

پیش بینی جریان سالانه رودخانه با استفاده از مدل خودهمبسته تجمعی میانگین متحرک و رگرسیون فازی

لاله پرویز^{۱*}، مجید خلقی^۲ و احمد فاخری فرد^۳

تاریخ پذیرش: 87/6/10

1- دانشجوی دکتری، مهندسی منابع آب، دانشگاه تهران

2- گروه مهندسی آب، دانشگاه تهران

3- گروه مهندسی آب، دانشگاه تبریز

*مسئول مکاتبه E-mail: lparviz@ut.ac.ir

چکیده

رشد روزافزون جمعیت و محدودیت منابع آب سطحی در کشور، لزوم پیش‌بینی دقیق‌تر مقدار آورد رودخانه را به دلیل اهمیت در برنامه‌ریزی و مدیریت منابع آب از جمله بهره‌برداری از مخازن و طراحی سازه‌های کنترل سیلاب با استفاده از ابزارها و روش‌های نوین مدل‌سازی می‌طلبد. در این راستا، مدل‌های سری زمانی از دیرباز مورد توجه هیدرولوژیست‌ها بوده‌اند. هدف این تحقیق، ارزیابی کارایی دو رهیافت کلی مدل سری زمانی و رگرسیون فازی در پیش‌بینی جریان سالانه رودخانه می‌باشد. در مدل خودهمبسته تجمعی میانگین متحرک از رهیافت سری زمانی، کارایی روش‌های درست‌نمایی شرطی و درست‌نمایی غیر شرطی در تخمین پارامترهای مدل مورد بررسی قرار گرفت. در مدل رگرسیون فازی، به منظور در نظر گرفتن عدم قطعیت حاکم بر سیستم‌های طبیعی، از تابع عضویت مثلثی متقارن و نامتقارن استفاده شد. به منظور مقایسه کارایی دو مدل مذکور در پیش‌بینی جریان سالانه، آمار آبدهی برخی از ایستگاه‌های حوضه آبریز دریاچه ارومیه بکار گرفته شد. نتایج نشان دادند که در بین روش‌های تخمین پارامترها، روش درست‌نمایی غیرشرطی به عنوان روش کارآمد در تخمین پارامترهای مدل *ARIMA* می‌باشد. مقایسه جریان‌های سالانه پیش‌بینی شده توسط مدل‌های *ARIMA* و رگرسیون فازی براساس معیارهایی مانند *RMSE*، دلالت بر عملکرد بهتر رهیافت رگرسیون فازی نسبت به مدل سری زمانی داشت. عملکرد بهتر تابع عضویت مثلثی متقارن نسبت به نوع نامتقارن آن از حیث در نظر گرفتن عدم قطعیت حاکم بر مسئله مدل‌سازی از دیگر نتایج این تحقیق می‌باشد.

واژه‌های کلیدی: تخمین پارامتر، حوضه آبریز دریاچه ارومیه، رگرسیون فازی، ماکزیمم درست‌نمایی، مدل *ARIMA*

Forecasting Annual Streamflow Using Autoregressive Integrated Moving Average Model and Fuzzy Regression

L Parviz^{1*}, M Kholghi² and A Fakherifard³

¹Ph.D Student, Water Resources Engineering, University of Tehran

²Department of Water Engineering University of Tehran

³Department of Water Engineering, University of Tabriz

*Corresponding author: E-mail:lparviz@ut.ac.ir

Abstract

Steadily increase in the world's population and the lack of sufficient water resources, call for accurate forecasting of streamflow using efficient methods in planning and management of water the available resources such as reservoirs. For this aim, time series models have been long considered by the hydrologists. The goal of this research was to investigate stochastic model (ARIMA) and fuzzy regression performance for the annual streamflow forecasting. The parameter estimation methods of ARIMA model are conditional and unconditional likelihood. Fuzzy regression has been used symmetric and non-symmetric triangular membership for regarding the uncertainties of real systems. For the comparison of ARIMA and fuzzy regression performance, streamflow data of some tributaries of Urmia lake basin were employed. Results indicated that unconditional likelihood is the best method as compared to the other parameter estimation methods. Comparison between the forecasted and observed streamflow series using the two models revealed that fuzzy regression has the best fit to the observed streamflow data. The performance of symmetric triangular membership was better than non- symmetric.

Keywords: ARIMA model, Fuzzy regression, Maximum likelihood, Urmia lake basin, Parameter estimation

مقدمه

نمایش پدیده مورد نظر است. در دستیابی به این هدف، تخمین پارامترهای مدل برای تامین بهترین برآزش با داده های واقعی نقش اساسی دارد زیرا که برآورد اشتباه پارامترها منجر به اریبی و پیش بینی های غیر قابل قبول خواهد شد (مشکانی ۱۳۷۱). در بین مدل های معمول سری های زمانی هیدرولوژیکی، استفاده از مدل خود همبسته تجمعی میانگین متحرک (ARIMA) در پیش بینی جریان رودخانه دارای سابقه طولانی می باشد.

تبیین پدیده های هیدرولوژیکی به صورت سری های زمانی به علت عدم پیروی این پدیده ها از قوانین مشخص و معین می باشد به طوری که هدف تجزیه و تحلیل اطلاعات گذشته سری در جهت تعمیم الگوی برآوردی یا مدل پیشنهادی به آینده می باشد. در تمام مراحل مدلسازی هدف ایجاد مدل هایی با فرم ساده، حداقل تعداد پارامترها و رسایی مدل از لحاظ توان

تئوری مجموعه های فازی است. در تحلیل رگرسیون آماری خطای محاسباتی بین داده های مشاهداتی و مدل رگرسیونی متغیری تصادفی با توزیع نرمال است ولی در رگرسیون فازی خطا به صورت میزان فازی بودن ساختار مدل می باشد (چنگ و ایوب 2001). برای اولین بار لطفی زاده در سال 1965 مفاهیم مجموعه های فازی را بیان کرد و کاربردهایی از داده های فازی در مدل های رگرسیونی را پیشنهاد داد (زاده 1965). در اوایل رگرسیون فازی با در نظر گرفتن مینیم میزان شاخص فازیت (میزان عدم قطعیت) مورد توجه قرار گرفت (تاناکا و همکاران 1982). همچنین مقایسه ای بین مدل های مختلف رگرسیون فازی انجام و به تفاوت های رگرسیون فازی و معمولی نیز اشاره شده است (رادان و ودال، 1994). مقایسه ای بین رگرسیون فازی و رگرسیون معمولی توسط چنگ و ایوب (2001) انجام گرفت. سه روش رگرسیون فازی مورد استفاده شامل حداقل کردن میزان فازیت به عنوان یک معیار بهینه سازی، حداقل مربعات به عنوان معیار برازش و تحلیل رگرسیون فاصله ای با رگرسیون آماری بوده است (چنگ و ایوب، 2001). ویو (2003) روشی را برای تخمین پارامترهای رگرسیون خطی فازی با کمک "Resolution Identity" در تئوری مجموعه های فازی ارائه داد (ویو 2003). یک روش جدید با تغییراتی در قسمت بهینه سازی رگرسیون فازی جهت محاسبه ضرایب رگرسیون فازی ابتدا با در نظر گرفتن متغیرهای وابسته بصورت فازی و سپس فازی بودن متغیرهای وابسته و مستقل ارائه شده است. از محدودیت های روش عدم بکارگیری این روش برای توابع عضویت مثلثی نامتقارن می باشد (حجتی و همکاران 2005).

هدف این تحقیق بررسی عملکرد دو رهیافت مدل سری زمانی (مدل *ARIMA*) و رگرسیون فازی با تابع عضویت مثلثی در پیش بینی جریان سالانه رودخانه می باشد. در این راستا اثر روش های تخمین پارامترهای مدل سری زمانی و همچنین تاثیر دو تابع عضویت مثلثی

کارسون و همکاران (1970) برای اولین بار سری های سالانه جریان رودخانه را با مدل *ARIMA* مدلسازی کردند که کاربردهای زیادی در هیدرولوژی داشته است. روند پایه ای مدل های *ARIMA* توسط باکس و جنکینز (1976) و براک ول و دیویس (1987) بیان شده است، سپس تغییرات و تصحیحاتی در مورد این مدل در دهه های هفتاد و هشتاد میلادی انجام گرفته است (مونتاناری و همکاران 1997) بطوری که از مدل فصلی خودهمبسته تجمعی میانگین متحرک (*SARIMA*) در مدلسازی سری زمانی جریان رودخانه استفاده شد (دلور و همکاران 1976). تحقیقاتی نیز در زمینه تخمین پارامترهای مدل *ARIMA* انجام گرفت به عنوان نمونه بررسی فرم های مختلف تابع درست نمایی مدل *ARMA* با هدف جستجوی نقطه حداکثر با روش های بهینه سازی (اوبداگ و هارنبوچی، 2006) و استفاده از تداوم تخمین گر حداکثر درست نمایی (شاین و لی، 2000). مقایسه بین عملکرد دو مدل *ARIMA* و *Thomas Fiering* در پیش بینی جریان رودخانه و کیفیت آب، حاکی از عملکرد بهتر روش *Thomas Fiering* بوده است (کرینس و همکاران 2005). کمالی و همکاران (1385) از مدل *SARIMA* برای پیش بینی جریان ماهانه ورودی به مخزن سد شهید عباسپور استفاده کردند. مقایسه نتایج مدل با داده های اندازه گیری شده، حکایت از کارایی قابل قبول مدل دارد (کمالی و همکاران 1385).

از طرفی دیگر تحلیل رگرسیون یکی از مهم ترین ابزار آماری مورد استفاده توسط هیدرولوژیست ها می باشد. اساس تمام آنها ساختن یک مدل (معادله پیش بینی) بر اساس داده های مشاهداتی است. در برخی از موارد به علت پیچیدگی زیاد ساختار سیستم های مورد بررسی و عدم قطعیت متغیرهای مورد استفاده، تئوری مجموعه های فازی در تحلیل رگرسیون ابزار مناسبی جهت مدلسازی با استفاده از توابع عضویت فازی می باشد. روش رگرسیون آماری براساس قوانین احتمالات و رگرسیون فازی هم براساس تئوری احتمالات و هم

خودهمبسته، q_i : پارامترهای مدل میانگین متحرک، p : مرتبه مربوط به مدل خودهمبسته، q : مرتبه مربوط به مدل میانگین متحرک، d : مرتبه مربوط به تفاضل، B : عملگر پسرو. q_i : این پارامتر برای $d=0$ و $d>0$ نقش های متفاوتی دارد. اگر $d=0$ فرآیند اولیه ایستا است و q_0 به میانگین فرآیند بستگی دارد و از رابطه ۲ قابل محاسبه است. با این وجود وقتی که $d>1$ است اغلب آن را از مدل حذف می کنند مگر این که واقعاً لازم باشد.

$$q_0 = m(1 - \sum_{i=1}^p f_i) \quad [2]$$

m : میانگین، f_i : پارامترهای مدل خودهمبسته (سالاس و همکاران، ۱۹۸۸). مراحل مدلسازی در سری های زمانی بر اساس روند تکراری باکس و جنکینز که در شکل ۱ نشان داده شده است، می باشد (والنوزیولا و همکاران ۲۰۰۴).

انجام می گیرد. معیار مورد استفاده در این تحقیق تست معیار آکائیک (AIC^1) است.

$$AIC(i) = N \ln(S_{ei}^2) + 2n_i \quad [3]$$

i : دلالت بر تعداد مدل های منتخب، n : تعداد پارامترها (مجموع مرتبه های مدل خودهمبسته و میانگین متحرک)، N : تعداد داده های مشاهداتی، S_{ei} : انحراف معیار مدل. این تست بر این مبنا استوار است که هر مرتبه ای که معیار آکائیک کمتر داشته باشد برآزش بیشتری با سری مشاهداتی خواهد داشت. دو مرحله بعدی تخمین پارامتر و کنترل صحت مدل است. یکی از مهمترین مراحل روند باکس و جنکینز تخمین پارامترهای مدل می باشد. روش های مختلفی به منظور تخمین پارامترهای مدل $ARIMA$ وجود دارد که برخی از آنها شامل روش های روابط ضرایب خود همبستگی برحسب پارامترهای مدل، درستی شری و غیرشرطی می-

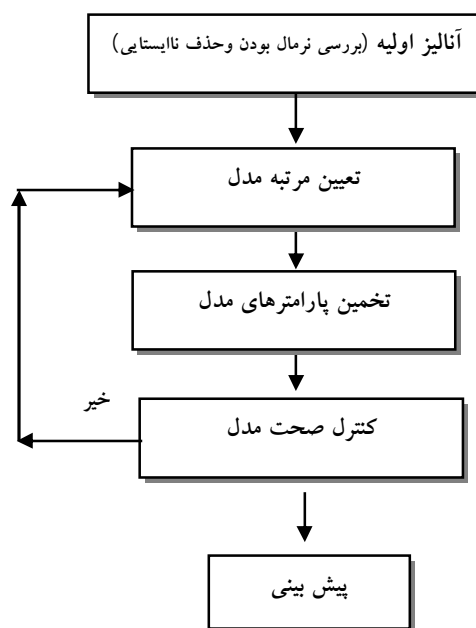
مقارن و نامقارن رگرسیون فازی در پیش بینی جریان مورد بررسی قرار گرفته است. علت استفاده از روش رگرسیون فازی توجه کم به عدم قطعیت در ساختار مدل های کلاسیک پیش بینی جریان رودخانه می باشد.

مواد و روش ها

مدل خودهمبسته میانگین متحرک ($ARMA$) برای مدلسازی سری های زمانی ایستا و مدل $ARIMA$ برای مدلسازی سری های زمانی نایستا کاربرد دارند. از جمله روش های تبدیل سری نایستا به سری ایستا استفاده از روش تفاضل گیری سری نایستا است. ساختار ریاضی مدل $ARIMA$ بصورت رابطه ۱ می باشد.

$$f_p(B)(1-B)^d Z_t = q_0 + q_q(B)e_t \quad [1]$$

$[Z_t]$: سری اصلی، $[e_t]$: سری تصادفی با میانگین صفر و واریانس f_i, S_e^2 : پارامترهای مدل



شکل ۱- مراحل مدلسازی سری های زمانی

در این روند تکراری تعیین مرتبه های مدل بعد از آنالیز اولیه و شناسایی مدل با استفاده از برخی معیارها

¹ Akaike Information Criterion

درست‌نمایی بیشتر به صورت توان می‌باشد و از طرف دیگر حداکثر کردن لگاریتم یک تابع با حداکثر کردن خود تابع هم ارز است لذا برای سهولت محاسبات، حداکثر درست‌نمایی بر روی لگاریتم تابع انجام می‌گیرد. در این روش از تابع فراوانی خطاها که از توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس σ_e^2 پیروی می‌کنند، استفاده شده است. تابع چگالی احتمال خطاها به صورت رابطه زیر می‌باشد.

$$f(e_t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_e^2}} e^{-\frac{(e_t - \bar{e})^2}{2\sigma_e^2}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_e^2}} e^{-\frac{e_t^2}{2\sigma_e^2}} \quad [8]$$

بعد از اعمال تابع درست‌نمایی و سپس لگاریتم‌گیری از آن رابطه زیر حاصل می‌شود.

$$LL = -N \ln(\sqrt{2\pi\sigma_e^2}) - \frac{1}{2\sigma_e^2} \sum_{t=1}^N e_t^2 \quad [9]$$

یکی از گزینه‌های ماکزیم نمودن لگاریتم تابع درست‌نمایی، کاهش مقدار $\sum_{t=1}^N e_t^2$ می‌باشد، به عبارتی دیگر حداقل کردن مقدار $\sum_{t=1}^N e_t^2$ ، که منجر به روش کمترین مربعات می‌شود. حال جهت مینیم کردن مجموع مربعات خطاها دو روش درست‌نمایی شرطی و غیرشرطی بیان می‌شود.

درست‌نمایی شرطی

وقتی تعداد نمونه‌ها متوسط و یا بزرگ باشد می‌توان یک تقریب مناسبی از درست‌نمایی غیر شرطی را با استفاده از درست‌نمایی شرطی و استفاده از مقادیر اولیه خطاها و سری تفاضلی بدست آورد. در مدل $ARIMA$ مقدار e_t از معادله 10 بدست می‌آید (مشکانی 1371).

باشد. در بخش بعد هر یک از روش‌های تخمین مذکور، به اختصار شرح داده شده‌اند.

روش‌های تخمین پارامترهای مدل $ARIMA$

استفاده از فرمول‌های ضرایب خود همبستگی برحسب پارامترهای مدل

در این روش با تشخیص مرتبه‌های مدل، نمایی از شکل مدل مشخص می‌شود و سپس با تابع خود همبستگی بدست آمده (ρ_k) پارامترهای مدل تعیین می‌شوند. به عنوان مثال در مورد مدل $ARMA(1,1)$ تابع خودهمبستگی را می‌توان با روابط زیر بدست آورد (سالاس و همکاران 1988).

$$r_0 = 1 \quad [4]$$

$$r_1 = \frac{(f_1 - q_1)(1 - f_1 q_1)}{1 + q_1^2 - 2f_1 q_1} \quad [5]$$

$$r_k = f_1 r_{k-1} \quad k \geq 2 \quad [6]$$

روش حداکثر درست‌نمایی

اگر از یک جامعه تعدادی نمونه تصادفی در نظر گرفته شود، مقدار حاصلضرب تابع چگالی احتمال بازای مقادیر متغیر x_1, x_2, \dots, x_N ، تابع درست‌نمایی توزیع مربوطه نامیده می‌شود.

$$L = \prod_{i=1}^N f(x_i, a) \quad [7]$$

a : پارامترهای مجهول، L : تابع درست‌نمایی

و $f(x_i, a)$: تابع فراوانی.

اصل درست‌نمایی بیان می‌کند (با فرض اینکه مدل موردنظر درست باشد) همه اطلاعاتی را که داده‌ها درباره پارامترها در بر می‌گیرند در تابع درست‌نمایی نهفته است. روش حداکثر تابع درست‌نمایی بر این اصل استوار است که پارامترهای توزیع چنان برآورد شوند که بازای آمار داده شده تابع درست‌نمایی حداکثر باشد. از آنجائی که تابع

پریدهای قبل از دو معادله پسر و پیشرو استفاده می شود.

معادله پیشرو

$$f(B)\tilde{W}_t = q(B)e_t \quad [11]$$

معادله پسر

$$f(F)\tilde{W}_t = q(F)e_t \quad [12]$$

برای محاسبه پیش‌بینی‌های گذشته سری، ابتدا رابطه پسر و بکار برده می شود و بخاطر خاصیت ایستایی مدل خود همبسته برآوردهای $[\tilde{W}_t]$ در عمل بازم مقدار محدودی از w ها در نقطه $t=-Q$: زمانی است که W ها تقریباً صفر می شوند) اساساً برابر صفر خواهند بود. پس به طور کلی، مجموعه دوگانی برای تولید امید ریاضی شرطی (به شرط θ و φ) با گرفتن امید ریاضی از معادلات پسر و پیشرو حاصل می شود، ابتدا از رابطه $f(F)[\tilde{W}_t] = q(F)[e_t]$ استفاده می شود تا پیش‌بینی‌های گذشته سری ایجاد شوند و سپس از رابطه $f(B)[\tilde{W}_t] = q(B)[e_t]$ استفاده می شود تا مقادیر $[e_t]$ تولید شوند. بعد از محاسبه W ها و ε ها از طریق رابطه پیشرو شروع به محاسبه e_t می شود و برای هر کدام از مجموعه پارامترها که مجموع مربعات حداقل بود، آن مجموعه انتخاب می شود. در این روش می توان محاسبات بازگشتی را با استفاده از روابط 13 و 14 پیش برد (مشکانی، 1371)

$$[e_{-j}|f, q, W] = 0 \quad j = 0, 1, 2, \dots \quad [13]$$

$$[e_{-j}|q, f, W] = 0 \quad j > Q-1 \quad [14]$$

رگرسیون فازی

منطق فازی ابزاری توانمند جهت حل مسایل مربوط به سیستم های پیچیده ای که درک آنها مشکل و یا

$$e_t = \tilde{W}_t - f_1 \tilde{W}_{t-1} - \dots - f_p \tilde{W}_{t-p} + q_1 e_{t-1} + \dots + q_q e_{t-q} \text{ and} \\ E[W_t] = m, \tilde{W}_t = W_t - m \quad [10]$$

که W_t سری تفاضلی Z می باشد. بدلیل مشکل بودن شروع معادله تفاضلی 10 نمی توان W ها را بلافاصله در رابطه قرارداد تا مقادیر ε ها محاسبه شوند. اما با فرض اینکه در آغاز محاسبات P مقدار W_* از W ها و q مقدار e_* از ε معلوم باشند، در این صورت مقادیر e_1, e_2, \dots, e_n مشروط به مقادیر آغازین را می توان به ترتیب از معادله 10 محاسبه نمود.

در این حالت نیاز به انتخاب مقادیر آغازی برای محاسبه شرطی است و همان طور که بیان شد وقتی تعداد نمونه ها متوسط و یا بزرگ باشد می توان یک تقریب کافی از درست‌نمایی غیر شرطی را با استفاده از درست‌نمایی شرطی و با قرار دادن مقادیر مناسب بجای e_*, W_* در معادله 10 بدست آورد. یک شیوه کار این است که عناصر e_*, W_* مساوی امید ریاضی غیر شرطی آنها قرار داده شوند. امید ریاضی غیر شرطی e_* صفر است و اگر امید ریاضی غیر شرطی W_* ، صفر باشد، صفر قرار داده می شود و اگر مخالف صفر باشد می توان از میانگین سری بجای هر یک از عناصر W_* استفاده کرد. بنابراین روند کلی در این روش به منظور تخمین پارامترهای مربوطه به این ترتیب است که ابتدا با در نظر گرفتن شرایط اولیه و در نظر گرفتن محدوده‌هایی برای پارامترها، مجموع مربعات خطاها برای هر کدام از پارامترها محاسبه شده و پارامترهای مربوط به مینیمم مجموع به عنوان پارامتر منتخب در نظر گرفته می شوند.

درست‌نمایی غیر شرطی یا محاسبه مجموع توان‌های دوم غیر شرطی

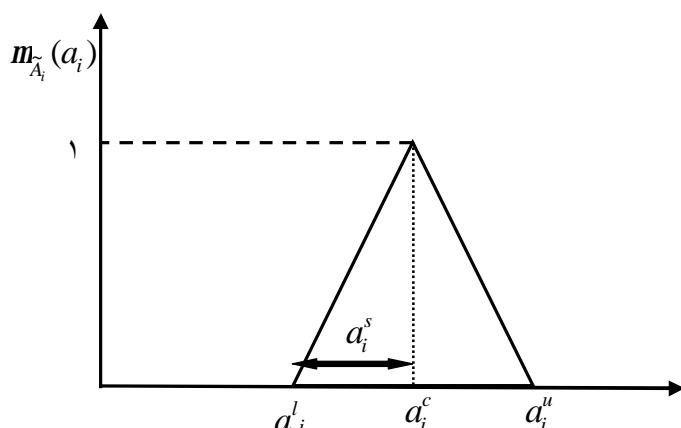
در حالت شرطی، از مقادیر شرطی W و ε جهت تخمین پارامترها استفاده می شود ولی در روش درست-نمایی غیر شرطی جهت محاسبه مقادیر صحیح W و ε در

[17]

$$m_{\tilde{Y}}(y) = \begin{cases} \max_{(a_1, \dots, a_n)} \left\{ \min \tilde{m}_{A_j}(a_j) \right\} & \text{if } f^{-1}(y, x) \neq \emptyset \\ 0 & \text{در غیر اینصورت} \end{cases}$$

ضرایب فازی با در نظر گرفتن توابع عضویت مثلثی

مقارن به دو صورت $\tilde{A}_i = \{a_i^u, a_i^l\}$ و $\tilde{A}_i = \{a_i^c, a_i^s\}$ تعریف می‌شوند. که ضرایب همراه با اندیس l, u, s, c به ترتیب مرکز و پهنای تابع عضویت و حدود بالا و پایین را نشان می‌دهند. شکل 2 تابع عضویت مثلثی مقارن یک عدد فازی را نشان می‌دهد (ین و همکاران 1999).



شکل 2- تابع عضویت مثلثی مقارن ضرایب فازی

مدل رگرسیون امکانی بهترین معادله رگرسیون را با حداقل کردن میزان فازی بودن بدست می‌آورند. این کار را با حداقل کردن مجموع کل پهنای توابع عضویت ضرایب فازی معادله رگرسیون انجام می‌دهند. بنابراین برای دستیابی به بهترین برازش باید یک مدل بهینه سازی تهیه گردد. در صورتی که از توابع عضویت مثلثی برای نمایش اعداد فازی این مدل ها استفاده شود رگرسیون فازی را می‌توان در قالب یک مساله برنامه ریزی خطی فرموله و حل نمود. هدف مدل رگرسیون

مسائلی که وابسته به استدلال، تصمیم گیری و استنباط بشری می باشد، بشمار می آید. به همین دلیل بهترین وسیله برای مدلسازی سیستم‌هایی است که دارای پیچیدگی زیاد بوده و داده‌های کافی از آنها موجود نیست و یا اطلاعات آنها مبهم و غیر صریح می‌باشد. استفاده از این ابزار در رگرسیون فازی سبب ارتقاء این مدل از یک مدل آماری محض به سمت مدلی با قابلیت و کارایی بیشتری با تاکید بر در نظر گرفتن عدم قطعیت حاکم بر مسئله شده است (کوره پزان 1384).

هدف اصلی در مدل رگرسیون پیدا کردن مدل ریاضی مناسب و تعیین ضرایب مدل با هدف بهترین برازش نتایج مدل رگرسیون با مقادیر مشاهداتی می باشد. اختلاف بین مقادیر مشاهداتی و تخمینی ناشی از خطای مشاهداتی است ولی این تفاوت در رگرسیون فازی ناشی از ابهام در ساختار سیستم می باشد (ین و همکاران، 1999). مدلسازی خطی فازی که به صورت معادله 15 نشان داده می شود مبین وابستگی متغیرهای ورودی و خروجی می باشد.

$$\tilde{Y} = \tilde{A}_0 + \tilde{A}_1 x_1 + \dots + \tilde{A}_n x_n \quad [15]$$

$$\tilde{A} = (\tilde{A}_0, \tilde{A}_1, \dots, \tilde{A}_n) \quad [16]$$

\tilde{Y} و \tilde{A} به ترتیب ضرایب و خروجی فازی و x مقادیر مشاهداتی می باشند. هدف این است که براساس یک مجموعه از داده های مشاهداتی ضرایب فازی معادله به گونه ای بدست آورده شود که معادله مزبور بهترین برازش بر روی مقادیر مشاهداتی را داشته باشد. در این تحقیق، اثر تابع عضویت مثلثی در دو حالت مقارن و نامقارن به منظور در نظر گرفتن ضرایب فازی رگرسیون بررسی شده است.

رگرسیون فازی با توابع عضویت مثلثی مقارن

در این حالت توابع عضویت متغیر فازی خروجی به صورت زیر تعریف می‌شود:

همچنین مدل برنامه ریزی خطی تعیین ضرایب معادله رگرسیون در ادامه آورده شده است.

تابع هدف:

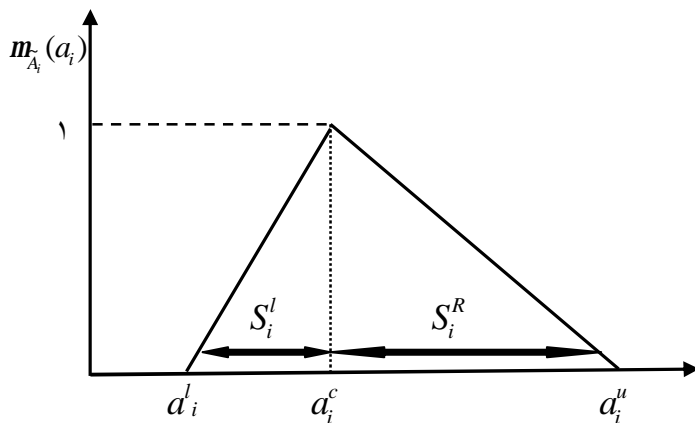
$$\text{Minimize } (1+k_0)S_i^l + \sum_{i=1}^n \left[(1+k_i)S_i^l \sum_{j=1}^m |x_{ji}| \right] \quad [22]$$

قیود:

$$(1-h)S_0^l + (1-h) \sum_{i=1}^n S_i^l |x_i| + \sum_i a_i^p x_i + a_0^p \leq y_j \quad [23]$$

$$(1-h)k_0 S_0^l + (1-h) \sum_{i=1}^n k_i S_i^l |x_i| - \sum_i a_i^p x_i - a_0^p \leq -y_j \quad [24]$$

در دو مدل برنامه ریزی مذکور، مقدار دقیق پارامتر سطح اعتماد تابع عضویت متغیرهای فازی (h) و همچنین فاکتور چولگی معلوم نیست و باید با آنالیز حساسیت بدست آید (بین و همکاران ۱۹۹۹ و کوره پزان ۱۳۸۴).



شکل ۳- تابع عضویت مثلثی نامتقارن ضرایب فازی

ارزیابی مدل ها

به منظور ارزیابی عملکرد مدل می توان از معیارهای مربوطه استفاده کرد. در این تحقیق از معیارهای متوسط خطای نسبی (MRE^l) و خطای ریشه متوسط مربعات ($RMSE^2$) جهت این امر استفاده شده است و ارزیابی

تعیین مقادیر بهینه ضرایب می باشد به گونه ای که درجه عضویت متغیر خروجی فازی برای تمام داده ها از یک

مقدار معین مانند h بزرگتر باشد.

$$m_{\tilde{y}}(y_i) \geq h \quad j = 1, \dots, m \quad [18]$$

$m_{\tilde{y}}$: تابع عضویت متغیر خروجی می باشد. در نهایت مدل برنامه ریزی خطی به صورت زیر می باشد:

تابع هدف:

$$\text{Minimize } ma_0^s + \sum_{i=1}^n a_i^s \sum_{j=1}^m |x_{ij}| \quad [19]$$

قیود:

$$a_0^c + \sum_{i=1}^n a_i^c x_{ij} - (1-h) \left[a_0^s + \sum_{i=1}^n a_i^s x_{ij} \right] \leq y_j \quad [20]$$

$$a_0^c + \sum_{i=1}^n a_i^c x_{ij} + (1-h) \left[a_0^s + \sum_{i=1}^n a_i^s x_{ij} \right] \geq y_j \quad [21]$$

با حل مدل برنامه ریزی خطی فوق، ضرایب رگرسیون فازی بدست می آیند. با قرار دادن مقادیر بدست آمده برای ضرایب در معادله رگرسیون، مقدار متغیر خروجی به صورت فازی تعیین می شود. روش های مختلفی جهت غیر فازی سازی متغیر فازی و تبدیل آن به حالت قطعی وجود دارد که می توان به روش میانه حداکثر، روش مرکز مجموع ها و روش مرکز سطح اشاره کرد (بین و همکاران ۱۹۹۹ و کوره پزان ۱۳۸۴).

رگرسیون فازی با توابع عضویت مثلثی نامتقارن

در این حالت به علت آن که پهنای تابع عضویت در دو طرف مرکز تابع عضویت متقارن نمی باشد پس متغیر جدیدی در معرفی ضریب فازی بوجود خواهد آمد. در این حالت ضرایب فازی به صورت $\tilde{A}_i = \{a_i^l, a_i^p, a_i^r\}$ و یا $\tilde{A}_i = \{s_i^l, a_i^p, s_i^r\}$ که $S_i^R = k_i S_i^l$ تعریف می شود. S_i^l و S_i^R به ترتیب پراکنندگی به سمت راست و چپ را نشان می دهند k_i فاکتورهای چولگی می باشد (شکل ۳).

¹Mean relative error

²Root mean square error

نتایج و بحث

جهت گسترش مدل های سری زمانی سه مرحله شناسایی، تخمین و برازش نکویی (شکل 1) لازم می باشد. در آنالیز اولیه با رسم نمودار سری زمانی مشاهده می شود که یک بار تفاضل گیری جهت تبدیل سری زمانی نایستا به سری زمانی ایستا کافی می باشد. مرحله بعدی مربوط به شناسایی و یا تعیین مرتبه های مدل است. یکی از روش های شناسایی مدل استفاده از نمودارهای تابع خودهمبستگی (همبستگی پیایی) (ACF^1) و تابع خود همبستگی جزئی ($PACF^2$) می باشد. این روش پیچیده است و با افزایش مرتبه های مدل تعیین تاخیرهای نمودار آسان نمی باشد. روش دیگر برای شناسایی مدل استفاده از برخی معیارهای اطلاعاتی مانند تست معیار آکائیک (AIC) می باشد. با توجه به برازش بیشتر با سری مشاهداتی براساس حداقل مقدار AIC به محاسبه معیار AIC سری های زمانی جریان رودخانه ایستگاه و نیار و ایستگاه ورودی سد نهند پرداخته شد. مدل $ARIMA(1,1,1)$ برای سری جریان ایستگاه و نیار و ورودی سد نهند به ترتیب کمترین مقدار AIC (به ترتیب 374/13 و 136/75) را از بین مدل ها با مرتبه های گوناگون داشته است. بعد از مرحله شناسایی مدل نوبت به مرحله تخمین پارامترهای مدل می رسد. در این تحقیق جهت تخمین پارامترهای مدل $ARIMA$ از روش های 1): استفاده از فرمول های ضرایب خودهمبستگی برحسب پارامترهای مدل، 2): درستنمایی شرطی و 3): درستنمایی غیر شرطی استفاده شد.

برای هر کدام از روش های تخمین پارامتر مذکور، در محیط برنامه نویسی $MATLAB$ برنامه هایی توسعه داده شد. در روش های درستنمایی شرطی و درستنمایی غیر شرطی هدف مینیم کردن مقدار خطای مدل (ϵ) می باشد. نمودارهای مجموعه مربعات خطا در برابر پارامترهای مدل در شکل 5 به عنوان نمونه برای ایستگاه

عملکرد مدل براساس کمترین مقدار معیارها خواهد بود (ویو و همکاران 2005).

$$RMSE = \left[\frac{\sum_{i=1}^N (\hat{Q}_i - Q_i)^2}{N} \right]^{\frac{1}{2}} \quad [25]$$

$$MRE = \frac{\sum_{i=1}^N \left| \frac{Q_i - \hat{Q}_i}{Q_i} \right|}{N} \quad [26]$$

Q_i و \hat{Q}_i : به ترتیب جریان مشاهداتی و پیش بینی شده در زمان t ، N : تعداد سال های آماری می باشند.

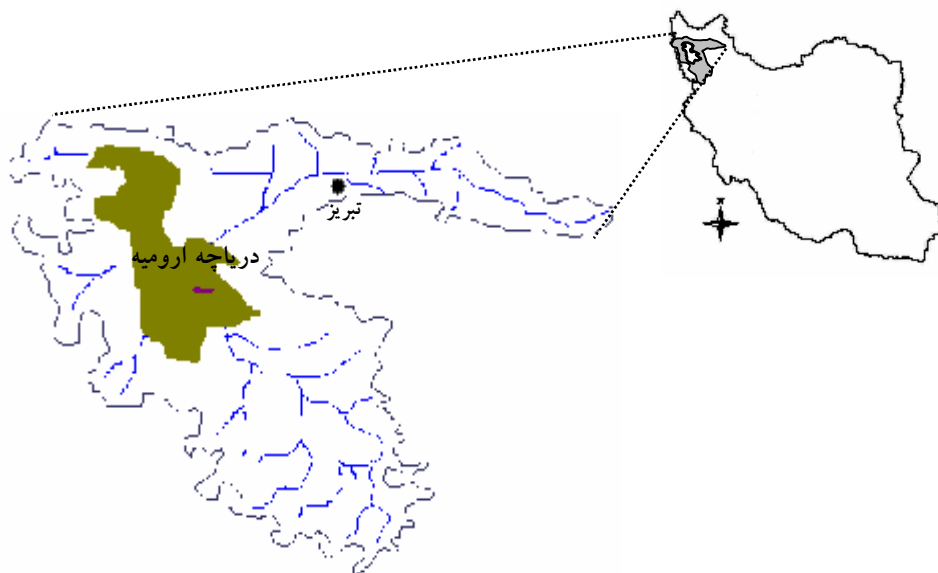
منطقه مورد مطالعه

حوضه آبریز دریاچه ارومیه براساس یکی از تقسیم بندی های حوضه های کشور، جزء یکی از شش حوضه آبریز اصلی کشور است. حوضه دریاچه ارومیه با مساحت 51866 کیلومتر مربع در مختصات جغرافیایی $33^{\circ} 44'$ تا $53^{\circ} 47'$ طول شرقی و $39^{\circ} 35'$ تا $30^{\circ} 38'$ عرض شمالی قرار دارد. در تحقیق حاضر، به منظور ارزیابی عملکرد دو مدل $ARIMA$ و رگرسیون خطی فازی، از آمار آبدی سالانه ایستگاه های هیدرومتری و نیار بر روی رودخانه آجی چای با مختصات $24^{\circ} 46'$ طول جغرافیایی و $07^{\circ} 38'$ عرض جغرافیایی (ایستگاه درجه 1) و ایستگاه ورودی سد نهند با مختصات $29^{\circ} 46'$ طول جغرافیایی و $08^{\circ} 37'$ عرض جغرافیایی (ایستگاه درجه 3) بر روی رودخانه نهند چای استفاده شده است. آمار ایستگاه و نیار 33 سال آمار به ترتیب از سال های (42-1341) تا (74-1373) و ایستگاه ورودی سد نهند 20 سال آمار از سال 1350 تا 1369 می باشد. شکل 4 موقعیت منطقه مورد مطالعاتی را نشان می دهد.

¹Autocorrelation function

²Partial autocorrelation function

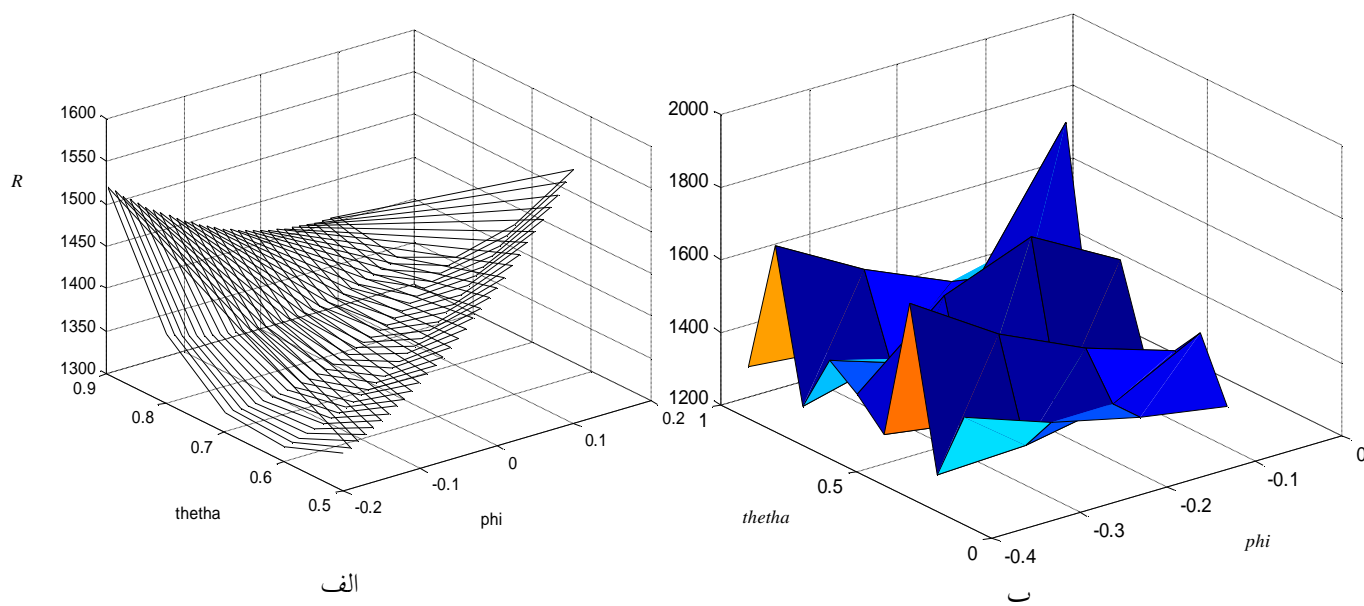
ورودی سد نهند و پارامترهای تخمینی با روش‌های بیان شده در جدول 1 آورده شده اند.



شکل 4- موقعیت منطقه مورد مطالعه

جدول 1- پارامترهای تخمینی مدل *ARIMA* با روش‌های مختلف

ایستگاه نهند		ایستگاه ونیار		روشهای تخمین پارامتر
پارامتر θ	پارامتر Φ	پارامتر θ	پارامتر Φ	
0/1	-0/15	0/9	-0/062	فرمول‌های ضرایب خود همبستگی برحسب پارامترها
0/6	-0/2	0/9	- .1	حداکثر درست‌نمایی شرطی
0/58	-0/15	0/9	-0/12	حداکثر درست‌نمایی غیر شرطی



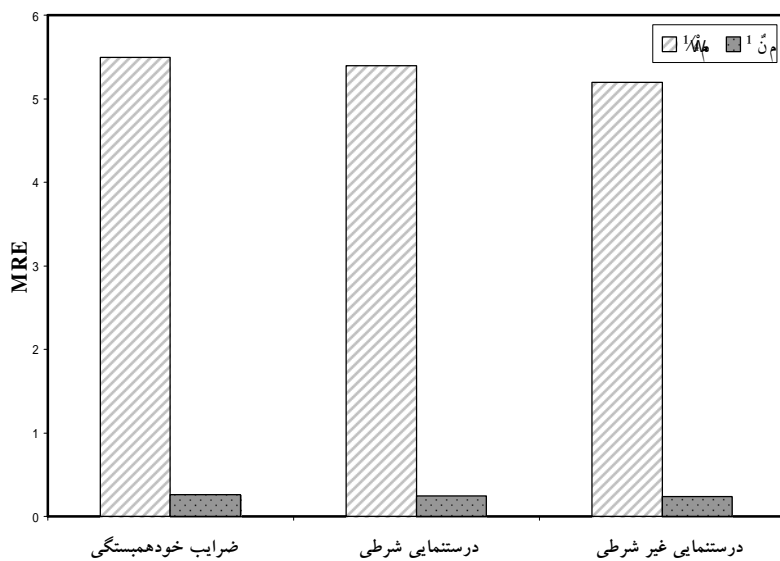
شکل 5- نمودار مجموع مربعات خطا (R) در برابر پارامترها، الف) روش شرطی، ب) روش غیرشرطی

7 نشان داده شده است. هر دو شکل بیانگر آن هستند که مقادیر دو معیار از روش یک به سه کاهش می یابد و مبین بهبود روش های تخمینی می باشد. ولی اختلاف دو معیار در روش دو و سه کم می باشد. معیار دیگر جهت ارزیابی ضریب همبستگی بوده است که مبین این نتایج بودند. جهت مقایسه دو روش درستی شرطی و غیر شرطی از مجموع مربعات خطا استفاده شده است که مقادیر مربوطه در جدول 2 آورده شده است و کمترین مقدار مجموع مربوط به روش تخمینی درستی شرطی می باشد.

به منظور مقایسه عملکرد روش های تخمین پارامترهای مورد استفاده، از پیش بینی مقادیر آینده سری استفاده شد. به این صورت که با استفاده از مجموعه پارامترهای تخمین زده شده بر اساس روش های مذکور، مقادیر آینده سری پیش بینی شده است. برای سری جریان ایستگاه و نیار پیش بینی برای سال های 74- 1373 تا 81- 1381 و برای ایستگاه نهند در سال های 70- 1373 انجام گرفته است. برای ارزیابی جریان های پیش بینی شده با جریان های مشاهداتی از معیارهای $RMSE$ و MRE استفاده شده است. مقادیر $RMSE$ و MRE به طور شماتیک در شکل های 6



شکل 6- ارزیابی عملکرد روش‌های تخمین پارامتر براساس معیار RMSE



شکل 7- ارزیابی عملکرد روش‌های تخمین پارامتر براساس معیار MRE

جدول 2- مقادیر مجموع مربعات خطا

روش‌های تخمین پارامترهای مدل ایستگاه و نیار ایستگاه نهند		
موردنظر		
1317/3	183850	حداکثر درست‌نمایی شرطی
1292/6	182000	حداکثر درست‌نمایی غیر شرطی

رگرسیون فازی

در این حالت رگرسیون فازی تک و دو متغیره مورد بررسی قرار گرفت به گونه ای که در حالت تک متغیره مقدار جریان سالانه در زمان حاضر تنها به یک زمان قبل مربوط می شود و در حالت دو متغیره جریان در حال حاضر حداکثر به دو گام زمانی قبل وابسته است که می توان به صورت روابط (27) و (28) بیان کرد.

$$(y_i^L, y_i^P, y_i^R) \times Q_i = (a_i^L, a_i^P, a_i^R) \times Q_{i-1} + (c^L, c^P, c^R) \quad [27]$$

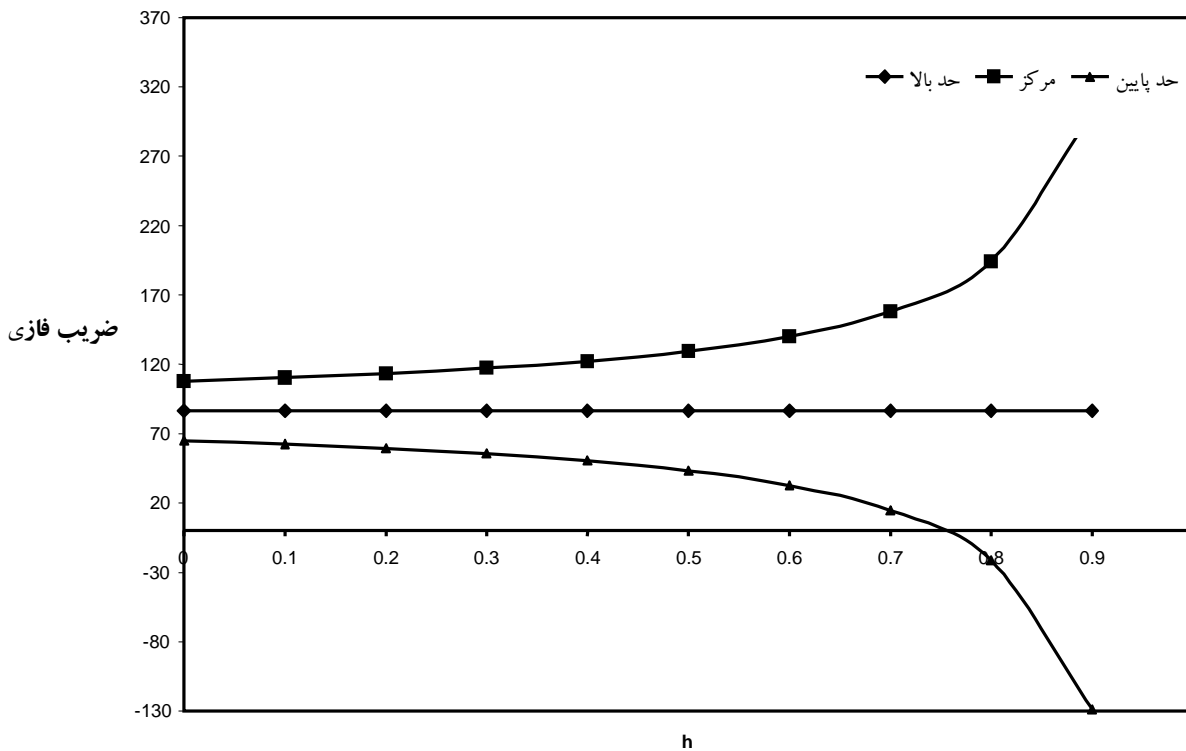
$$(y_i^L, y_i^P, y_i^R) \times Q_i = (a_i^L, a_i^P, a_i^R) \times Q_{i-1} + (b_i^L, b_i^P, b_i^R) \times Q_{i-2} + (d^L, d^P, d^R) \quad [28]$$

رگرسیون فازی با توابع عضویت متقارن

نتایج حاصل از بهینه سازی پارامترهای فازی که بیانگر ضرایب رگرسیون می باشند بازاء مقادیر مختلف h برای حالت های تک و دو متغیره مورد بررسی قرار گرفته اند. ضرایب رگرسیون ایستگاه ونیاز در حالت تک متغیره در جدول 3، مرکز و پهنای تابع عضویت حالت دو متغیره در شکل 8 آورده شده است. پارامتر مربوط به پهنای تابع عضویت میزان فازی بودن هر متغیر را نشان می دهد. انجام آنالیز حساسیت بر روی h بیانگر این است که تغییری در مراکز فازی متغیرهای رگرسیون ایجاد نشده ولی بر میزان گستردگی این متغیرها تاثیر می گذارد به طوری که با افزایش سطح اعتماد (h) بر میزان گستردگی متغیرهای رگرسیون (پهنای اعداد فازی) افزوده می شود. در تعیین ضرایب رگرسیون فازی با روش بهینه سازی با استفاده از برنامه ریزی خطی از نرم افزار *Lingo4* استفاده شده است.

جدول 3- ضرایب رگرسیون فازی بازای مقادیر مختلف سطح اعتماد و عملکرد مدل

$RMSE$	a_0^c	a_0^s	a_1^c	a_1^s	h
207/52	71/92	2/81	0/92	.88	0
196/87	71/92	3/12	0/92	.98	0/1
184/89	71/92	3/51	0/92	1/1	0/2
170/17	71/92	4/01	0/92	1/26	0/3
152/83	71/92	4/68	0/92	1/47	0/4
131/42	71/92	5/62	0/92	1/77	0/5
105/96	71/92	7/03	0/92	2/21	0/6
75/38	71/92	9/37	0/92	2/95	0/7
46/5	71/92	14/06	0/92	4/42	0/8
68/6	71/92	28/12	0/92	8/85	0/9



شکل 8- تغییرات مرکز و گستردگی حالت دو متغیره بازای مقادیر مختلف سطح اعتماد (h)

که روش مورد استفاده در این تحقیق جهت تبدیل متغیر خروجی از حالت فازی به حالت قطعی، روش مرکز سطح می باشد. جدول 4 مقادیر بهینه پارامتر سطح اعتماد را در دو ایستگاه مورد بررسی در دو حالت تک متغیره و دو متغیره نشان می دهد.

جهت پیدا کردن مقدار بهینه پارامتر سطح اعتماد بایستی عملکرد سیستم تحت تاثیر مقادیر مختلف این پارامتر تعیین گردد به این صورت که بازاء مقادیر مختلف h مقادیر خروجی محاسبه و سپس از طریق معیارهایی مانند $RMSE$ گزینه برتر معین می شود. قابل ذکر است

جدول 4- تعیین سطوح بهینه براساس معیار $RMSE$

تک متغیره	دو متغیره	ایستگاه	H بهینه
6/69	-	نهند	0/4
-	6/5	نهند	0/1
46/5	-	ونیار	0/8
-	46/1	ونیار	0/8

به عنوان مثال ساختار رگرسیونی حالت تک و دو

متغیره ایستگاه و نیار به ترتیب براساس روابط 29 و 30 می باشد.

$$Q_t = (0.022, 0) \times Q_{t-1} + (0.71, 0.63) \times Q_{t-2} + (86.37, 21.52) \quad [30]$$

مقادیر $RMSE$ در حالت دو متغیره نسبت به تک

متغیره کمتر می باشد چرا که وابستگی به دو زمان قبل در

$$Q_t = (0.92, 4.42) \times Q_{t-1} + (71.92, 14.06) \quad [29]$$

متغیره کاهش یافته است و مقادیر h بهینه برای هر دو حالت در ایستگاه و نیار 0/9 و در ایستگاه نهند برای حالت تک متغیره 0/1 و برای حالت دو متغیره 0/5 می باشد.

با توجه به ضرایب محاسبه شده مشاهده می گردد که با افزایش فاکتور چولگی مقادیر a_0^s کاهش می یابد و در بین مقادیر ضریب چولگی در جدول 6 k_0 را می توان به عنوان ضریب چولگی غالب دانست. نکاتی که در مقایسه بین نتایج می توان بدست آورد به این صورت می باشد که عملکرد رگرسیون فازی با توابع عضویت متقارن بهتر از رگرسیون فازی با توابع عضویت نامتقارن می باشد که البته حالت دو متغیره هر کدام گزینه منتخب است.

عملکرد مدل اهمیت بسزایی دارد ولی اختلاف بین این مقادیر کم می باشد و دلیل آن در صفر بودن پارامترهای گسترده در ضریب مربوط به حالت دو متغیره می باشد.

رگرسیون فازی با توابع عضویت نامتقارن

در این حالت علاوه بر تغییرات h ، تغییرات ضریب چولگی نیز باید در نظر گرفته شود. به اینصورت که ابتدا بازم فاکتور چولگی مختلف، فاکتور چولگی که بهترین عملکرد سیستم را نشان دهد انتخاب می شود و سپس آنالیز بر روی فاکتور سطح اعتماد انجام می گیرد. در این تحقیق برای برخی از فاکتورهای چولگی متوسط $RMSE$ در جدول 5 محاسبه شده و با مقایسه این مقادیر فاکتور چولگی با مقادیر 0/1 مورد قبول واقع شد. همچنین مقادیر $RMSE$ در حالت دو متغیره نسبت به تک

جدول 5- مقادیر $RMSE$ با فاکتورهای چولگی مختلف و نیار

متوسط $RMSE$	فاکتور چولگی
241/12	$k_0 = 1.4, k_1 = 1.6$
183/61	$k_0 = 1.2, k_1 = 1.1$
160/75	$k_0 = 1.1, k_1 = 1.1$
237/04	$k_0 = 1.4, k_1 = 1.6, k_2 = 1.9$
178/18	$k_0 = 1.2, k_1 = 1.1, k_2 = 1$
150/005	$k_0 = 1.1, k_1 = 1.1, k_2 = 1.1$

جدول 6- تغییرات a_0^s نسبت به فاکتورهای چولگی

$k_0 = 1.1, k_1 = 1.1$	$k_0 = 1.2, k_1 = 1.1$	$k_0 = 1.4, k_1 = 1.6$	H
171/86	164/03	150/37	0
190/15	182/27	167/088	0/1
214/82	205/64	187/97	0/2
245/51	234/35	214/82	0/3
286/43	273/41	250/63	0/4
343/72	328/1	300/75	0/5
429/65	410/12	375/94	0/6
572/87	546/83	501/26	0/7
859/31	820/25	751/89	0/8
1718/622	1640/5	1503/79	0/9

مانند $RMSE$ نیز مبین این مطلب می باشد. دلیل این مطلب را شاید این گونه بیان کرد که مدل های استوکاستیکی عدم قطعیت ناشی از تصادفی بودن پدیده را در نظر می گیرند اما در مدلسازی عدم قطعیت هایی ظاهر می شود که ماهیت تصادفی ندارند. تئوری مجموعه های فازی یک ابزار نیرومند در بیان پیچیدگی های موجود در جهان واقعی می باشد که قادر است خلاء ناشی از عدم لحاظ کردن واقعیت حاکم بر بهره برداری در فرمول بندی مدل را پر نماید.

نتیجه گیری

در تحقیق حاضر از مدل سری زمانی $ARIMA$ همراه با روش های مختلف تخمین پارامتر و رگرسیون فازی در برآورد جریان های سالانه استفاده شده است. تخمین پارامترهای مدل یکی از مراحل مهم مدلسازی می باشد. به همین جهت تعیین روش های پارامترهای مدل دارای اهمیت می باشد. همان طور که نتایج نشان دادند روش درستنمایی غیر شرطی جواب های قابل قبولی را در مقایسه با سایر روش ها براساس معیارهای مورد بررسی داشته است (میونگ 2003). رگرسیون فازی با توابع عضویت متقارن نسبت به نامتقارن جواب های متناسب با معیارها را داشت. در حالت دو متغیره نیز اختلاف بین جریان مشاهداتی و محاسباتی کم بود و k_0 به عنوان فاکتور چولگی غالب شناسایی شد. مقایسه مدل سری زمانی $ARIMA$ و رگرسیون فازی با توجه به معیارهایی مانند $RMSE$ بیانگر برآزش بهتر مقادیر جریان پیش بینی شده توسط رگرسیون فازی می باشد.

در این تحقیق استفاده از روش حداکثر درستنمایی در تخمین پارامترهای مدل $ARIMA$ منجر به روش کمترین مربعات شده است. جهت مینیم کردن مجموع مربعات خطا از دو روش درستنمایی شرطی و غیر شرطی استفاده شد. در بین روش های تخمین پارامترهای مدل $ARIMA$ روش مربوط به استفاده از فرمول های ضرایب خود همبستگی برحسب پارامترهای مدل نتایج قابل قبولی داشت. ولی به علت این که امکان بدست آوردن روابط بین پارامترهای مدل و ضرایب خودهمبستگی و حل آنها با افزایش مرتبه های مدل مشکل می باشد، بهمین جهت کمتر استفاده می شود. در روش مربوط به درستنمایی شرطی با مقادیر اولیه میزان محاسبات و برنامه نویسی راحت تر می باشد ولی عدم استفاده از مقادیر گذشته سری در این روش در نتایج تاثیر می گذارد. روش درستنمایی غیر شرطی با استفاده از دو معادله پسرو و پیشرو منجر به تعیین مقادیر صحیح سری زمانی (در پریده های قبلی) در محاسبه مجموع مربعات خطا می شود.

رهیافت دیگر استفاده از روش رگرسیون فازی در برآورد جریان می باشد. در این تحقیق از وابستگی جریان به یک و دو گام زمانی استفاده شده است. ارزیابی نتایج با معیارهای مربوطه مبین مینیم مقدار این معیارها در وابستگی دو متغیره می باشد. نتایج نشان دادند که با نزدیکی مقدار سطح اعتماد به عدد یک، میزان فازی بودن مدل افزایش می یابد (چنگ و ایوب 2001).

مقایسه نتایج حاصل از مدل $ARIMA$ با روش تخمینی درستنمایی غیر شرطی با رگرسیون فازی حاکی از دقت بالا در رگرسیون فازی می باشد (تسنگ و همکاران، 2001 و تولی و ونگ، 1999) چنانچه مقایسه معیارهایی

منابع مورد استفاده

- جلال کمالی، محمودیان شوشتری م و جلال کمالی ن، 1385. پیش بینی جریان ماهانه ورودی به مخزن سد شهید عباسپور با استفاده از مدل های سری زمانی $Box-Jenkins$. هفتمین سمینار بین المللی مهندسی رودخانه. دانشگاه شهید چمران اهواز. 1-7.

کوره پزان ا، 1384. اصول تئوری مجموعه های فازی و کاربردهای آن در مدلسازی مسایل مهندسی منابع آب. انتشارات جهاد دانشگاهی واحد صنعتی امیر کبیر.

مشکانی م، 1371. تحلیل سری زمانی: پیش بینی و کنترل (ترجمه). انتشارات دانشگاه شهید بهشتی .

Box EP and Jenkins GM, 1976. Time Series Analysis: Forecasting and Control. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ.

Brockwell PJ and Davis RA, 1987. Time series: Theory and Method. Springer-Verlag, New York.

Carlson RF, MacCormick AJA and Watts DG, 1970. Applications of linear models to four annual streamflow series. Water Resoure Research 6: 1070-1078.

Chang Y and Ayyub B, 2001. Fuzzy regression methods- a comparative assessment. Fuzzy Sets and Systems 119: 187-203.

Delleur JW, Tao PC and Kavvar ML, 1976. An evaluation of the practicality and complexity of some rainfall and runoff time series models. Water Resoure Research 12 (5), 953-970.

Hojati M, Bector CR and Smimou K, 2005. A simple method for computation of fuzzy linear regression. European Journal of Operational Research 166:172-184.

Kurunc A, Yurekli K and Cevik O, 2005. Performance of two stochastic approaches for forecasting water quality and streamflow data Yesilirmak River, Turkey. Environmental Modeling & Software. 20: 1195-1200.

Montanari A, Rosso R and Taquq S, 1997. Fractionally differenced ARIMA models applied to hydrologic time series: Identification, estimation, and simulation. Water Resources Research 3(5): 1035-1044.

Myung I, 2003. Tutorial on maximum likelihood estimation. Journal of Mathematical Psychology 47: 90-100.

Obadage AS and Harnpornchai N, 2006. Determination of point maximum likelihood in failure domain using genetic algorithm. International Journal of Pressure Vessels and Piping 83: 276-282.

Radden DT and Woodall WH, 1994. Properties of certain fuzzy linear regression methods. Fuzzy Sets and Systems 64: 361-375.

Salas JD, Delleur JW, Yevjevich V and Lane WL, 1988. Applied Modeling of Hydrologic Time Series, Water Resource Publication (WRP) 192-194.

Shine DW and Lee JH, 2000. Consistency of the maximum likelihood estimators for nonstationary ARMA regressions with time trends. Journal of Statistical Planning and Inference 87: 55-68.

Tanaka H and Uejima S, 1982. Linear regression analysis with fuzzy model. IEEE Trans. Systems, Man, Cybernet 12:903-907.

- Toly C and Wang MJ, 1999. Forecasting methods using fuzzy concepts. *Fuzzy sets and systems*. 105 (3): 339-352 .
- Tseng YH, Durbin P and Tzeng GH, 2001. Using fuzzy piecewise regression analysis to predict the nonlinear time series of turbulent flows with automatic chang- point detection. *Flow, Turbulence and Combustion*. 67: 81-106.
- Valenzuela O, Marquez L, Pasadas M and Rojas I, 2004. Automatic identification of ARIMA time series by expert systems using paradigms of artificial intelligence. *Mongrafias del Seminario Garcia de Galdeano* 31:425-435.
- Wu, HCH, 2003. Fuzzy estimates of regression parameters in linear regression models for imprecise input and output data. *Computational Statistics & Data Analysis* 42: 203-217.
- Wu JS, ASCE PEM, Han J, Annambhotla S and Bryant S, 2005. Artificial neural networks for forecasting watershed runoff and streamflows. *Journal of Hydrology Engineering*. 10 (3):216-222.
- Yen KK, Ghoshary S and Roig G, 1999. A linear model using triangular fuzzy number coefficients. *Fuzzy sets and systems* 106:167-177.
- Zadeh LA, 1965. Fuzzy sets and information. *Control* 8, 338-353.