

مقاله پژوهشی

توسعه مدل عددی جریان غیرماندگار همراه با انتقال رسوب در سیستم‌های رودخانه‌ای

صبح محمدی^۱، رسول قبادیان^{۲*}، سید محمود کاشفی پور^۳

تاریخ دریافت: ۹۶/۰۳/۲۳

تاریخ پذیرش: ۹۸/۱۲/۱۱

۱-دانش آموخته‌ی دکتری سازه‌های آبی، گروه مهندسی آب، دانشگاه رازی

۲-دانشیار گروه مهندسی آب، دانشگاه رازی

۳-استاد گروه سازه‌های آبی، دانشگاه شهید چمران اهواز

*مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: Rsglobalian@gmail.com

چکیده

در دو دهه اخیر استفاده از مدل‌های عددی برای شبیه‌سازی هیدرولیک جریان و انتقال رسوب بسیار رواج یافته است. مدل‌های ریاضی ابزار با ارزشی را برای پیش‌بینی شرایط جریان و فرایند انتقال رسوب فراهم نموده‌اند و به‌نحو گسترده‌ای در مدیریت و مهندسی آب کاربرد دارند. هدف اصلی این تحقیق، توسعه مدل عددی هیدرودینامیکی یک بعدی و غیرماندگار برای روندیابی جریان و انتقال رسوب به‌صورت شبه‌کوپل در سیستم‌های رودخانه‌ای می‌باشد. در این تحقیق، ابتدا مدلی ریاضی توسعه داده شده است، که در آن معادلات سنت و نانت در سیستم‌های رودخانه‌ای حل می‌شوند. این معادلات پس از خطی شدن به روش تفاضل‌های محدود، به‌صورت نیمه‌ضمنی و از طریق تکنیک زیگزاگی حل می‌شوند. پس از حل معادلات و محاسبه پارامترهای هیدرولیکی جریان، این پارامترها برای حل معادلات انتقال رسوب مورد استفاده قرار می‌گیرند. از معادله دینامیکی انتقال-پخش و معادله دیفرانسیلی بار بستر به‌ترتیب برای محاسبه میزان انتقال بار معلق و بار بستر استفاده می‌شود. بعد از محاسبه میزان انتقال رسوب، از معادله اکسنر برای محاسبه تغییرات ارتفاع بستر در رودخانه استفاده می‌شود. در نهایت در این تحقیق مدل عددی با مدل هیدرولیکی-رسوبی Hec-Ras مورد مقایسه قرار گرفت که نتایج، دقت بالای مدل عددی را نشان می‌دهد. تفاوت‌هایی در مقدار عمق پیش‌بینی شده برای فرسایش و رسوب‌گذاری دیده می‌شود، که این تفاوت به‌علت اختلاف در مبانی مدل‌های عددی ذکر شده و تفاوت ناشی از تعادلی و غیر تعادلی بودن معادله اکسنر دور از انتظار نیست.

واژه‌های کلیدی: انتقال رسوب، روندیابی جریان، سیستم رودخانه‌ای، مدل عددی

Development of Numerical Model of Unsteady Flow Semi-Coupled with Sediment Transport in River Systems

S Mohamadi¹, R Ghobadian^{2*}, S M Kashefipour³

Received: June 13, 2017

Accepted: March 01, 2020

¹Ph.D in Water Structures, Water Engineering Department, Razi University, Iran

²Assoc. Prof. of Water Engineering Department, Razi University, Iran

³Prof. of Water Structures Department, Shahid Chamran University of Ahvaz, Iran

*Corresponding Author, Email: Rsgbobadian@gmail.com

Abstract

In recent two decades using the numerical models is common for simulating flow and sediment transport. Numerical models are valuable tools for estimating flow conditions and sediment transport, and are widely applied in water resources management. The main goal of this study is to develop one dimensional, unsteady, hydrodynamic model in which flow and sediment transport can be simulated as semi-coupled in river systems. In this research, the Saint- Venant's equations are numerically solved for river systems and a semi implicit finite difference scheme is developed to solve the Saint- Venant equations for unsteady flow. The linear equations are produced based on the partial differential equations and the staggered technique. After solving the above equations, the computed hydraulic parameters in this part are sent to the sediment transport segment. The dynamic advection- dispersion equation and the sediment continuity partial differential equation are applied to calculate the suspended sediment and bed load transport rates, respectively. The Exner equation is then used to predict the changes in the river bed elevations. Finally, the model is compared to the Hec-Ras Model and the results show that the developed model has a good accuracy. There are differences in the predicted depth for scour and deposition, which are not unexpected due to differences in the bases of numerical models and between the equilibrium and non-equilibrium conditions of the Exner equation.

Keywords: Flow Routing, Numerical Model, River Systems, Sediment Transport

مقدمه

که تغییرات ناگهانی رسوب از بالادست وجود نداشته باشد می‌توان از مدل‌های غیر جفت استفاده کرد. لین (۱۹۸۷) نیز نشان داد که اگر تغییرات ناگهانی جریان از بالادست وجود داشته باشد، نمی‌توان از مدل‌های غیر جفت استفاده کرد، چراکه مدل‌های غیر جفت نمی‌توانند به‌طور دقیق شرایط مرزی و یا اولیه را شبیه‌سازی کنند. با توجه به پیچیدگی مدل‌های جفت و با در نظر گرفتن این‌که آورد رسوب تنها در زمان‌های بسیار کوتاهی از سال ممکن است خیلی بالا باشد، بنابراین خیلی از مدل‌های ریاضی، از مدل‌های غیر جفت استفاده می‌کنند. نوع دیگر، روش شبه‌کوپل است که تقریباً حد وسط دو روش دیگر است. مدل‌های شبه‌کوپل به‌طور گسترده‌ای توسط

یکی از سیستم‌های رودخانه‌ای که در مباحث هیدرولوژی از اهمیت خاصی برخوردار است، شبکه‌های رودخانه‌ای می‌باشد. به‌طور کلی برای شبیه‌سازی حرکت جریان و رسوب در رودخانه، براساس حل هم‌زمان و یا غیر هم‌زمان معادلات پیوستگی جریان، انداره حرکت و پیوستگی رسوب، سه روش مدل‌های غیرجفت^۱، شبه-کوپل^۲ و جفت^۳ وجود دارد. دیوریس (۱۹۷۳) نشان داده است که مقیاس زمانی جریان سطحی با مقیاس زمانی تغییرات بستر کاملاً متفاوت است. بنابراین برای شرایطی

¹Decoupled

²Semi- Coupled

³Coupled

سازی حجم محدود گودنو^۵ برای منفصل کردن معادلات حاکم بهره بردند. هانگمینگ و همکاران (۲۰۱۵) در تحقیقی به بررسی اثرات جریان سیل در محل تلاقی روی فرایند روندیابی سیل، مورفولوژی رودخانه و فعالیت‌های بشری براساس یک مدل پیشنهادی سیل، پرداختند. مدل پیشنهادی براساس کوپل کردن معادلات هیدرولیکی، شبکه عصبی و تئوری احتمال بنا نهاده شده است. روندیابی سیل در محل تلاقی با استفاده از موج کینماتیک انجام شده است. آن‌ها برای حل معادلات حاکم از طرح ضمنی سه نقطه‌ای پرایسمن استفاده کردند. گوان و لیانگ (۲۰۱۷) مدل دو بعدی را برای شبیه سازی رفتار هیدرولیکی و مورفولوژی رودخانه‌ها با وجود پوشش گیاهی توسعه دادند. مدل ایشان معادلات جریان‌های کم عمق دو بعدی را همراه با معادلات رسوب در حالت غیر تعادلی حل می‌کند. قبادیان و قنبری (۱۳۹۷) با استفاده از مدل عددی SSIM به بررسی تاثیر دانه بندی مواد بستر بر مسیر انتقال رسوب و الگوی فرسایش و رسوب-گذاری در محل تلاقی رودخانه پرداختند. از آنجاکه بحث روندیابی جریان و مخصوصا هیدرولیک رسوب در سیستم‌های رودخانه‌ای از اهمیت خاصی برخوردار است، در این تحقیق سعی شده است که با استفاده از دو روش عددی تفاضل محدود و حجم محدود به ترتیب برای روندیابی جریان و رسوب، یک مدل هیدرودینامیکی یک بعدی به صورت شبه کوپل توسعه داده شود. در این مدل توسعه یافته از معادله اکسنر غیر تعادلی برای محاسبات تغییرات تراز بستر رودخانه استفاده شده است.

مواد و روش‌ها

همان‌طوری که پیش‌تر اشاره شده، مدل توسعه یافته در این تحقیق یک مدل از نوع شبه‌کوپل می‌باشد. در مرحله اول و قبل از شروع گام زمانی، شرایط اولیه برای سیستم رودخانه‌ای و برای مدل عددی تعریف می-

محققین مختلف به خوبی مورد استفاده قرار گرفته است (اسپاسجویک و هالی ۱۹۹۰، استروکسما و همکاران ۱۹۸۵). نتایج مدل با داده‌های اندازه‌گیری شده مطابقت خوبی را برای این تحقیق‌ها نشان داد. مدل‌های شبه‌کوپل همان‌طوری که کانگ و همکاران (۱۹۸۰) اشاره کرده‌اند، ناپایدار نمی‌شوند. مدل‌های شبه‌کوپل می‌توانند تغییرات سریع انتقال رسوب را در مرزها بدون خطای معنی‌داری شبیه‌سازی کنند. در روش جهت متناوب ضمنی^۴ مدل شبه‌کوپل نمی‌تواند ناپایدار باشد. مدل شبه‌کوپل نسبت به مدل کوپل برای محدوده وسیعی از کاربردها پایدارتر است، زیرا مدل شبه کوپل برای اجرای پیچیده پیش‌بینی‌های دبی رسوب، بسیار انعطاف پذیر است. جوژیانگ و همکاران (۲۰۱۱) براساس معادلات سنت و نانت که جریان در کانال‌ها و مجاری روباز را توصیف می‌کند و با استفاده از طرح ضمنی چهار نقطه-ای پرایسمن، مدلی هیدرودینامیکی همراه با مدل کیفی آب را توسعه دادند. ترمینی (۲۰۱۴) در تحقیقی به تخمین انتقال رسوبات غیریکنواخت در حالت غیر تعادلی پرداخت. ایشان برای شبیه‌سازی تغییرات بستر رودخانه و پروفیل‌های بستر از یک مدل شبه‌کوپل استفاده و الگوریتمی را طراحی کردند که در آن در هر گام زمانی معادلات حاکم بر جریان و رسوب حل می‌شوند. بسیاری از روابط انتقال رسوب برای شرایط تعادلی توسعه داده شده‌اند که در این حالت فرض بر این است که ظرفیت حمل رسوب با مقدار انتقال رسوب برابر است. با این وجود وقتی که بستر کانال در حال فرسایش و رسوب-گذاری باشد، میزان انتقال رسوب ممکن است کم‌تر یا بیشتر از ظرفیت حمل رسوب گردد (ژانگ و همکاران ۲۰۱۳). بی و دوان (۲۰۱۴) مدلی یک بعدی را برای شبیه سازی جریان غیرماندگار و انتقال رسوب در کانال‌های با پوشش گیاهی توسعه دادند. آن‌ها از معادلات اصلاح شده سنت و نانت و انتقال بار بستر به-صورت هم‌زمان استفاده کردند. ایشان از روش منفصل

⁵Godunov

⁴Alternating Direction Implicit (ADI)

Q ، دبی جریان؛ A ، سطح مقطع جریان؛ Z ، رقوم سطح آب؛ T_w ، عرض سطح آب؛ β ، ضریب تصحیح اندازه حرکت؛ n_m ، ضریب زبری مانینگ؛ R ، شعاع هیدرولیکی مقطع؛ Q_L ، دبی جریان ورودی یا خروجی جانبی و S_f ، شیب خط انرژی می‌باشد. در رابطه فوق می‌توان به جای $\frac{Q_L}{\Delta x}$ از مقدار q_L استفاده کرد.

علامت Q_L ، به دبی ورودی و یا خروجی از کانال اصلی بستگی دارد. در حالتی که دبی ورودی داریم، علامت آن منفی و در حالتی که دبی خروجی داریم، علامت آن مثبت می‌باشد. در این تحقیق برای شبکه‌بندی از روش زیگزاگی استفاده شده است که برای اولین بار توسط ابوت و باسکو (۱۹۹۷) ارائه گردید. در این روش مطابق شکل ۱ معادله پیوستگی بر روی مقاطع با شماره زوج گسسته می‌شود و رقوم سطح آب برای آن محاسبه می‌گردد. متقابلاً معادله مومنتم بر روی مقاطع با شماره فرد گسسته سازی شده و دبی برای این نقاط محاسبه شده‌اند

گردد. در مرحله بعد، گام زمانی برای برنامه شروع می‌شود. اولین مرحله بعد از شروع گام زمانی، تعیین شرایط مرزی بالادست و پایین دست برای محدوده موردنظر است که در این مرحله تعریف می‌شود. بعد از تعیین شرایط مرزی، مدل هیدرودینامیکی جریان اجرا و پارامترهای هیدرولیکی از قبیل دبی، سرعت، عمق و تراز سطح جریان تعیین و محاسبه می‌شوند. پارامترهای محاسبه شده در بخش هیدرودینامیک در همان گام زمانی به بخش انتقال رسوب مدل ارسال، و تراز بستر رودخانه محاسبه و به‌روز می‌شود. همین روند تا پایان زمان اجرای برنامه و تا آخرین گام زمانی ادامه خواهد داشت. در این تحقیق از روش عددی تفاضلات محدود در بخش هیدرودینامیک جریان و از روش عددی حجم محدود در بخش انتقال رسوب استفاده شده است.

بخش هیدرودینامیک جریان

روندیابی هیدرولیکی جریان در رودخانه‌ها با حل هم‌زمان معادلات پیوستگی و اندازه حرکت که به معادلات سنت-ونانت معروف می‌باشند، انجام می‌شود. روابط ۱ و ۲ فرم کلی معادلات مذکور استفاده شده در این تحقیق را نشان می‌دهد (قبادیان و فتحی مقدم ۲۰۱۴).

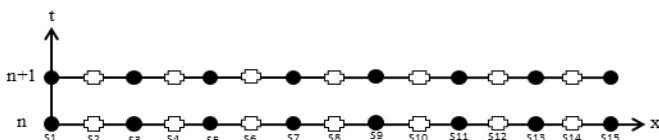
$$\frac{\partial Q}{\partial x} + T_w \frac{\partial Z}{\partial t} = \frac{Q_L}{\Delta x} \quad [1]$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \beta \frac{\partial \left[\frac{Q^2}{A} \right]}{\partial x} = -gAS_f - gA \frac{\partial Z}{\partial x} \quad [2]$$

با جایگزین نمودن $\frac{\partial Q}{\partial x}$ از معادله پیوستگی در معادله مومنتم و همچنین جای‌گزینی شیب خط انرژی به صورت $S_f = \frac{n_m^2 Q^2}{A^2 R^{4/3}}$ می‌توان معادله مومنتم را به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{2\beta Q Q_L}{A \Delta x} - \frac{2\beta Q T_w}{A} \frac{\partial Z}{\partial t} - \frac{\beta Q^2}{A^2} \frac{\partial A}{\partial x} = -gA \frac{\partial Z}{\partial x} - g \frac{n_m^2 Q^2}{AR^{4/3}} \quad [3]$$

که در روابط فوق،



● (Q): مقطعی که روی آن معادله مومنتم گسسته و دبی برای آن محاسبه می‌گردد.
○ (Z): مقطعی که روی آن معادله پیوستگی گسسته و رقوم سطح آب برای آن محاسبه می‌گردد.

شکل ۱- شبکه‌بندی زیگزاگی.

گسسته‌سازی معادله پیوستگی

عبارت‌های موجود در معادله پیوستگی روی گره‌های زوج از گره شماره $i=2$ تا گره $i=ns-2$ به صورت زیر گسسته‌سازی می‌گردد. ns تعداد کل مقاطع در مسیر رودخانه می‌باشد.

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = \theta \frac{Q_{i+1}^{n+1} - Q_{i-1}^{n+1}}{x_{i+1} - x_{i-1}} + (1-\theta) \frac{Q_{i+1}^n - Q_{i-1}^n}{x_{i+1} - x_{i-1}} \quad [4]$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{Q_i^{n+1} - Q_i^n}{\Delta t} \quad [۱۳]$$

$$-\frac{2\beta Q T_w}{A} \frac{\partial Z}{\partial t} = -\frac{2\beta Q_i^n T_{wi}^n}{A_i^n} \left[\frac{\theta \frac{Z_{i+1}^{n+1} + Z_{i-1}^{n+1}}{2} + (1-\theta) \frac{Z_{i+1}^n + Z_{i-1}^n}{2}}{\Delta t} \right] \quad [۱۴]$$

$$\frac{2\beta Q Q_L}{A \partial x} = \theta \frac{2\beta Q_i^{n+1} Q_{Li}^{n+1}}{A_i^n (x_{i+1} - x_{i-1})} + (1-\theta) \frac{2\beta Q_i^n Q_{Li}^{n+1}}{A_i^n (x_{i+1} - x_{i-1})} \quad [۱۵]$$

$$-\beta \frac{Q^2}{A^2} \frac{\partial A}{\partial x} = -\beta \frac{Q_i^{n+1} Q_i^n}{(A_i^n)^2} \frac{A_{i+1}^n - A_{i-1}^n}{x_{i+1} - x_{i-1}} \quad [۱۶]$$

$$-gA \frac{\partial Z}{\partial x} = -\theta g A_i^n \frac{Z_{i+1}^{n+1} - Z_{i-1}^{n+1}}{x_{i+1} - x_{i-1}} - (1-\theta) g A_i^n \frac{Z_{i+1}^n - Z_{i-1}^n}{x_{i+1} - x_{i-1}} \quad [۱۷]$$

$$-g \frac{n_m^2 Q |Q|}{AR^{4/3}} = -g \frac{n_m^2 Q_i^{n+1} |Q_i^n|}{(A_i^n)^2 (R_i^n)^{4/3}} \quad [۱۸]$$

گسسته سازی معادله اندازه حرکت روی مقاطع با شماره فرد رابطه خطی زیر را نتیجه می‌دهد:

$$a_{mi} \times Z_{i-1}^{n+1} + b_{mi} \times Q_i^{n+1} + c_{mi} \times Z_{i+1}^{n+1} = d_{mi} \quad [۱۹]$$

$$a_{mi} = -\frac{\beta Q_i^n T_{wi}^n}{A_i^n \times \Delta t} - \frac{g A_i^n \theta}{x_{i+1} - x_{i-1}} \quad [۲۰]$$

$$b_{mi} = \frac{1}{\Delta t} - \frac{2\beta \theta Q_L}{A_i^n \Delta x} - \frac{\beta Q_i^n}{(A_i^n)^2} \times \frac{A_{i+1}^n - A_{i-1}^n}{x_{i+1} - x_{i-1}} + \frac{g Q_i^n n_m^2}{A_i^n R_i^{4/3}} \quad [۲۱]$$

$$c_{mi} = -\frac{\beta Q_i^n T_{wi}^n}{A_i^n \times \Delta t} + \frac{g A_i^n \theta}{x_{i+1} - x_{i-1}} \quad [۲۲]$$

$$d_{mi} = \frac{Q_i}{\Delta t} - \frac{2\beta Q_i^n (1-\theta) Q_L}{A_i^n \Delta x} - \frac{\beta Q_i^n T_{wi}^n (z_{i+1}^n + z_{i-1}^n)}{A_i^n \Delta t} - g A_i^n (1-\theta) \frac{z_{i+1}^n - z_{i-1}^n}{x_{i+1} - x_{i-1}} \quad [۲۳]$$

در روابط فوق n و $n+1$ نشان‌دهنده گام‌های زمانی مربوط به زمان حال و آینده، A نشان‌دهنده مکان هر گره در شبکه، $Z_{\min i}$ حداقل رقوم بستر مقطع شماره i و θ پارامتر وزنی است که اگر برابر با صفر لحاظ شود، روش کاملاً صریح، اگر معادل یک باشد روش کاملاً ضمنی و اگر 0.5 در نظر گرفته شود از روش کرنک نیکلسون برای گسسته‌سازی استفاده می‌شود. فرم

$$T_w \frac{\partial Z}{\partial t} = T_{wi}^n \frac{Z_i^{n+1} - Z_i^n}{\Delta t} \quad [۵]$$

برای گسسته‌سازی پارامتر دبی جانبی از روش زیر استفاده شد:

$$q_L = 0.5 \frac{Q_{Li+1}^{n+1} + Q_{Li-1}^{n+1}}{x_{i+1} - x_{i-1}} \quad [۶]$$

پس از گسسته‌سازی معادله پیوستگی روی هر یک از گره‌های زوج در هر یک از مسیرهای رودخانه، رابطه خطی به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$a_{ci} \times Q_{i-1}^{n+1} + b_{ci} \times Z_i^{n+1} + c_{ci} \times Q_{i+1}^{n+1} = d_{ci} \quad [۷]$$

که در آن:

$$a_{ci} = -\frac{\theta}{x_{i+1} - x_{i-1}} \quad [۸]$$

$$c_{ci} = \frac{\theta}{x_{i+1} - x_{i-1}} \quad [۹]$$

$$b_{ci} = \frac{T_w^n}{\Delta t} \quad [۱۰]$$

$$d_{ci} = -\frac{(1-\theta)(Q_{i+1}^n - Q_{i-1}^n)}{x_{i+1} - x_{i-1}} + \frac{T_w^n \times Z_i^n}{\Delta t} + (0.5 \times q_{Li+1}^{n+1} + 0.5 \times q_{Li-1}^{n+1}) \quad [۱۱]$$

که در معادلات فوق پارامتر q_L مقدار دبی نشت از کف و دیواره‌های رودخانه یا کانال می‌باشد، که از معادلات تجربی محاسبه خواهد شد. مدل عددی توسعه داده شده در این تحقیق توانایی محاسبه تلفات انتقال و دبی نشت از کانال را نیز دارد (محمدی و همکاران ۱۳۹۵).

گسسته‌سازی معادله اندازه حرکت

بعد از گسسته‌سازی معادله پیوستگی روی گره‌های زوج، باید معادله اندازه حرکت روی گره‌های فرد گسسته‌سازی گردد. عبارتهای معادله اندازه حرکت روی گره‌های فرد از گره شماره $i=3$ تا گره $i=ns-1$ به صورت زیر گسسته می‌گردد.

$$gA \frac{\partial Z}{\partial x} = gA \frac{\partial y}{\partial x} - gAS_0 \quad [۱۲]$$

ماتریسی همه معادلات پیوستگی و اندازه حرکت خطی شده در یک کانال با شرایط مرزی دبی و سطح آب به-

ترتیب برای بالادست و پائین دست در ماتریس شکل ۲ نشان داده شده است.

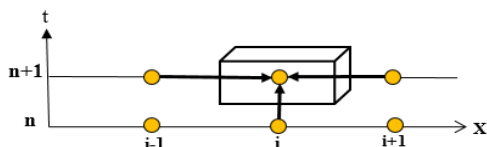
$$\begin{bmatrix} b_{p2} & c_{p2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{m3} & b_{m3} & c_{m3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{p4} & b_{p4} & c_{p4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{m5} & b_{m5} & c_{m5} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_2 \\ Q_3 \\ Z_4 \\ Q_5 \\ \vdots \\ \vdots \\ Q_{N-3} \end{bmatrix}^{t+dt} = \begin{bmatrix} d_{p2} \\ d_{m3} \\ d_{p4} \\ d_{m5} \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix} + Q_1^{t+dt} \times \begin{bmatrix} -a_{p2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} + Z_n^{t+dt} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

شکل ۲- فرم ماتریسی همه معادلات پیوستگی و اندازه حرکت خطی شده در یک کانال با شرایط مرزی، دبی در بالادست و سطح آب در پائین دست.

غلظت رسوب معلق در مقطع مورد نظر؛ A ، سطح مقطع جریان؛ Q ، دبی جریان؛ D_L ، ضریب پخشیدگی طولی؛ C_L ، غلظت رسوب معلق جریان ورودی یا خروجی جانبی و q_L ، دبی جریان جانبی در واحد عرض است. ترم منبع یا S_T در مدل سازی رسوب معلق و غیر چسبنده به- صورت رابطه ۲۵ در معادله انتقال- پخش قرار می گیرد:

$$S_T = E - D = \alpha \omega_s t_w (C_a^* - C_a) \quad [25]$$

که در آن پارامتر E ، میزان رسوبات وارد شده به ستون آب از لایه بستر، و پارامتر D ، مقدار رسوبات ته نشین شده از ستون آب روی بستر، α ضریب بازیافت رسوب معلق، ω_s ، سرعت سقوط ذرات، t_w ، عرض فوقانی سطح آب، C_a^* ، ظرفیت حمل بار رسوب معلق که با استفاده از معادلات تجربی محاسبه می شود و C_a ، میزان واقعی انتقال بار معلق است که با استفاده از معادله دینامیکی انتقال- پخش به دست می آید. قدم اصلی در روش حجم محدود، انتگرال گیری از معادلات حاکم روی یک حجم کنترل (شکل ۳) برای رسیدن به یک معادله گسسته در نقاط گرهی می باشد.



بخش انتقال رسوب

بعد از محاسبه پارامترهای هیدرولیکی در بخش هیدرودینامیک جریان، این پارامترها به بخش انتقال رسوب ارسال می شوند. برای تخمین ظرفیت حمل رسوب از معادلات تجربی بار معلق و بار بستر، و برای محاسبه میزان انتقال رسوب در بخش بار معلق از معادله دینامیکی انتقال- پخش^۱ و برای بار بستر از معادله دیفرانسیلی بار بستر، استفاده شده است.

معادله یک بعدی انتقال پخش را می توان به صورت معادله ۲۴ نوشت (کاشفی پور و فالکونر ۲۰۰۲):

$$\frac{\partial}{\partial t}(CA) + \frac{\partial}{\partial x}(QC) - \frac{\partial}{\partial x}(AD_L \frac{\partial C}{\partial x}) = S_T + q_L C_L \quad [24]$$

در رابطه ۲۴ از سمت چپ، ترم یک نشان دهنده تاثیر محلی، ترم دوم انتقال و ترم سوم انتشار به وسیله پخشیدگی، هم چنین از سمت راست ترم یک منبع کاهش دهنده یا افزایش دهنده آلودگی و ترم دوم مقدار دبی ورودی و یا خروجی جانبی می باشد. در رابطه ۲۴، C ،

¹ Advection- Diffusion Equation

شکل ۳- شماتیکی از حجم کنترل.

$$\frac{\partial}{\partial t} (Q_b) + \frac{\partial Q_b}{\partial x} = \frac{1}{L_b} (Q_b^* - Q_b) \quad [30]$$

که در رابطه ۳۰، u_b ، سرعت ذرات بار بستر است.

در نهایت داریم:

$$Q_{b(i)}^{n+1} = \left[\left(\frac{Q_b}{u_b} \right)_i^n - \frac{dt}{dx} Q_{b(i)}^n + \frac{dt}{dx} Q_{b(i-1)}^n + \frac{dt}{L_b} Q_{b(i)}^* - \frac{dt}{L_b} Q_{b(i)}^n \right] * u_{b(i)}^{n+1} \quad [31]$$

محاسبه تغییرات ارتفاع بستر

بعد از حل مدل هیدرودینامیک و محاسبه پارامترهای هیدرولیکی در گام زمانی موردنظر و همچنین محاسبات میزان دبی بار بستر و بار معلق، تغییرات ارتفاع بستر رودخانه با استفاده از معادله اکسیر محاسبه خواهد شد:

$$(1 - P_m) \frac{\partial A_b}{\partial t} = B(D - E) + \frac{1}{L_b} (Q_b - Q_b^*) \quad [32]$$

که در آن P_m ، تخلخل مواد بستر و A_b ، سطح لایه بستر است که به جای آن از تراز بستر یعنی Z_b ، استفاده شده است. در نهایت معادله اکسیر به صورت زیر گسسته‌سازی شده است:

$$Z_b^{n+1} = Z_b^n + \frac{\Delta t}{t_w(1 - P_m)} [t_w w_s (C_a^n - C_a^{n*}) + \frac{1}{L_b} (Q_b^n - Q_b^{n*})] \quad [33]$$

$$\Delta Z = Z_b^{n+1} - Z_b^n \quad [34]$$

برای رسوب‌گذاری مقدار ΔZ ، مثبت و برای فرسایش مقدار آن منفی خواهد بود.

نتایج و بحث

مشخصات سیستم رودخانه‌ای مورد مطالعه

در این تحقیق به منظور شبیه‌سازی هیدرولیک جریان غیرماندگار و همچنین شبیه‌سازی هیدرولیک رسوب در رودخانه‌ها از سیستم رودخانه‌ای قره‌سو در

با انتگرال گیری از معادله ۲۴ روی حجم کنترل یک بعدی و همچنین با توجه به غیرماندگار بودن مسئله، با انتگرال نسبت به زمان از t تا $t + \Delta t$ داریم:

$$\iint \frac{\partial}{\partial t} (CA) dt dx + \iint \frac{\partial}{\partial x} (AUC) dt dx - \iint \frac{\partial}{\partial x} (AD_L \frac{\partial C}{\partial x}) dt dx = \iint S_T dt dx + \iint q_L C_L dt dx \quad [26]$$

بعد از انتگرال‌گیری معادله فوق روی حجم کنترل و نسبت به زمان داریم:

$$A_p (C_i^{n+1} - C_i^n) + (A_e u_e C_e^{n+1} - A_w u_w C_w^{n+1}) \frac{dt}{dx} - A_e D_e \left(\frac{\partial C}{\partial x} \right)_e \frac{dt}{dx} + \quad [27]$$

$$A_w D_w \left(\frac{\partial C}{\partial x} \right)_w \frac{dt}{dx} = \alpha w_s t_w (C_a^* - C) dt + q_L C_L dt$$

برای محاسبات بار بستر در این تحقیق از معادله تعادل جرم در لایه بستر به صورت زیر استفاده می‌شود (وو و وانگ ۲۰۰۷):

$$\frac{\partial}{\partial t} (A_b \bar{C}_b) + \frac{\partial Q_b}{\partial x} + (1 - P_m) \frac{\partial A_b}{\partial t} + t_w (D - E) = 0 \quad [28]$$

که A_b سطح مقطع لایه بستر و \bar{C}_b میانگین غلظت رسوب در لایه بار بستر می‌باشد. با پیروی از وو (۲۰۰۴) تغییر بستر به علت بار کل (مواد بستر) می‌تواند به صورت زیر تعریف گردد:

$$(1 - P_m) \frac{\partial A_b}{\partial t} = \frac{1}{L_b} (Q_b^* - Q_b) \approx t_w (D - E) + \frac{1}{L_b} (Q_b^* - Q_b) \quad [29]$$

که P_m ، تخلخل مواد رسوبی؛ L_b ، ضریب طول انطباق؛ Q_b^* ، ظرفیت انتقال بار کل یا میزان انتقال بار کل و Q_b ، ظرفیت حمل بار بستر یا میزان انتقال بار بستر است که از معادلات تجربی به دست می‌آید؛ و Q_b ، میزان واقعی انتقال بار بستر می‌باشد. با جای‌گزینی معادله ۲۹ در معادله ۲۸ و با استفاده از رابطه $Q_b = A_b u_b \bar{C}_b$ ، معادله بار بستر به صورت زیر منتج می‌شود:

مکعب بر ثانیه و زمان پایه ۱۲۰ ساعت می‌باشد. هیدروگراف ورودی و هیدروگراف‌های محاسبه شده توسط مدل در پنج مقطع با شماره‌های ۵، ۲۰، ۴۰، ۵۰ و ۶۰ در شکل ۵ نشان داده شده است. همان‌گونه که در شکل ۵ مشاهده می‌گردد، مدل توانائی شبیه‌سازی جریان یکنواخت را دارد، زیرا هیدروگراف مقاطع میانی و خروجی زمانی که هیدروگراف ورودی به حالت ثابت رسیده، به صورت افقی و ثابت در آمده است. از طرفی شبیه‌سازی نشان می‌دهد که حجم هیدروگراف‌های ورودی و مقاطع شماره ۵، ۲۰، ۴۰، ۵۰ و ۶۰ به ترتیب $۴۳/۲$ ، $۴۳/۲$ ، $۴۳/۱۵$ ، $۴۳/۱۴$ و $۴۳/۱۳۶$ و $۴۳/۱۱$ میلیون متر مکعب است، که نشان‌دهنده دقت بالای مدل در ارضاء رابطه پیوستگی است.

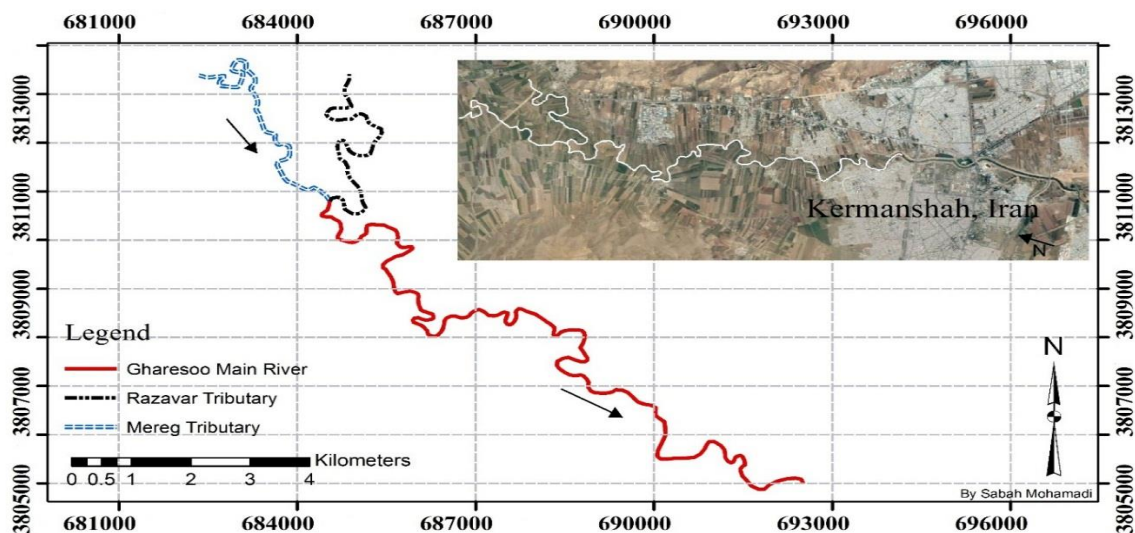
جدول ۱- مشخصات سیستم رودخانه‌ای قره‌سو.

ردیف	رودخانه	طول (بازه کیلومتر)	تعداد مقاطع	شیب طولی
۱	قره‌سو	۱۸/۴۸	۶۰	۰/۰۰۰۲
۲	رازآور	۲۵/۶	۱۹	۰/۰۰۰۹
۳	مرگ	۳۰/۱۹	۳۱	۰/۰۰۰۴

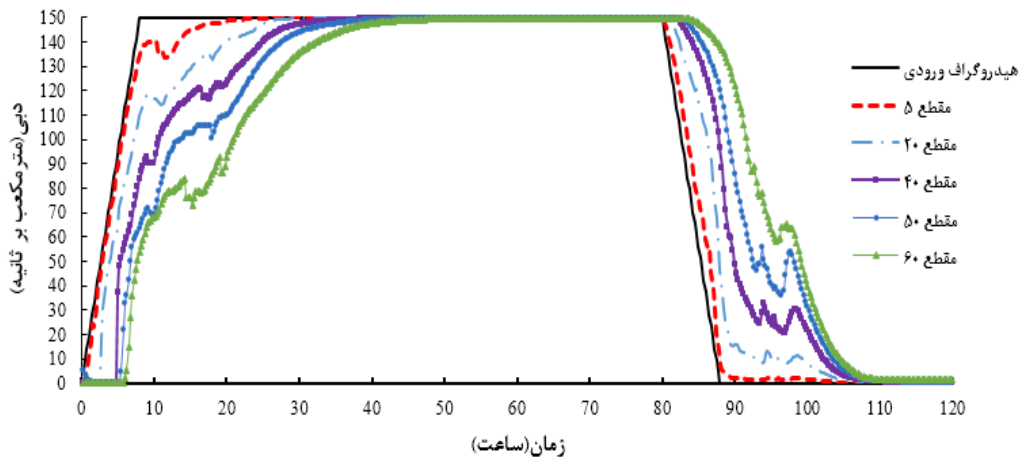
شهرستان کرمانشاه استفاده شده است. در شکل ۴ تصویری از موقعیت سیستم رودخانه‌ای انتخاب شده برای مدل عددی، روی نرم افزار گوگل ارث و همچنین در مختصات جهانی نشان داده شده است. مشخصات طول بازه، شیب طولی و تعداد مقاطع عرضی برداشت شده در رودخانه‌ها در جدول ۱ ذکر گردیده است.

صحت‌سنجی مدل از نظر جریان یکنواخت

یکی از روش‌های صحت‌سنجی مدل‌های روندیابی جریان، مدل‌کردن جریان یکنواخت و شبیه‌سازی یک هیدروگراف ثابت می‌باشد. ثابت ماندن هیدروگراف ورودی در طول بازه‌ی رودخانه، بیانگر صحیح بودن جواب و ارضای رابطه پیوستگی در مدل می‌باشد. در این تحقیق جهت صحت‌سنجی هیدرودینامیک مدل عددی از این روش استفاده شده است. مدل عددی، یک هیدروگراف غیرماندگار به شکل ذوزنقه‌ای را که مدت زمان زیادی از هیدروگراف به شکل ماندگار است، شبیه‌سازی می‌کند. برای این بخش از صحت‌سنجی، فقط شاخه اصلی رودخانه قره‌سو در نظر گرفته شده است. هیدروگراف غیرماندگار دارای دبی حداکثر ۱۵۰ متر

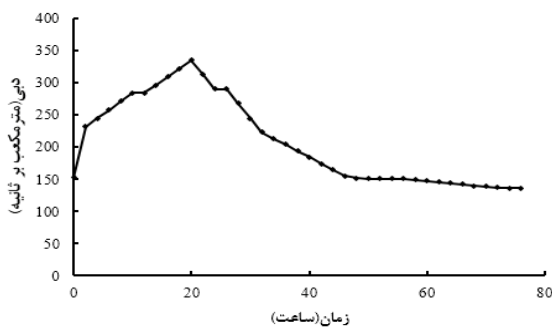


شکل ۴- موقعیت سیستم رودخانه‌ای قره‌سو.



شکل ۵- هیدروگراف ثابت ورودی به رودخانه قره‌سو.

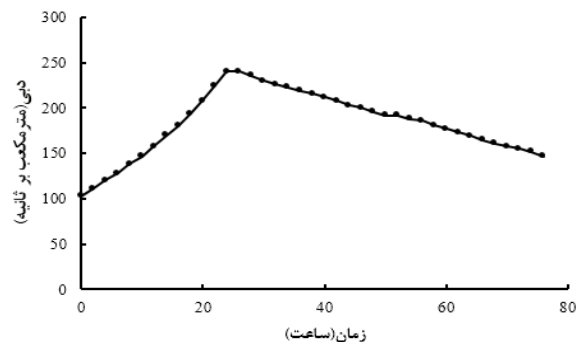
فرعی مرگ و رازآور به‌عنوان شرط مرزی بالادست به مدل وارد شد. هیدروگراف جریان رودخانه‌ی مرگ و رازآور در مرز بالادست به‌ترتیب در شکل ۶ و ۷ نشان داده شده است.



شکل ۷- هیدروگراف ورودی رودخانه‌ی راز آور.

مرزی داخلی برای این سیستم رودخانه‌ای مد نظر قرار گیرد. در مدل عددی توسعه یافته، برای شرط مرزی داخلی سیستم رودخانه‌ای مذکور از ارضای معادله پیوستگی در محل اتصال (دبی شاخه مرگ+ دبی شاخه راز آور= دبی رودخانه قره‌سو) و برابری تراز سطح آب در محل اتصال با تراز سطح آب در آخرین مقاطع شاخه‌های مرگ و رازآور و اولین مقطع رودخانه قره‌سو استفاده شده است. با توجه به این‌که مقادیر فرسایش رسوب‌گذاری رخ داده در سیستم رودخانه‌ای قره‌سو بسیار کم برآورد شده است، بنابراین تفاوت نتایج

اطلاعات جریان ورودی سیستم رودخانه‌ای قره‌سو اطلاعات دبی جریان رودخانه، یکی از ورودی‌های خیلی مهم مدل‌های عددی محسوب می‌شود. برای سیستم رودخانه‌ای قره‌سو هیدروگراف جریان در شاخه‌های

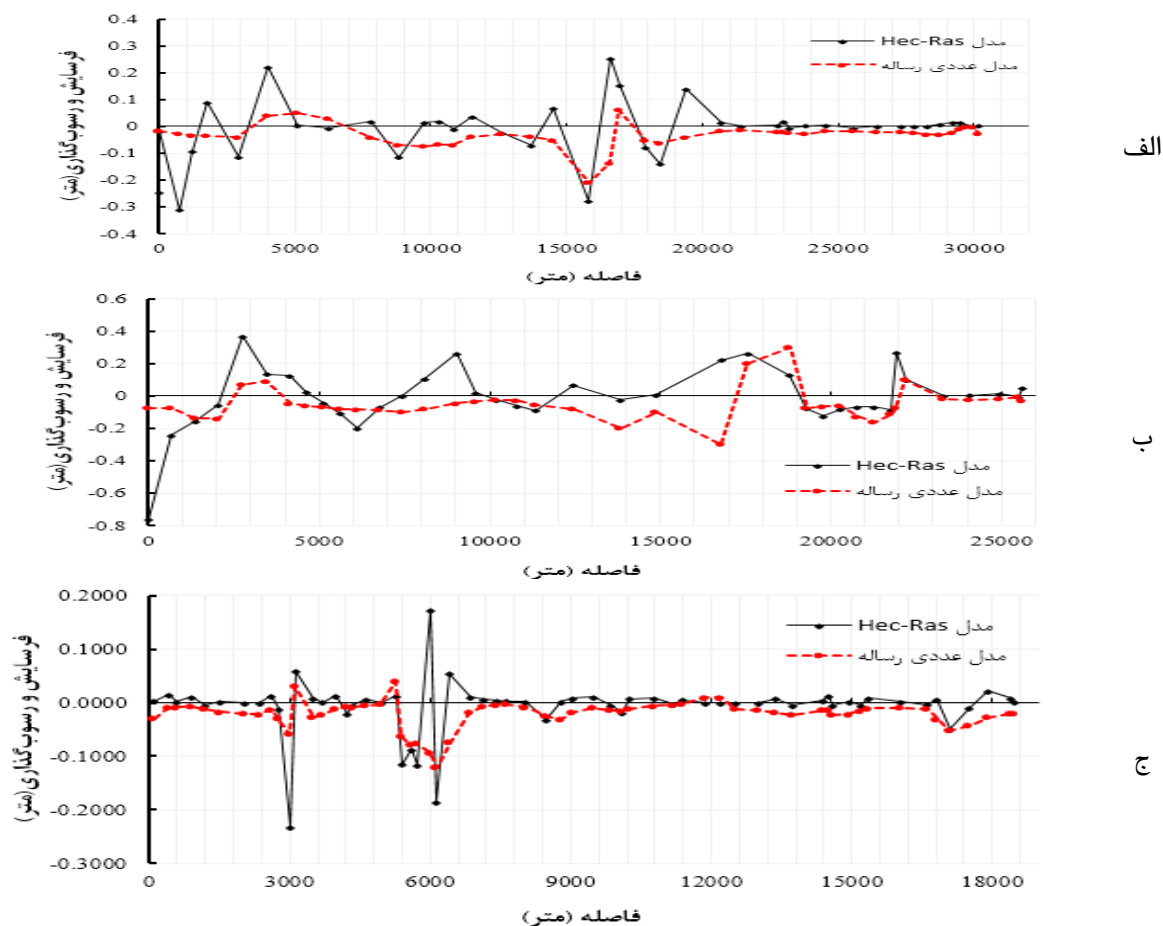


شکل ۶- هیدروگراف ورودی رودخانه‌ی مرگ.

در این تحقیق جهت بررسی دقت مدل عددی، به مقایسه-ی نتایج حاصل از مدل عددی و مدل هیدرولیکی Hec-Ras تحت شرایط کاملاً مشابه پرداخته شده است. برای مقایسه نتایج حاصل از مدل Hec-Ras با نتایج مدل عددی توسعه داده شده در این تحقیق، از تابع انتقال رسوب میرپیتر-مولر (۱۹۴۸) استفاده شده است. پس از اجرای مدل و پایان شبیه‌سازی، نتایج حاصل از آن را می‌توان به‌صورت پروفیل‌های طولی و عرضی مشاهده نمود. با توجه به وجود اتصال در محل تلاقی شاخه‌های فرعی مرگ و راز آور به رودخانه اصلی قره‌سو، باید شرط

در رودخانه‌های قره‌سو، رازآور و مرگ به ترتیب ۳۰۰، ۱۳۵۰ و ۹۷۰ متر می‌باشد. این مقادیر به صورت متوسط هستند، فاصله بعضی از مقاطع کمتر و یا بیشتر از مقادیر مذکور می‌باشد. با توجه به اینکه در رودخانه اصلی قره‌سو فاصله بین مقاطع کمتر از دو شاخه فرعی دیگر می‌باشد، بنابراین نتایج حاصل از دو مدل عددی برای رودخانه قره‌سو (شکل ۸-ج)، روند نزدیک‌تر و مشابهی را در مقایسه با سایر شاخه‌ها دنبال می‌کنند.

حاصل از دو مدل روی پروفیل‌ها بسیار شفاف و مشهود نمی‌باشد. در نتیجه برای مقایسه‌ی نتایج مدل‌ها، به جای تراز بستر، مقدار ارتفاع خالص فرسایش و رسوب‌گذاری در هر ایستگاه از تفاضل تراز بستر اولیه و تراز بستر شبیه‌سازی شده محاسبه و به صورت گراف ترسیم و در شکل ۸ ارائه شده است. یکی از پارامترهایی که در نتایج حاصل از مدل‌های عددی می‌تواند بسیار تاثیرگذار واقع شود، فاصله طولی بین مقاطع عرضی رودخانه می‌باشد. همان‌طوری‌که در جدول ۱ به آن اشاره شده است، فاصله متوسط بین مقاطع عرضی



شکل ۸- مقایسه مقادیر خالص فرسایش و رسوب‌گذاری مدل عددی Hec-Ras و مدل عددی توسعه یافته در (الف) شاخه فرعی مرگ، (ب) شاخه رازآور، (ج) شاخه قره سو.

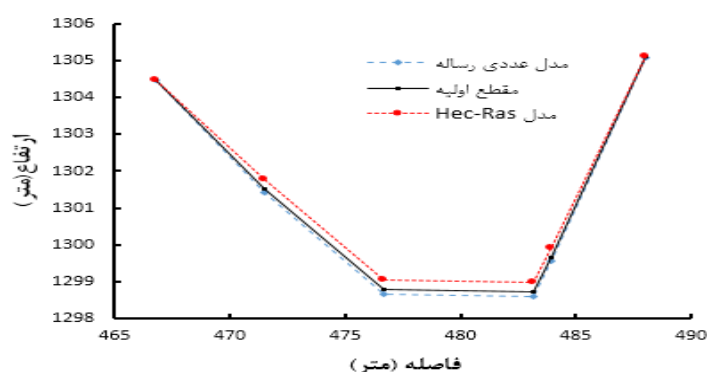
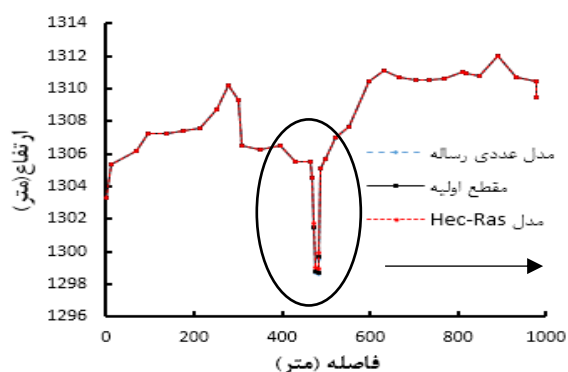
بررسی و مقایسه ارائه شده است. نتایج حاصل از هر دو مدل عددی حاکی از مقدار کم ارتفاع فرسایش و رسوب‌گذاری در این سیستم رودخانه‌ای است. شکل ۹ الی ۱۱ مقاطع عرضی سیستم رودخانه قره‌سو را نشان می‌دهد. به علت کم بودن مقدار فرسایش و رسوب‌گذاری

با توجه به تعداد زیاد مقاطع عرضی رودخانه‌ها، به عنوان نمونه فقط تعدادی از مقاطع عرضی جهت بررسی الگوی فرسایش و رسوب‌گذاری در این بخش آورده شده است. برای هر شاخه از رودخانه، ۲ مقطع عرضی جهت

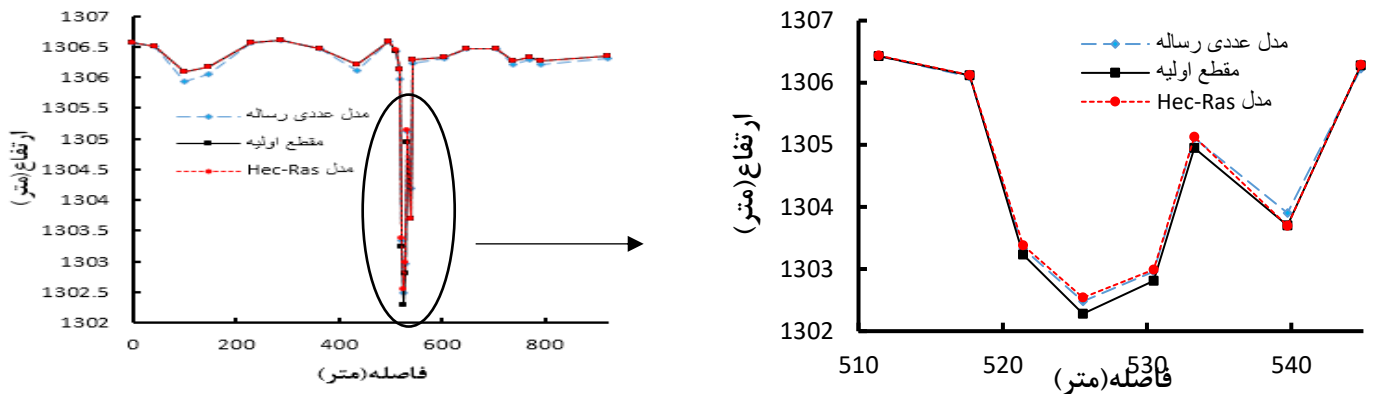
خاصی برای تعیین این پارامترها وجود ندارد و باید آن-ها را براساس واسنجی و داده‌های اندازه‌گیری و یا براساس بعضی معادلات تجربی تعیین نمود (ملکی و خان ۲۰۱۶). با توجه به عدم وجود داده‌های اندازه‌گیری شده در این زمینه برای رودخانه قره‌سو، در این تحقیق ضرایب غیر تعادلی بار بستر و بار معلق به‌ترتیب با استفاده از معادلات تجربی به‌دست آمده توسط وو و همکاران (۲۰۱۴) و لین (۱۹۸۴) محاسبه شده است.

برای شرط مرزی رسوب، با توجه به داده‌های موجود از شرط مرزی منحنی سنج رسوب در هر دو مدل استفاده شده است. تفاوت‌هایی در مقدار عمق پیش بینی شده برای فرسایش و رسوب‌گذاری دیده می‌شود، که این تفاوت به‌علت اختلاف در مبانی مدل‌های عددی ذکر شده و تفاوت ناشی از تعادلی و غیر تعادلی بودن معادله اکسیر دور از انتظار نیست. لازم به‌ذکر است که مدل عددی Hec-Ras، رسوبات را به‌صورت غیر یکنواخت و مدل عددی توسعه یافته در این تحقیق رسوبات را به-صورت یکنواخت در نظر می‌گیرد که یکی دیگر از دلایل تفاوت نتایج حاصل از این دو مدل می‌باشد.

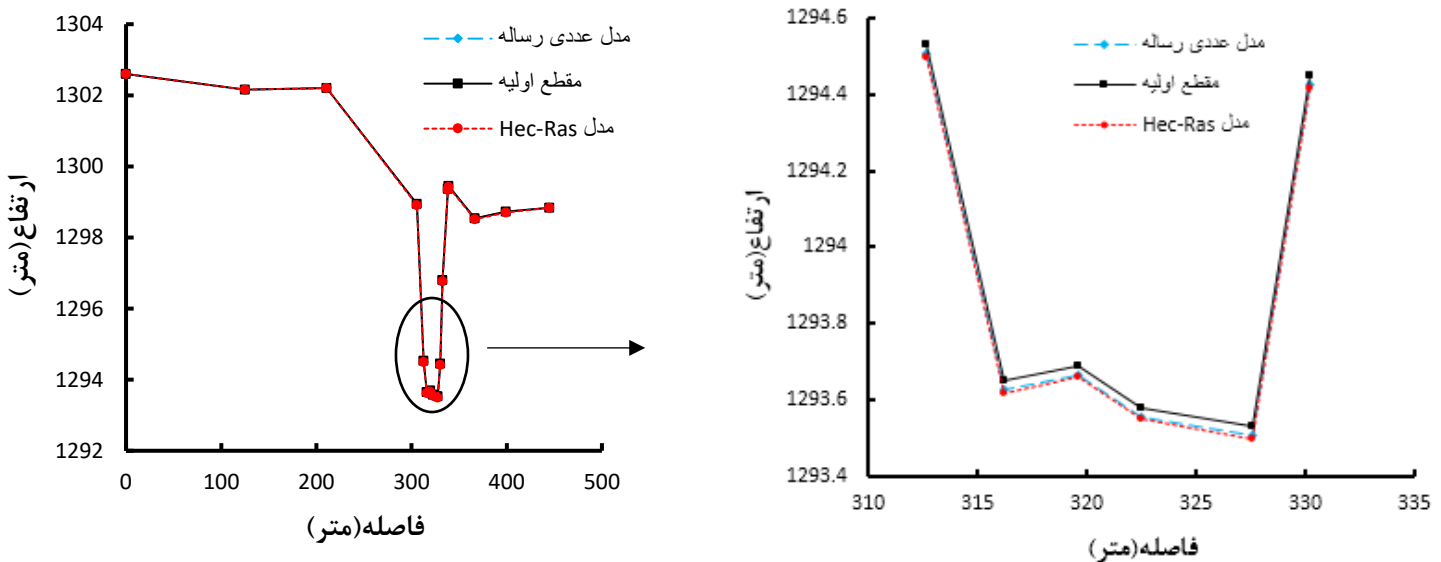
و مشهود نبودن آن در شکل‌ها، بنابراین سعی شده است که قسمتی از مقاطع عرضی آورده شده بزرگ‌نمایی گردد تا الگوی فرسایش و رسوب‌گذاری در مقطع نمایان و قابل مشاهده باشد. همان‌طوری‌که مشاهده می‌گردد، نتایج حاکی از نزدیکی روند الگوی فرسایش و رسوب‌گذاری در مدل عددی توسعه یافته در این تحقیق و مدل Hec-Ras می‌باشد. در مدل Hec-Ras، برای محاسبه تغییرات ارتفاع بستر از معادله اکسیر تعادلی استفاده شده است. همچنین برای شرط مرزی بالادست، دبی ورودی به رودخانه به‌صورت هیدروگراف پلکانی و حالت شبه‌ماندگار به مدل معرفی شده است. در حالی‌که در مدل عددی این تحقیق، از معادله اکسیر غیرتعادلی برای تغییرات ارتفاع بستر و از هیدروگراف حالت غیرماندگار برای شرط مرزی بالادست به‌عنوان ورودی به مدل استفاده شده است. پارامترهای غیر تعادلی رسوب شامل ضریب طول انطباق بار بستر و ضریب بازیافت بار معلق، از جمله پارامترهای بسیار حساس و مهم در بحث مدل‌های عددی انتقال رسوب در حالت غیر تعادلی هستند که مطالعات نشان داده است، روش مبنا و



شکل ۹- الگوی فرسایش و رسوب‌گذاری در مقاطع عرضی شاخه مرگ.



شکل ۱۰- الگوی فرسایش و رسوبگذاری در مقاطع عرضی شاخه راز آور.



شکل ۱۱- الگوی فرسایش و رسوبگذاری در مقاطع عرضی شاخه قره سو.

شامل می‌شود و با افزایش تراز نقاط بستر، عمق جریان کاهش یافته تا زمانی‌که به مقدار صفر در سطح آب برسد.

نتیجه گیری

همان‌طوری‌که پیش‌تر به آن اشاره شد، هدف اصلی این تحقیق، توسعه مدل عددی هیدرودینامیک یک بعدی، غیرماندگار و غیرتعادلی است، که برای شبیه‌سازی و روندیابی جریان و انتقال رسوب به‌صورت شبه‌کوپل در سیستم‌های رودخانه‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرد. در این تحقیق، از روش عددی تفاضلات محدود برای

در مدل عددی این تحقیق، مقدار ارتفاع رسوبگذاری و فرسایش محاسبه شده در هر مقطع، به‌طور یکنواخت در طول حجم کنترل در نظر گرفته شده، توزیع شده است. از آنجاکه در این مدل، مقدار تغییرات فرسایش و رسوبگذاری فقط در خط القعر هر مقطع محاسبه می‌گردد، بنابراین لازم است که این مقدار در بین تمام نقاط مقطع عرضی مورد نظر توزیع و تعدیل گردد. در این تحقیق معیار توزیع مقدار فرسایش و رسوبگذاری بین نقاط، تراز سطح آب و عمق جریان در مقطع عرضی مورد نظر، لحاظ شده است. به‌طوری‌که، نقطه‌ای که در خط القعر مقطع واقع شده است، بیشترین عمق جریان را

پارامترهای هیدرولیکی از قبیل سرعت، دبی، سطح مقطع جریان و غیره حل می‌شوند. سپس در همان گام زمانی این پارامترها به بخش انتقال رسوب ارسال می‌شوند و پارامترهای هیدرولیکی تخمین زده شده برای محاسبه بار معلق و بار بستر و همچنین تغییرات تراز بستر مورد استفاده قرار می‌گیرند. سپس تراز جدید محاسبه شده، دوباره به بخش هیدرودینامیک جریان فرستاده شده و هندسه کانال براساس آن دوباره تعدیل می‌گردد.

- برای محاسبه تغییرات بستر رودخانه، می‌توان از معادله اکسنر در دو حالت تعادلی و غیر تعادلی استفاده نمود. با توجه به طبیعت غیر تعادلی بودن رسوب در رودخانه‌ها، در این مدل عددی، برعکس بسیاری از مدل‌های شناخته شده موجود مانند Hec-Ras، از روش غیر تعادلی معادله اکسنر استفاده شده است. استفاده از روش غیر تعادلی به علت پیچیدگی حل آن و همچنین به جهت وجود پارامترهای غیرتعادلی موجود در آن مانند ضرایب طول انطباق و بازیافت بسیار سخت و مشکل است.

- نتایج حاصل از انتقال رسوب این مدل عددی با نتایج حاصل از مدل عددی Hec-Ras، برای سیستم رودخانه‌ای قره سو مورد مقایسه قرار گرفت، که نتایج حاکی از رضایت بخش بودن نتایج مدل دارد. تفاوت‌های موجود در آن‌ها به علت تفاوت در مفاهیم گسسته-سازي روش‌های عددی مورد استفاده در مدل‌ها و مباحث تعادلی و غیر تعادلی بودن معادله اکسنر می‌باشد.

گسسته‌سازی معادلات سنت و نانت و از روش عددی حجم محدود برای گسسته‌سازی معادلات انتقال رسوب استفاده شده است. در نهایت برای حل دستگاه ماتریسی حاصل از گسسته‌سازی روش‌های عددی، روش ماتریس سه قطری انتخاب و مورد استفاده قرار گرفت. این روش نسبت به سایر روش‌ها سریع‌تر به جواب خواهد رسید. می‌توان به شرح ذیل به نتایج کلی حاصل از این تحقیق اشاره نمود:

- مدل هیدرودینامیکی حاضر توانایی شبیه‌سازی جریان‌های ماندگار و غیر ماندگار را برای مطالعات بلندمدت و کوتاه مدت دارد. این مدل به گونه‌ای نوشته شده است که توانایی در نظر گرفتن آبراهه‌های فرعی را نیز دارد. - در این تحقیق، معادلات انتقال رسوب به روش شبه‌کوپل با معادلات سنت و نانت حل شده‌اند. اعمال یک فرمول انتقال رسوب پیچیده در روش کوپل به علت مشکلات گسسته‌سازی بسیار دشوار است. از طرف دیگر در روش شبه کوپل، استفاده از چنین فرمول‌های به علت خاصیت صریح بودن آن آسان است. مدل‌های شبه-کوپل همان‌طوری که کانگ و همکاران (۱۹۸۰) اشاره کرده‌اند، ناپایدار نمی‌شوند. مدل‌های شبه‌کوپل می‌توانند تغییرات سریع انتقال رسوب را در مرزها بدون خطای معنی‌داری شبیه‌سازی کنند. مدل شبه‌کوپل از مدل کوپل برای محدوده وسیعی از کاربردها پایدارتر است، زیرا مدل شبه کوپل برای اجرای پیچیده پیش‌بینی‌های دبی رسوب، بسیار انعطاف پذیر است.

- در الگوریتم در نظر گرفته شده برای این مدل عددی، نخست معادلات هیدرودینامیکی جریان برای محاسبه

منابع مورد استفاده

- Abbott MB and Basco DR, 1997. Computational Fluid Dynamics: An introduction for engineers. Longman Singapore Publisher, Singapore.
- Bai Y and Duan JG, 2014. Simulating unsteady flow and sediment transport in vegetated channel network. Journal of Hydrology 515:90-102.
- Cunge JA, Jr FM and Verwey A, 1980. Practical Aspects of Computational River Hydraulics. Pitman Publishing Limited, London.
- Devris M, 1973. River bed variations – aggradation and degradation. Pp. 1-10. Proc. Int. Seminars of Hydraulic of Alluvial Streams, IAHR, Netherlands.

- Ghobadian R and Fathi-Moghadam M, 2014. Estimation of seepage losses in ephemeral network and branching streams. *Journal of Hydrologic Engineering ASCE* 19(2): 299–307.
- Ghobadian R and Ghanbari S, 2018. Impact of bed materials grain size distribution on sediment transport path and erosion- sedimentation pattern at the river confluence. *Water and Soil Science, University of Tabriz* 28(4): 29-42.
- Guan M and Liang Q, 2017. A two-dimensional hydro-morphological model for river hydraulics and morphology with vegetation. *Environmental Modelling & Software* 88:10-21.
- Hongming H, Yong QT, Xingmin Mu, Jie Zh, Zhanbin Li , Nannan C, Qingle Zh, Soksamngang K, Chantha O, 2015. Confluent flow impacts of flood extremes in the middle yellow river. *Quaternary International* 380:382-390.
- Juxiang J, Jing H, Liu C and Tao, J, 2011. Hydrodynamic and water quality models of river network and its application in the Beiyun River. DOI: 10.1109/icbbe.2011.5780735.
- Kashefipour SM and Falconer RA, 2002. Significance of Empirical Coefficients on the Accuracy of the Numerical Solution of the ADE. Pp. 95-102. *Proceedings of the fifth International hydroinformatics Conference, July 1-5, Cardiff, UK.*
- Lin B, 1984. Current study of unsteady transport of sediment in China. Pp. 337-342. *Proc, Japan–China Bilateral Seminar on River Hydraulics and Engineering Experiences, Tokyo–Kyoto–Saporo, Japan.*
- Lyn DA, 1987. Unsteady sediment transport modelling. *Journal of Hydraulic Engineering, Proc, ASCE* 113(9): 1-15.
- Maleki Safarzadeh F and Khan A, 2016. 1-D coupled non-equilibrium sediment transport modeling for unsteady flows in the discontinuous Galerkin framework. *Journal of Hydrodynamics* 28(4):534-543.
- Meyer-Peter E and Muller R, 1948. Formulas for bed-load transport. *IAHR, 2nd Meeting, Stockholm, 25th May, Sweden.*
- Mohamadi S, Ghobadian R and Kashefipour SM, 2016. Coupling Green-Ampt and Saint-Venant Equations for Estimating of Transmission Losses during Flood Routing in Rivers. *Journal of Irrigation engineering and sciences* 39(1):143-153.
- Spasojevic M and Holly FM, 1990. Numerical Simulation of Twodimensional Deposition and Erosion Patterns in Alluvial Water Bodies. *IIHR Rep. No. i49, The Univ. of Iowa, Iowa City, Iowa.*
- Struiksmā N, Olesen KW, Flokstra Cde and Vriend, HJ, 1985. Bed deformation in curved alluvial channels. *Journal of Hydraulic Research* 23(1):57-79.
- Termini D, 2014. Non-uniform sediment transport estimation in non-equilibrium situation: case studies, *Procedia Engineering* 70:1639–1648.
- Wu W, 2004. Depth-averaged two-dimensional numerical modeling of unsteady flow and nonuniform sediment transport in open channels. *Journal of Hydraulic Engineering ASCE*, 130(10):1013–1024.
- Wu W and Wang SS, 2007. One-dimensional modeling of dam- break flow over movable beds. *Journal of Hydraulic Engineering ASCE*, 133(1):48-58.
- Wu XL, Xiang XH, Wang CH, Li L, Wang Ch, 2014. Water level updating model for flow calculation of river networks. *Water Science and Engineering* 7(1):60-69.
- Zhang S, Duan, J and Strelkoff T, 2013. Grain-scale nonequilibrium sediment transport model for unsteady flow. *Journal of Hydraulic Engineering* 139 (1):22–36.