متحرک ۳ و ۵، ۷ ساله انجام می‌گیرد. ضمناً این روش برای بررسی روند بارندگی یا جریان برای پایه‌های زمانی کوتاه‌تر ماهیانه و روزانه نیز مورد استفاده قرار می‌گیرد.

برای اولین بار فوریه^۲ در سال های ۱۸۰۲-۱۸۰۶ در رساله‌اش که مبنی بر انتشار حرارت بود، یک تابع را بر حسب مجموعه کاملی از توابع بکار گرفت. هار^۳

مقدمه

تعیین روند^۱ و پریود سیگنال داده‌های هیدرولوژیکی مانند بارندگی و جریان نقش قابل توجهی در برنامه‌ریزی و مدیریت منابع آب دارند. این امر امکان پیش‌بینی رخدادهای آتی هیدرولوژیکی برای جلوگیری از خسارات احتمالی که ممکن است بصورت خشکسالی یا سیل اتفاق بیافتد را فراهم می‌کند. بطور سنتی بررسی روند بارندگی یا جریان سالیانه و تعیین دوره‌های

² Fourier

³ Haar

¹Trend

فراهانی و کوثری (۲۰۱۰) روش تبدیل موجکی، میانگین متحرک و روش نرم کردن^۶ را برای صاف نمودن داده‌های دما و به منظور کاربرد در روش *IHCP* (روش شیب مزدوج، روش تیخونوف^۷) در تخمین جریان گرمای مجهول پیشنهاد نمودند و نتیجه گرفتند که با استفاده از صاف نمودن داده‌های دما، مسئله انتقال حرارت معکوس که طرح آنها به راحتی انجام نمی‌گیرد به یک مسئله قابل طرح تبدیل می‌گردد و این امر سبب افزایش در دقت و پایداری روش حل می‌گردد. و پارامترهای تنظیم^۸، ارمز^۹، و واریانس و خطای اریب^{۱۰} در روش *IHCP* با به کاربردن داده‌های بدون نویز کاهش می‌یابد. آنها همچنین سود استفاده از چنین فیلترهایی را در بار محاسباتی پائین در روند حل مسائل انتقال حرارت معکوس بیان نمودند.

ابراهیمی و بارانی (۱۳۸۴) در مطالعه ای از تبدیل موجکی هار برای تحلیل دبی ماهانه سد و نیار استفاده کردند. نتایج نشان دادند که این تحلیل جهت مدیریت بهینه مخزن همچنین تحلیل ریسک مخزن قابل استفاده خواهد بود.

طوفانی و همکاران (۱۳۹۰) بارندگی ماهانه ایستگاه زرینگل را با استفاده مستقیم از تبدیل موجکی پیش‌بینی نمودند و در نهایت همبستگی بین داده‌های مشاهداتی و محاسباتی ۸۴ درصد حاصل گردید که علت آن تجزیه سیگنال بارندگی به سری‌های ساده‌تر می باشد که در نتیجه سبب دقت بالاتر مدل می‌گردد.

رستمی و همکاران (۱۳۹۱) کاربرد تحلیل موجک را در پیش‌بینی دبی رودخانه بررسی نمودند. بدین منظور از موجک گسسته میر برای پیش‌بینی دبی ماهانه رودخانه ليقوان چای استفاده نموده و ۹۰ درصد داده‌ها را بعنوان مدل‌سازی در نظر گرفته شد و ضریب همبستگی بین داده‌های مشاهداتی و برآورد شده در ایستگاه ليقوان ۹۲ درصد بدست آمد و نتایج با روش سری زمانی مقایسه گردید. در نهایت با توجه به ضریب

اولین کسی بود که در سال ۱۹۰۹ به موجک اشاره کرد. گراسمن که فیزیکدان نظری فرانسوی بود فرمول وارونی را برای تبدیل موجک بدست آورد. مایر^۱ و مالات^۲ با استفاده از پایه‌های موجک متعامد توانستند در سال ۱۹۷۶ آنالیز چند تفکیکی را بسازند. مالات تجزیه موجک‌ها و الگوریتم‌های بازسازی را با بکار بردن تجزیه چند تفکیکی بوجود آورد. در سال ۱۹۹۰ مورنزی^۳ همراه با آنتوان^۴ موجک‌ها را به دو بعد و سپس به فضاهایی با ابعاد دیگر گسترش دادند و بدین ترتیب بود که آنالیز موجکی پایه گذاری گردید (مهدیخانی و ابریشمچی ۱۳۸۵).

از طرف دیگر، موجک‌ها بعنوان یک ابزار مناسب برای تحلیل و ساختن داده از فرآیندهای با حافظه طولانی مطرح هستند (ورنل ۱۹۹۶). تبدیل موجکی تبدیلی است که سیگنال را به یک مجموعه از توابع اساسی سیگنال تجزیه کرده و یک مجموعه توابع اساسی از تأخیر و تغییر در مقیاس موجک مادر بدست می‌آید. تبدیل موجکی^۵ سیگنال به صورت همبستگی سیگنال و موجک تبدیل یافته توضیح داده می‌شود. مزیت مهم تبدیل موجکی این است که اطلاعات زمان و فرکانس را بطور مؤثری از سیگنال متغیر در زمان استخراج می‌کند (ریول و وترلی ۱۹۹۱). تبدیل موجکی تابعی است که نسخه بهبود یافته تبدیل فوریه را تداعی می‌نماید. تبدیل فوریه در تحلیل سیگنال‌های نایستا به شکست منجر می‌شود. در حالی که تبدیل موجکی اجازه می‌دهد که سیگنال‌های نایستا نیز بخوبی تحلیل شوند (سیفوزمان و همکاران ۲۰۰۹).

آنالیزهای موجکی در بعضی زمینه‌ها به طور گسترده‌ای به کار برده شده‌اند (مورلت و همکاران ۱۹۸۲، گراسمن و مورلت ۱۹۸۴). این روش اخیراً برای پی بردن به تغییرات روند و سیکل تغییرات بارندگی (ناکن ۱۹۹۹)، تابش خورشیدی، و نوسانات آب وهوائی (لوکرو و رودریکوز ۲۰۰۰) استفاده شده است.

⁶Mollification method

⁷Tikhonov

⁸Regularization

⁹Erms

¹⁰Bias errors

¹ Mayer

² Mallat

³ Morenzy

⁴ Antoine

⁵Wavelet Transform

مواد و روش‌ها

منطقه مورد مطالعه و داده‌ها

رودخانه آجی‌چای در آذربایجان شرقی از مهمترین رودخانه‌های حوضه آبریز دریاچه ارومیه می‌باشد که در جهت عمومی شرقی- غربی جریان دارد. این رودخانه بخش مهمی از مصارف کشاورزی و شرب شهرستان‌های مسیر خود از جمله سراب، بستان آباد و تبریز را تأمین و در نهایت به دریاچه ارومیه تخلیه می‌شود. چهار ایستگاه هیدرومتری در روی رودخانه آجی‌چای نصب و تجهیز شده که توسط سازمان آب منطقه‌ای آذربایجان شرقی مورد بهره برداری قرار می‌گیرد. موقعیت حوضه آبریز، شاخه اصلی رودخانه آجی‌چای و چهار ایستگاه هیدرومتری در شکل ۱ نشان داده شده است. در این مطالعه ایستگاه هیدرومتری ونیار به دلیل داشتن آمار کامل، طولانی مدت و دقیق‌تر به عنوان ایستگاه مبنا تعیین و آمار جریان روزانه رودخانه آجی‌چای در آن ایستگاه مورد استفاده قرار گرفته است.

ایستگاه ونیار دارای موقعیت جغرافیایی ۴۶ درجه و ۲۴ دقیقه طول شرقی و ۲۸ درجه و ۷ دقیقه عرض شمالی بوده و مساحت حوضه آبریز آجی‌چای در محل ایستگاه هیدرومتری ونیار برابر ۵۲۸/۵ کیلومتر مربع است. ارتفاع ایستگاه هیدرومتری ونیار از سطح دریا برابر ۳۸۸۲ متر است. طول و شیب متوسط آبراهه اصلی حوضه آبریز آجی‌چای تا ایستگاه ونیار به ترتیب برابر ۲۲۷/۲ کیلومتر و ۱۳/۳ درصد می‌باشد. برای سال‌های آماری ۱۳۴۰ الی ۱۳۹۰ رودخانه آجی‌چای در ایستگاه ونیار دارای میانگین جریان سالانه ۱۳/۷۲ مترمکعب بر ثانیه بوده و کمترین و بیشترین جریان سالانه به ترتیب ۲/۲۳ و ۴۲/۹ مترمکعب بر ثانیه است. ضمناً ضریب تغییرات جریان سالانه رودخانه ۰/۵۱ است. در شکل ۱ نقشه حوضه و رودخانه آجی‌چای همراه با ایستگاه‌های هیدرومتری و شهرهای اطراف آن نشان داده شده است.

همبستگی دو روش و همچنین با توجه به اینکه تبدیل موجک از طریق تجزیه سری، سری پیچیده را به سری ساده تبدیل می‌کند که با این کار تحلیل سری راحت‌تر صورت می‌گیرد، روش تبدیل موجک مناسب‌تر تشخیص داده شود. پارتال و کیشی (۲۰۰۷) یک روش ترکیبی را مبنی بر ترکیب موجک- شبکه عصبی- فازی را برای پیش‌بینی بارندگی پیشنهاد دادند. آنها بارندگی روزانه را توسط تبدیل موجک گسسته تجزیه کرده و نتایج حاصل را بعنوان ورودی به مدل شبکه عصبی- فازی وارد کردند. مدل هیبریدی حاصل همپوشانی و تطابق خوبی را با داده‌های مشاهده شده فراهم نمود. مدل ترکیبی با مدل کلاسیک شبکه عصبی- فازی مقایسه شد و نتایج نشان داد که مدل ترکیبی بهتر عمل می‌کند. ساتاگاجی و کریشنا (۲۰۰۹) مدل هیبریدی موجک- شبکه عصبی را برای پیش‌بینی جریان روزانه رودخانه گات^۱ غربی هند و سطح آب زیرزمینی ماهانه در دلتای گوداواری^۲ هند بکار بردند. نتایج نشان داد که مدل هیبریدی موجک- شبکه عصبی در پیش‌بینی جریان روزانه و سطح آب زیرزمینی دقت پیش‌بینی را نسبت به روش‌های آماری و شبکه عصبی بالا می‌برد.

فیلتر میانگین متحرک یکی از رایج‌ترین فیلترها است که با وجود سادگی، در هنگام پاسخ به یک گام تیز در سیگنال باعث کاهش نویز^۳ در آن می‌شود. این ویژگی ویژگی باعث می‌شود که این فیلتر برای استخراج اطلاعات زمانی از سیگنال مفید باشد. با این حال توانایی این سیگنال برای جداسازی باندهای فرکانس بالا از یکدیگر بسیار پائین می‌باشد.

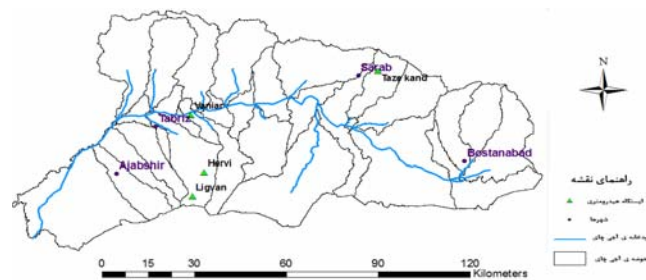
مدل میانگین متحرک^۴ مدلی می‌باشد که با توجه به ویژگی‌های مشابهی که با زیر سری تقریبی، در حذف نویزها دارد، در این مطالعه ارتباط بین این دو، مورد بررسی قرار گرفته است. هدف این مقاله بررسی فیلترینگ جریان روزانه ایستگاه ونیار توسط دو فیلتر زیر سری تقریبی و میانگین متحرک می‌باشد.

^۱Ghat

^۲Godavari

^۳Noise

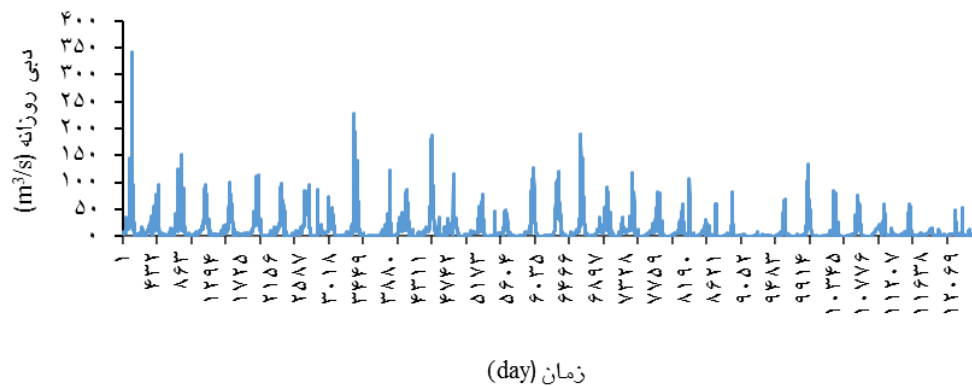
^۴Moving Average



شکل ۱- حوضه و رودخانه آجی چای همراه با ایستگاه های هیدرومتری و شهرهای اطراف.

ایستگاه مذکور بترتیب ۳۴۲، ۱۰/۳۷ و صفر مترمکعب بر ثانیه می‌باشد. نمودار تغییرات جریان‌های روزانه رودخانه آجی چای در ایستگاه و نیار در شکل ۲ نشان داده شده است.

در این مطالعه از جریان‌های روزانه رودخانه آجی چای در ایستگاه و نیار به مدت ۳۵ سال، از ۱۱ دی سال ۱۳۵۳ تا ۲۹ اسفند ۱۳۸۷ استفاده شده است. حداکثر، متوسط و حداقل جریان روزانه در



توجه: عدد ۱ مربوط به ۱۱ دی ۱۳۵۳ و عدد ۱۲۴۹۷ مربوط به ۲۹ اسفند ۱۳۸۷ می‌باشد.

شکل ۲- سیگنال جریان روزانه رودخانه آجی چای در ایستگاه و نیار.

هار^۱، مرلت^۲، دابچیز^۳، میر^۴ و غیره... توسط محققین مختلف توسعه یافته که برای تحلیل سیگنال می‌توان استفاده کرد. تابع موجک $\psi(t)$ ، موجک مادر نامیده می‌شود که در یک مدت زمان کوتاه به سرعت می‌تواند

تئوری و تبدیل موجکی

تحلیل‌های موجکی بعنوان یک تحلیل با سطح بالاتر، نسبت به تبدیل فوریه مطرح بوده و نتیجه این تبدیل تجزیه چندگانه سری زمانی در دامنه زمان و فرکانس است. تبدیل موجکی می‌تواند در تحلیل‌های سری زمانی که دارای فرکانس‌های مختلف بوده و محتوای نا ایستائی دارند به طرز مؤثری به کار رود (دابچیز ۱۹۹۰). توابع موجکی متعددی از جمله: موجک

^۱Haar

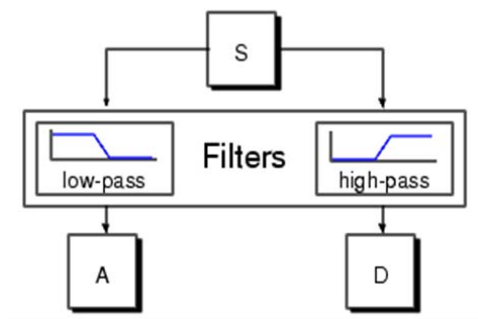
^۲Morlet

^۳Daubechies

^۴Meyer

سیگنال اصلی داشته باشد. انتخاب مقیاس نیز می‌تواند براساس آنالیزهای مورد نیاز سیگنال صورت گیرد، به طوری که مقیاس‌های بزرگتر جزئیات کمتری را نشان می‌دهند و روند و پریود کلی سیگنال را نمایش خواهد داد و مقیاس‌های کوچکتر جزئیات بیشتری را نشان خواهد داد. که با توجه به هدف تحلیل می‌توان از هر کدام از مقیاس‌ها استفاده نمود.

در مرحله تجزیه تبدیل موجک گسسته سیگنال را به یک مجموعه از فرکانس‌های بالا و پائین تجزیه می‌کند. تجزیه موجک به یک سلسله از فرکانس‌های بالا و پائین اولین بار توسط مالات پیشنهاد شده است (دنهو و جان استون ۱۹۹۵، مالات ۱۹۸۹). این مرحله از تحلیل که صاف کردن^۱ نامیده می‌شود در شکل ۳ نمایش داده شده است.



شکل ۳- فرآیند صاف کردن.

در تحلیل‌های موجکی سیگنال به دو زیر سری زمانی تقریبی^۲ (فیلتر پائین گذر) و جزئی^۳ (فیلتر بالا گذر) شکسته می‌شود. سپس خود زیر سری تقریبی حاصل به دو زیر سری جزئی و تقریبی دیگر در سطح بعدی تجزیه می‌شود. این فرآیند در شکل ۴ نشان داده شده است:

به صفر کاهش پیدا کند. تابع موجک $\psi(t)$ به صورت ریاضی به شرح زیر تعریف می‌شود.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t) dt = 0 \quad [۱]$$

$\psi_{(a,b)}(t)$ با استفاده از تأخیر و تغییر مقیاس موجک مادر از فرمول زیر حاصل می‌گردد که این فرمول برای تمامی انواع موجک‌ها بکار می‌رود و جنبه عمومی دارد:

$$\psi_{(a,b)}(t) = |a|^{-\frac{1}{2}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad [۲]$$

$$a \in R, b \in R, a \neq 0$$

که در آن a فاکتور مقیاس و b فاکتور زمان

$\psi_{(a,b)}(t)$ موجک مختار، t زمان، R دامنه اعداد حقیقی می‌باشد. تبدیل موجکی سری‌های زمانی با انرژی محدود، $f(t) \in L^2(R)$ بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$W_f(a,b) = |a|^{-\frac{1}{2}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \psi^*\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad [۳]$$

L^2 نمایش دهنده تابعی دوبعدی است. $\psi^*(t)$ تابع

مختلط و مرکب $\psi(t)$ است. $W_f(a,b)$ ضریب موجک است که تحت سطوح تجزیه و زمان‌های مختلف بدست آمده است. معمولاً سری‌های زمانی گسسته هستند که برای تبدیل موجکی آن انتگرال فوق به رابطه زیر تبدیل می‌شود:

$$W_f(a,b) = |a|^{-\frac{1}{2}} \sum_{k=1}^N f(k\Delta t) \psi^*\left(\frac{k\Delta t - b}{a}\right) \quad [۴]$$

که در آن N تعداد گام زمانی گسسته و Δt فواصل زمانی نمونه است. $W_f(a,b)$ می‌تواند ویژگی‌های سری زمانی اصلی را در زمان b و دامنه فرکانس a در زمان یکسان منعکس کند. انتخاب تابع موجکی و مقیاس موجکی دو موضوع مهم در تبدیل موجکی هستند (ژانگ و همکاران ۲۰۰۲). در تبدیل موجکی تا جایی که امکان دارد انتخاب فرکانس باید محدود باشد تا تحلیل‌های زمان-فرکانس مناسبی حاصل شود و در مرحله بعد تابع موجک انتخاب شود که روش خاصی برای این انتخاب وجود ندارد اما باید در نظر داشت موجکی که انتخاب می‌شود باید دارای شباهت زیادی با

^۱Filtering

^۲Approximate

^۳Detail

برای $j \geq J$ بوده و D_j خشن (بیانگر جزئیات کمتری از سری می باشند) نام دارند. J سطح تجزیه موجکی است.

$$A_j = \sum_{j \geq J} D_j \quad [۷]$$

$$S = A_j + \sum_{j \geq J} D_j \quad [۸]$$

که A_j زیر سری تقریبی در سطح J است.

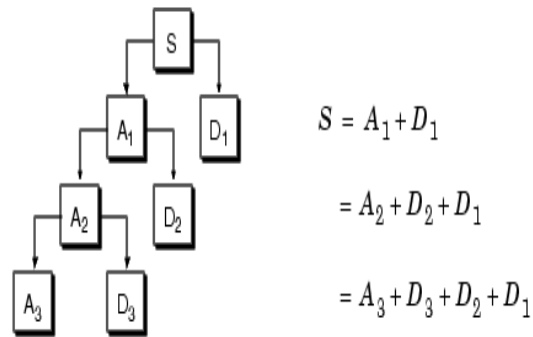
در اصل رابطه ۶ و ۸ هر دو طرز بدست آوردن S را نشان می‌دهند. همان طور که مشاهده می‌شود فرمول ۶ بیانگر حاصل شدن S از حاصل جمع همه D_j ها می‌باشد. در فرمول ۷ معلوم شد که سری دوم $\sum D_j$ ها همان A_j برای [۲] می‌باشند. پس نتیجه شد که فرمول‌های ۶ و ۸ با هم سازگاری کامل دارند.

با توجه به فرمول ۷ به منظور بدست آوردن زیر سری تقریبی D_j های خشن با هم جمع می‌شوند بعبارت دیگر A_j از حاصل جمع D_j ها با مقیاس‌های $۱۶, ۳۲, ۶۴, \dots$ حاصل خواهد شد.

میانگین متحرک برای کاهش نویزهای سیگنال بسیار مفید است. در این فیلتر هر داده با میانگین داده-هائی که در همسایگی آن بوده و در محدوده زمانی معینی^۱ واقع شده‌اند جایگذاری می‌شود. این فرآیند برابر با صافی پائین گذر^۲ بوده و پاسخ سیگنال صاف شده بصورت زیر خواهد بود:

$$y_s(i) = \frac{1}{(2N+1)} (y(i+N) + y(i+N-1) + \dots + y(i-N)) \quad [۹]$$

که در آن $y_s(i)$ مقدار صاف شده برای نقطه i ام است N تعداد داده‌های همسایه در هر طرف $y_s(i)$ و $2N+1$ طول محدوده زمانی معین^۳، یا به عبارت بهتر مدت زمانی است که میانگین متحرک با توجه به آن باید بدست آید. صاف کردن سیگنال^۴ میانگین متحرک، که در برارزش منحنی مورد استفاده قرار می‌گیرد از قوانین زیر تبعیت می‌کند:



شکل ۴- فرآیند آنالیز موجکی.

یکی از مراحل تحلیل سیگنال، صاف کردن است که در این مرحله سیگنال اصلی به دو زیرسری تقریبی و جزئی تجزیه می‌شود.

برای تعدادی از سیگنال‌ها، محتوای فرکانس پائین مهم‌ترین قسمت سیگنال می‌باشد چرا که محتوای فرکانس پائین سیگنال، هویت سیگنال را نشان می‌دهد. از سوی دیگر محتوای فرکانس بالای سیگنال، جزئیات سیگنال را نمایش می‌دهد. زیر سری تقریبی، اجزا با فرکانس پائین و مقیاس بالای سیگنال هستند و زیر سری جزئی اجزا با فرکانس بالا و مقیاس کوچک سیگنال هستند.

در سطح تجزیه j ، D_j که نشانگر زیر سری جزئی است که بصورت زیر تعریف شد:

$$D_j(t) = \sum_{k \in Z} W_f(a, b) \psi_{(a,b)}(t) \quad [۵]$$

که $W_f(a, b)$ ضریب موجکی در مقیاس a و زمان b بوده و $\psi_{a,b}(t)$ موجک مادر تبدیل یافته (موجک دختر) در مقیاس a و زمان b می‌باشد که سیگنال اصلی از حاصل جمع همه D_j ها به شرح زیر قابل حصول است.

$$S = \sum_{j \in Z} D_j \quad [۶]$$

که در آن Z مجموعه اعداد صحیح می‌باشد. در تجزیه موجکی دو دسته D_j حاصل می‌شود که در دسته اول $a = 2^j$ برای $j \leq J$ می‌باشند و به D_j های ریز معروف هستند و در دسته دوم $a = 2^j$

^۱Span

^۲Low pass filtering

^۳Span

^۴Filtering

امواج تجزیه شده در زیر سری‌های تقریبی حاصل از تبدیل موجکی در واقع اجباری که در سیگنال وجود دارد را نگه داشته و نویز خالص را از آن استخراج می‌کند و در این حالت سیگنالی که قابل مدل‌سازی نبود با باقی ماندن زیر سری تقریبی حالا قابل مدل‌سازی می‌باشد. در واقع با حذف نویزها اکنون مدل‌بندی سری دبی روزانه راحت‌تر خواهد شد.

فراهانی و کوثری (۲۰۱۰) در تحقیق خود روش تبدیل موجکی و میانگین متحرک را برای صاف نمودن داده‌های دما بکار بردند و حذف نویزها توسط این فیلترها موجب افزایش دقت و پایداری در روش حل گردید. با این وجود آنها به میزان همبستگی و ارتباط این دو فیلتر نپرداختند. با توجه به اینکه در تحقیق‌های دیگر ارتباط دو فیلتر بررسی نشده است از این رو در این مقاله به این مهم پرداخته شده است.

به منظور ارزیابی تشابه عملکرد میانگین متحرک و زیر سری‌های تقریبی در حذف نویز و صاف نمودن سیگنال جریان روزانه در شکل ۶ مقادیر زیر سری تقریبی ۱، ۲، ۳، ۴ و فیلتر میانگین متحرک در مقابل هم رسم شد. در این نمودار نیمساز نیز رسم شده است. هر چه این نمودار به نیمساز نزدیک‌تر باشد نشان‌دهنده شباهت بالاتر این دو فیلتر در حذف نویز خواهد بود.

۱- طول محدوده زمانی میانگین متحرک باید فرد باشد.

۲- نقطه داده‌ای که صاف می‌شود باید در مرکز محدوده زمانی معین باشد.

۳- محدوده زمانی معین برای نقطه داده‌هایی که نمی‌توانند با تعداد مشخص شده همسایه‌ها در هر طرف منطبق شوند تعدیل می‌شود.

نقطه‌های آخر صاف شده نیستند چرا که برای آنها یک محدوده نمی‌تواند معین شود (فراهانی و کوثری ۲۰۱۰).

در این مطالعه سری زمانی جریان متوسط روزانه ایستگاه ونیاز در دوره آماری (۱۳۸۷-۱۳۵۳) با استفاده از روش موجک میر در محیط نرم افزار متلب^۱، به ۱۰ سطح تجزیه شده و نتایج ۱۰ سطح زیر سری تقریبی^۲ از آن استخراج شده است.

در مرحله بعدی میانگین‌های متحرک ۳، ۴، ۵، ۱۸، ۰۰۰ روزه سری زمانی داده‌های مبنا با استفاده از نرم افزار مینی تب^۳ محاسبه و استخراج گردید. سپس میزان همبستگی دو روش مورد استفاده در حذف نویز (الف: فیلتر میانگین متحرک و ب: امواج تجزیه‌ای زیرسری تقریبی در سطوح تجزیه گوناگون)، با استفاده از معیار آماری ضریب همبستگی^۴ و نمودارهای پراکنش مورد مقایسه و ارزیابی قرا گرفته است.

نتایج و بحث

سری زمانی جریان روزانه ایستگاه ونیاز با استفاده از موجک میر به ۱۰ سطح تجزیه شده و در شکل ۵ زیرسری‌های تقریبی در سطوح ۱، ۲، ۳ و ۴ نشان داده شده است.

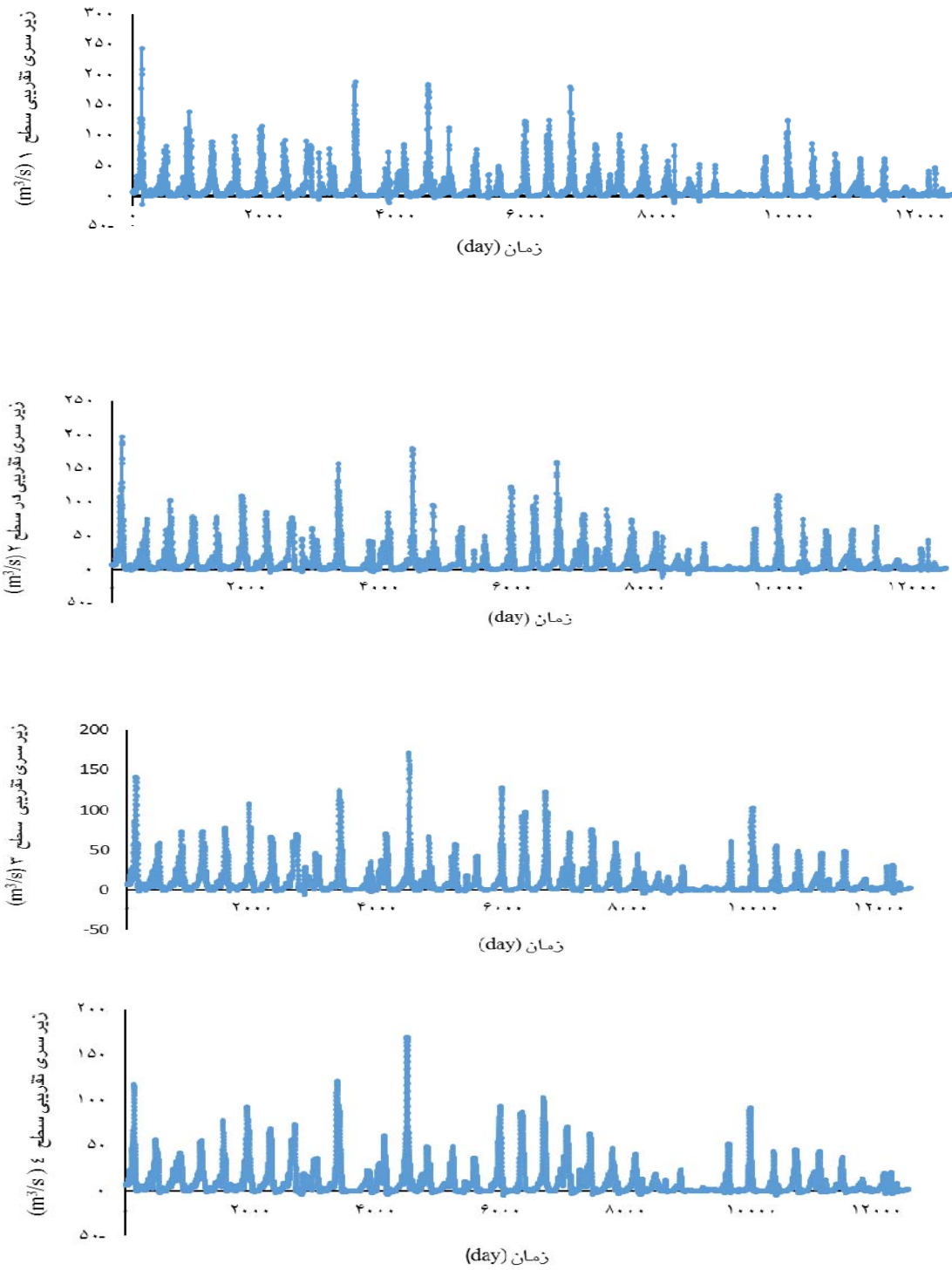
موج اصلی حاصل جمع موج‌های تجزیه شده است که یکی از آنها موج نویز می‌باشد. لذا اگر نویزها از موج اصلی کم شوند ممکن است زیر سری‌های تقریبی حاصل دارای مقادیر منفی نیز باشند.

¹Matlab Software

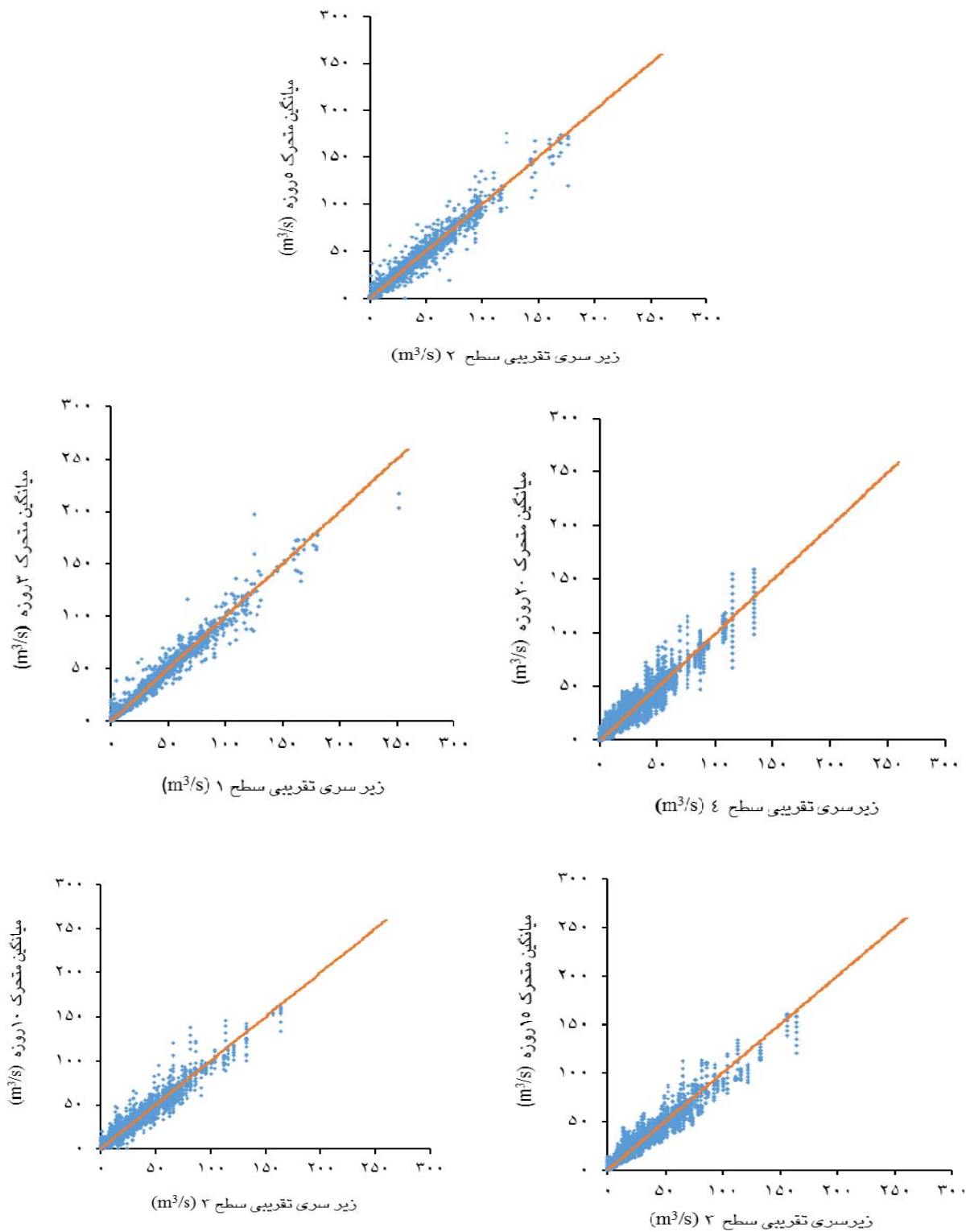
²Approximate

³Minitab

⁴R



شکل ۵- نمودار زیر سری‌های تقریب (Ar) در سطوح تجزیه ۱ و ۲ و ۳ و ۴.



شکل ۶- نمودار تغییرات مقادیر میانگین متحرک و زیر سری تقریبی در سطوح تجزیه مختلف.

زیر سری تقریبی در سطح ۴ مشاهده می‌شود و همان-
طور می‌توان استنباط کرد تطابق بسیار بالائی بین
میانگین متحرک ۲۰ روزه و زیر سری تقریبی در سطح
۴ وجود دارد. به منظور تکمیل و تعمیم نتایج به دیگر
زیر سری‌های تقریبی و میانگین‌های متحرک، نتایج
همبستگی بین زیر سری‌های تقریبی ۱، ۲، ۳، ...، ۱۰ و
میانگین‌های متحرک ۳، ۴، ...، ۱۸ روزه در جدول ۱
آورده شده است.

همان‌طورکه در شکل ۶ مشاهده می‌شود میانگین
متحرک ۳ روزه جریان با زیرسری تقریبی در سطح
تجزیه ۱ تطابق بسیار خوبی را نشان داده است. نکته
جالب توجه در این تطابق‌ها این است که با افزایش
سطح تجزیه زیرسری تقریبی تطابق با فیلتر میانگین
متحرک ۳ روزه کمتر می‌شود. که دلیل این امر می‌تواند
صاف کردن جزئی میانگین متحرک ۳ روزه نسبت به
سطوح بالاتر زیر سری تقریبی باشد. در شکل ۶ نیز
همین‌طور همپوشانی بین میانگین متحرک ۱۵ روزه و

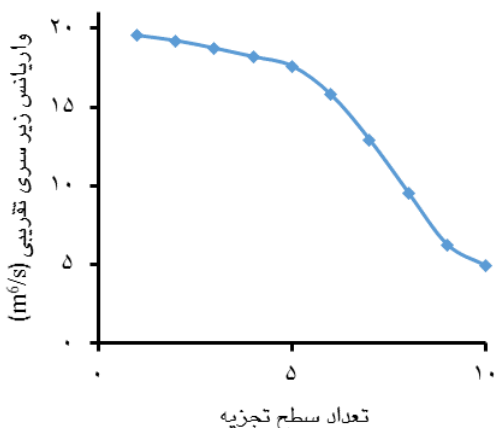
جدول ۱- ضریب همبستگی حاصل از انطباق زیرسری‌های تقریبی و میانگین‌های متحرک.

سطوح تجزیه										محدوده زمانی
۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	میانگین‌های متحرک
۰/۹۸۲	۰/۹۶۱	۹۲۶/۰	۰/۸۵۹	۰/۷۷۱	۵۷۰/۰	۳۴/۰	۰/۱۴۸	۰/۷۱/۰	۰/۵۰/۰	۳
۰/۹۸۰	۰/۹۹۲	۹۶۴/۰	۹۱۵/۰	۸۵۷/۰	۶۹۳/۰	۰/۴۶۵	۰/۱۰۱	۰/۶۰/۰	۰/۵۰/۰	۴
۹۶۴/۰	۹۷۴/۰	۹۴۶/۰	۸۷۹/۰	۷۹۹/۰	۵۹۱/۰	۳۵۳/۰	۱۴۷/۰	۰/۸۲/۰	۰/۵۵/۰	۵
۹۵۳/۰	۹۸۸/۰	۹۸۰/۰	۹۳۶/۰	۸۸۸/۰	۰/۷۱۲	۴۷۷/۰	۱۰۹/۰	۰/۶۳/۰	۰/۵۶/۰	۶
۹۴۰/۰	۹۸۲/۰	۹۸۴/۰	۹۴۳/۰	۸۸۷/۰	۷۱۹/۰	۴۸۲/۰	۱۱۰/۰	۰/۷۰/۰	۰/۵۶/۰	۷
۹۳۲/۰	۹۷۳/۰	۹۸۸/۰	۹۵۳/۰	۸۹۵/۰	۷۲۸/۰	۴۸۹/۰	۱۱۸/۰	۰/۷۱/۰	۰/۵۷/۰	۸
۹۲۰/۰	۹۶۰/۰	۹۸۹/۰	۹۵۸/۰	۹۰۵/۰	۷۳۴/۰	۴۹۴/۰	۱۱۳/۰	۰/۷۰/۰	۰/۵۸/۰	۹
۹۲۰/۰	۹۵۹/۰	۹۶۵/۰	۹۲۲/۰	۸۴۶/۰	۶۲۸/۰	۳۷۵/۰	۱۵۶/۰	۰/۸۰/۰	۰/۵۶/۰	۱۰
۹۱۰/۰	۹۴۴/۰	۹۸۸/۰	۹۶۹/۰	۹۱۹/۰	۷۴۰/۰	۵۰۲/۰	۱۱۵/۰	۰/۷۳/۰	۰/۵۹/۰	۱۱
۹۰۳/۰	۹۳۰/۰	۹۸۶/۰	۹۷۴/۰	۹۲۶/۰	۷۵۴/۰	۵۰۷/۰	۱۱۷/۰	۰/۷۴/۰	۰/۵۹/۰	۱۲
۸۹۶/۰	۹۲۰/۰	۹۸۲/۰	۹۷۶/۰	۹۴۰/۰	۷۵۰/۰	۵۱۱/۰	۱۱۳/۰	۰/۷۴/۰	۰/۶۲/۰	۱۳
۸۸۹/۰	۹۲۰/۰	۹۷۹/۰	۹۷۸/۰	۹۳۶/۰	۷۶۵/۰	۵۱۵/۰	۱۱۹/۰	۰/۶۱/۰	۰/۵۰/۰	۱۴
۸۹۳/۰	۹۲۰/۰	۹۵۷/۰	۹۴۳/۰	۸۷۳/۰	۶۵۳/۰	۳۹۱/۰	۱۶۳/۰	۰/۹۲/۰	۰/۶۱/۰	۱۵
۸۷۸/۰	۹۰۸/۰	۹۷۰/۰	۹۸۵/۰	۹۴۰/۰	۷۷۰/۰	۵۲۳/۰	۱۲۱/۰	۰/۷۷/۰	۰/۶۰/۰	۱۶
۸۷۳/۰	۹۱۰/۰	۹۶۳/۰	۹۸۴/۰	۹۴۹/۰	۷۸۰/۰	۵۲۳/۰	۱۲۱/۰	۰/۷۶/۰	۰/۶۲/۰	۱۷
۸۷۰/۰	۹۰/۰	۹۶۰/۰	۹۸۵/۰	۹۵۴/۰	۷۸۲/۰	۵۳۱/۰	۱۳۲/۰	۰/۷۷/۰	۰/۶۳/۰	۱۸

سری تقریبی می‌تواند تنها با یکی از میانگین‌های
متحرک بالاترین تطابق را نشان دهد که ممکن است با
دیگر میانگین‌های متحرک این همبستگی را نداشته باشد.
همچنین رابطه خاصی برای پیش‌بینی اینکه هر زیر
سری تقریبی با کدام میانگین متحرک می‌تواند تطابق

جدول ۱ نیز همبستگی بالای مقادیر حاصل از
زیر سری تقریبی و میانگین متحرک جریان روزانه را
نشان می‌دهد که بیانگر تطابق فیلتر میانگین متحرک و
فیلتر پائین‌گذر (زیر سری تقریبی) می‌باشد. مقادیر
موجود در جدول گویای این مطلب است که هر زیر

سری‌های تقریبی با سطح تجزیه بالاتر به شدت کاهش پیدا می‌کند. در این تحقیق ارتباط واریانس زیر سری تقریبی با تعداد سطح تجزیه سنجیده شد. که در تحقیقات مذکور به این مورد نیز پرداخته نشده است. در نهایت نتیجه‌گیری شد که با افزایش تعداد سطح تجزیه واریانس کاهش پیدا می‌کند. این امر بدلیل بالاتر رفتن توانائی حذف نویز زیر سری تقریبی همراه با بالا رفتن مقیاس می‌باشد چرا که بالا رفتن مقیاس در تجزیه موجکی سبب حذف اطلاعات جزئی شده و در نهایت باعث صاف تر نمودن سیگنال دبی جریان روزانه می‌گردد و کم شدن واریانس در نهایت مدل‌بندی سیگنال را راحت‌تر خواهد نمود. با حرکت مدل به سمت جبری شدن مدل‌سازی دقیق‌تر خواهد بود. کمتر شدن واریانس زیر سری تقریبی با بالا رفتن سطح تجزیه در شکل ۷ نشان داده شده است.



شکل ۷- واریانس زیر سری های تقریبی سطوح ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۱۰ تجزیه.

نتیجه‌گیری کلی

زیر سری‌های تقریبی همبستگی و شباهت بسیار خوبی با فیلتر میانگین متحرک دارند لذا می‌توان نتیجه گرفت که زیر سری‌های تقریبی حاصل از تجزیه موجکی امواج نقش میانگین‌های متحرک را دارند و بالعکس میانگین متحرک فیلترهای پائین گذر می‌باشند که در تجزیه موجکی سیگنال حاصل می‌شوند. همچنین

خوبی داشته باشد وجود ندارد. چرا که مقادیر هر دو فیلتر میانگین متحرک و زیر سری تقریبی کاملاً استوکاستیک می‌باشند. همان طور که در شکل‌های صفحه قبل دیده می‌شود زیر سری‌های تقریبی دارای تطابق بسیار خوبی با میانگین متحرک هستند و عملکرد آنها در حذف نویزها مشابه می‌باشد.

پارامترهای مقیاس و انتقال موجک مادر در تجزیه موج اصلی توسط تبدیل موجکی طوری برنامه‌ریزی شد که با میانگین‌های متحرک مختلفی که انتخاب شد بهترین تطابق را داشته باشند. در این مقاله هدف نشان دادن قرار گرفتن میانگین متحرک در زمره امواج تجزیه شده در موجک بوده و در نتیجه به عنوان فیلترهای استخراج فرکانس‌های خاص از آن می‌توان استفاده نمود.

نکته مهمی که در بین نتایج مشهود است، این است که هر یک از میانگین‌های متحرک فقط با یکی از زیر سری‌های تقریبی همپوشانی بسیار بالا دارند، به طوری که بعد از رسیدن به اولین زیر سری تقریبی که همپوشانی بالا با میانگین متحرک دارد، با افزایش سطح تجزیه از همبستگی بین دو فیلتر کاسته می‌شود. به نظر می‌رسد که دلیل این رویداد به علت بالا رفتن سطح صاف کردن زیر سری تقریبی همزمان با افزایش سطح تجزیه است. در حالی که سطح صاف کردن میانگین متحرک همچنان ثابت می‌ماند. همچنین رستمی و همکاران (۱۳۹۱) دبی جریان ماهانه ليقوان چای را توسط تبدیل موجکی پیش‌بینی نموده و دلیل دستیابی به دقت بالای پیش‌بینی را تجزیه سیگنال پیچیده دبی ماهانه توسط تبدیل موجکی به چند زیر سری ساده‌تر دانستند که باعث تحلیل راحت‌تر دبی گردید. طوفانی و همکاران (۱۳۹۰) نیز با استفاده از تبدیل موجکی بارندگی ماهانه ایستگاه زرینگل را پیش‌بینی نمودند و در نهایت به همبستگی ۸۴ درصد میان داده‌های مشاهداتی و محاسباتی دست یافتند. در این دو تحقیق سیگنال تا جایی تجزیه شد تا زیر سری تقریبی به روند (شکل کلی و صاف شده سری) برسد. دلیل این امر پیش‌بینی دقیق‌تر سیگنال توسط تبدیل موجکی با زیر سری تقریبی با سطح بالاتر بود. زیرا واریانس زیر

افزایش سطح تجزیه و در نتیجه افزایش مقیاس در تجزیه موجکی سبب بالا رفتن حذف نویز در زیر سری تقریبی می‌گردد که این امر در نهایت باعث مدل‌سازی دقیق‌تر دبی روزانه خواهد شد.

منابع مورد استفاده

ابراهیمی ل و بارانی غ، ۱۳۸۴. آنالیز موجکی دبی های ورودی به مخزن سد و نیار تبریز. صفحه‌های ۲۳۳۵ تا ۲۳۴۲ مجموعه مقالات دومین کنفرانس سراسری آبخیزداری و مدیریت منابع آب و خاک، ۳-۴ اسفندماه، دانشگاه کرمان، کرمان. رستمی م، فاخری فردا، قربانی م، دربندی ص و دین پژوهی، ۱۳۹۱. بررسی کاربرد آنالیز موجک در پیش‌بینی دبی رودخانه علوم و مهندسی آبیاری (مجله علمی کشاورزی)، جلد ۲۵، شماره ۲. صفحه‌های ۷۳-۸۱. طوفانی پ، مساعدی ا و فاخری فردا، ۱۳۹۰. پیش بینی بارندگی با استفاده مستقیم از نظریه موجک (مطالعه موردی: ایستگاه بارانسنجی زرینگل استان گلستان)، نشریه آب و خاک (علوم و صنایع کشاورزی)، جلد ۲۵، شماره ۵، آذر - دی، صفحه‌های ۱۲۱۷-۱۲۲۶.

مهدیخانی ح و ابریشم چی ا، ۱۳۸۵. تخمین هوشمند دبی جریان ورودی به مخزن با استفاده از مدل تلفیقی شبکه عصبی و تبدیلات موجک. (مطالعه موردی: سد مخزنی دز)، دومین کنفرانس مدیریت منابع آب ایران، ۳-۴ بهمن، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان.

- Daubechies I, 1990. The wavelet transform time-frequency localization and signal analysis. IEEE Trans Inform Theory 36: 961-1004.
- Donho LD and Johnstone IM, 1995. Adapting to unknown smoothness via *wavelet* shrinking, Journal of American State Assoc 90: 1200-1224.
- Farahani SD and Kowsary F, 2010. Comparison of the mollification method, wavelet transform and moving average filter for reduction of measurement noise effects in inverse heat conduction problems transaction B: Mechanical Engineering. Sharif University of Technology 17(4): 301-314.
- Grossman A and Morlet J, 1984. Decomposition of hardy function into square integrable wavelets of constant shape. SIAM Journal of Mathematical Analysis 15: 732-736.
- Lucero OA and Rodriguez NC, 2000. Statistical characteristics of inter decadal fluctuations in the Southern Oscillation and the surface temperature of the equatorial Pacific. Atmospheric Research 54: 87-104.
- Mallat S, 1989. Throries for multi resolution signal decomposition: the wavelet representation, IEEE Pattern Anal and Machine Intell 11(7): 93-674.
- Morlet J, Arehs G, Fourgeao I and Giard D, 1982. Wave propagation and sampling theory. Geophysics 47(2): 203- 221.
- Nakken M, 1999. Wavelet analysis of rainfall-runoff variability isolating climatic from anthropogenic patterns. Environ Modelling Software 14: 283-295.
- Partal T and Kisi O, 2007. Wavelet and neruro- fuzzy conjunction model for precipitation forecasting. Journal of Hydrology 342: 199- 212.
- Rioul O and Vetterli M, 1991. Wavelet and signal processing. IEEE Signal Processing Magazine 8:14-38.
- Satyaji R and Krishna B, 2009. Modeling hydrological time series data using wavelet neural network analysis. Joint International Convention of Assembly and 37th IAH Congress Water: A Vital Resource under Stress. 6-12 September, Delhi. India.
- Sifuzzaman M, Islam MR and Ali MZ, 2009. Application of wavelet transform and its advantages compared to fourier transform. Journal of Physical Sciences 13:121-134.
- Wornell G.W, 1996. Signal Processing with Fractals: A Wavelet- Based Approach. Prentice- Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- Zhang P, Geng R and Shen G, 2002. Application of wavelet Transform of acoustic emission testing. Journal of non-destructive testing 24(10):436-442.