

## برآورد تنش برشی در کانال‌های دوزنقه‌ای روباز با جداره صاف با کاربرد نگاشت همدیس

سجاد جاوید<sup>1\*</sup> و میرعلی محمدی<sup>2</sup>

تاریخ دریافت: 90/3/29 تاریخ پذیرش: 90/11/8

1- دانشجوی کارشناس ارشد، گروه مهندسی آب، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد مهاباد

2- دانشیار، گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه ارومیه

\* نویسنده مسئول: Email : [javid.cen@gmail.com](mailto:javid.cen@gmail.com)

### چکیده

تنش برشی متوسط بستر و دیواره‌ها برای کانال با مقطع دوزنقه‌ای شکل دارای جداره صاف از حل توأم معادلات پیوستگی و اندازه حرکت بدست آمده‌اند. با استفاده از نگاشت همدیس، خطوط جریان و هم پتانسیل برای مقطع دوزنقه‌ای با شیب دیواره (1:1) بدست آمد و روابطی برای تعیین سهم بستر از تنش برشی کل ارائه شد. در تقریب اول با صرف نظر از اثرات جریان‌های ثانویه و فرضی ثابت بودن لزجت گردابی، روابطی برای تعیین تنش برشی متوسط ارائه شد. مقایسه روابط بدست آمده با داده‌های آزمایشگاهی نشان می‌دهد این روابط در برآورد مقادیر تنش برشی متوسط بستر و دیواره به ترتیب و به طور متوسط به مقدار  $20\%+$  و  $24\%-$  تفاوت دارند. در تقریب دوم با در نظر گرفتن اثرات جریان‌های ثانویه و لزجت گردابی متغیر و سایر عوامل پیش‌بینی نشده با استفاده از نتایج آزمایشگاهی ضرایب تصحیحی برای محاسبه درصد سهم بستر در نظر گرفته شد. مقایسه روابط بدست آمده با داده‌های آزمایشگاهی نشان می‌دهد روابط بدست آمده بطور میانگین با خطای استاندارد  $1/2\%$  و ضریب تعیین  $0/993$  انطباق بسیار خوبی با نتایج آزمایشگاهی دارند.

واژه‌های کلیدی: تنش برشی، جریان ثانویه، کانال دوزنقه‌ای، لزجت گردابی، نگاشت همدیس

## Estimation of Shear Stress in Smooth Trapezoidal Open-Channels

### Using Conformal Mapping

S Javid<sup>1\*</sup> and M Mohammadi<sup>2</sup>

Received: Nov 20, 2011 Accepted: Jan 28, 2012

<sup>1</sup>MSc Student, Water Engin. Dept., Islamic Azad Univ., Mahabad Branch, Iran

<sup>2</sup>Assoc. Prof., Civil Engin Dept., Faculty of Engin., Univ. of Urmia, Iran

\*Corresponding Author: Email: [javid.cen@gmail.com](mailto:javid.cen@gmail.com)

### Abstract

The bed and sidewall average shear stresses in smooth trapezoidal open-channels are determined by solving the continuity and momentum equations. The isovels and orthogonals for a trapezoidal channel section with 1:1 sidewall aspect ratio were obtained by using conformal mapping technique. New equations were derived by determining a portion of bed shear stress from total shear stress. As a first approximation, the boundary shear stress equations were obtained after neglecting the secondary currents and assuming a constant eddy viscosity. In comparison with laboratory measurements, the first assumption overestimated the average bed stress by 20% but it underestimated the average sidewall shear stress by -24%. The second approximation was then presented by introducing two lumped empirical correction factors for the effects of secondary currents, variable eddy viscosity and other unexpected effects. Comparison between laboratory measurements and those from the second approximation, showed an excellent agreement ( $R^2 > 0.993$  and average relative error less than 1.2%) between them with experimental measurements over a wide range of width-depth ratios.

**Keywords:** Conformal mapping, Eddy viscosity, Secondary currents, Shear stress, Trapezoidal channel

کند. توزیع تنش برشی جداره پیرامون محیط مرطوب یک کانال متأثر از عوامل زیادی مانند شکل، شیب و زبری جداره کانال است که همه آنها بر روی ساختار جریان تأثیر می‌گذارند. بدست آوردن چگونگی توزیع تنش برشی جداره پیرامون محیط مرطوب کانال‌ها با مقطع دوزنقه‌ای همواره مورد تحقیق توسط محققان بوده است که روابط تجربی و تحلیلی نیز در این مورد

### مقدمه

پی بردن به نحوه توزیع تنش برشی جداره در مقطع کانال و تفکیک درصد سهم نیروی برشی وارده بر کف و دیواره‌های کانال در طراحی برای جلوگیری از رسوب گذاری و بروز پدیده فرسایش و انتقال آلودگی و همچنین کاربرد روز افزون مقاطع کانال‌ها در شبکه‌های جمع‌آوری و انتقال آب و فاضلاب اهمیت پیدا می-

عنوان خط پتانسیل یک و صفر و سپس استفاده از روش‌های عددی برای محاسبه مقادیر تنش‌های برشی محلی را بدست آوردند.

در این تحقیق به طور کلی هدف تفکیک و تعیین سهم تنش برشی دیواره‌ها و بستر از تنش برشی کل مقاطع دوزنقه‌ای است.

### مواد و روش‌ها

در تحقیق حاضر با تکیه بر نظریه اینشتین (1942) خط جریان گذرا از کنج مقطع به عنوان خط مفصل نواحی سهم دیواره‌ها و سهم بستر در نظر گرفته شده و با استفاده از نگاشت همدیس، معادله خط جریان گذرا از نقطه مشترک دیواره و بستر کانال دوزنقه‌ای بدست آمده است. با حل معادلات پیوستگی و اندازه حرکت در جریان سیال یکنواخت و دائمی برای حجم کنترل فرضی توابع اولیه مربوط به تنش‌های برشی متوسط دیواره‌ها و بستر استخراج شد. به عنوان فرض اول تنش‌های برشی متوسط با استفاده از نگاشت همدیس و با صرف نظر از اثرات جریان‌های ثانویه و فرض ثابت بودن لزجت گردابی بدست آمد. به عنوان فرض دوم با اعمال ضرایب تجربی برای در نظر گرفتن اثرات جریان‌های ثانویه و لزجت گردابی متغیر و سایر عوامل پیش‌بینی نشده اقدام به تعیین تنش برشی متوسط شد. در ادامه به شرح و بررسی روش حاضر پرداخته می‌شود.

### تحلیل نظری مسئله

با فرض شرایط جریان سیال یکنواخت و دائمی در کانال دوزنقه‌ای و جهت جریان  $x$  و سطح مقطع کانال (شکل 1) معادلات پیوستگی 1 و اندازه حرکت 2 را خواهیم داشت.

$$\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad [1]$$

$$r \left( v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = r g S + \left( \frac{\partial t_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial t_{zx}}{\partial z} \right) \quad [2]$$

ارائه داده اند. لیکلی (1932) استفاده از نگاشت همدیس<sup>1</sup> در مطالعات مربوط به تعیین توزیع تنش برشی جداره در کانال‌های روباز را پیشنهاد نمود. طبق نظریه وی در غیاب اثرات جریان‌های ثانویه تنش برشی اعمالی بر کف با وزن آب ناحیه محصور بین خطوط جریان به تعادل می‌رسد. ولی نظریه وی نتایج قطعی ارائه نمی‌داد (گرف 1971). اینشتین (1942) با صرف نظر از اثرات جریان‌های ثانویه سطح مقطع کانال را با استفاده از خطوط جریان گذرا از کنج مقطع به یک جزء ناحیه سهم بستر  $A_b$  و دو جزء سهم دیواره‌ها  $A_w$  تقسیم نمود. او ابراز داشت که وزن سیال ناحیه سهم بستر با مقاومت بستر و همچنین وزن سیال ناحیه سهم دیواره‌ها با مقاومت دیواره‌ها به تعادل می‌رسند، همچنین فرض نمود ما بین مرز مشترک دو ناحیه اصطکاکی وجود ندارد اما در مورد نحوه تعیین  $A_w$  و  $A_b$  توضیحی ارائه نداد. محققان بسیاری سعی در تعیین نواحی  $A_b$  و  $A_w$  در مقاطع دوزنقه‌ای کرده‌اند. یانگ و لیم (1997)، یانگ و همکاران (2004) روش  $YLM^2$  را بر پایه توزیع انرژی جریان در کوتاهترین فاصله از جداره‌ها برای مقاطع با زبری جداره غیر یکنواخت ارائه دادند. خداشناس و پکوئر (1999) روش  $MPM^3$  را برای تعیین نحوه توزیع تنش برشی پیرامون جداره مرطوب کانال با استفاده از تاثیر هندسه کانال بر خط جریان گذرا از کنج و با تکیه بر نظریه اینشتین و روش  $NAM^4$  برای مقاطع نامنظم و با زبری جداره یکنواخت ارائه نمودند.

محققان دیگری نیز با بهره‌گیری از روش‌های عددی و تحلیلی تعیین نحوه توزیع تنش برشی پیرامون جداره مقطع کانال را تحقیق نمودند. شیونو و نایت (1988) روش تحلیلی  $SKM^5$  را برای تعیین سرعت متوسط عمقی و تنش برشی جداره در مقاطع مرکب با مقطع اصلی دوزنقه ارائه نمودند. یو و تان (2007) روش شبکه جریان با فرض طولی معینی از سطح آزاد سیال و پیرامون مرطوب جداره مقطع به ترتیب به

<sup>1</sup> Conformal mapping

<sup>2</sup> Yang and Lim method

<sup>3</sup> Merged perpendicular method

<sup>4</sup> Normal area method

<sup>5</sup> Shiono and Knight method

و برای مرز  $CH$  و  $GB$  با توجه به اینکه رابطه 6 را خواهیم داشت

$$\int_{GB} = \int_{CH} = \int_{CH} ru \left( v \frac{\partial y}{\partial n} + w \frac{\partial z}{\partial n} \right) dA = \int_{CH} ru(vdz - wdy) \quad [6]$$

و برای مرز  $HG$  با توجه به اینکه  $\partial y / \partial n = 0$ ،  $\partial z / \partial n = 1$  و  $w = 0$  و  $v \neq 0$ ، رابطه 7 را خواهیم داشت.

$$\int_{HG} = \int_{HG} ru \left( v \frac{\partial y}{\partial n} + w \frac{\partial z}{\partial n} \right) dA = 0 \quad [7]$$

رابطه 8 با جاگذاری روابط 5 تا 7 در رابطه 4 بدست می‌آید:

$$\int_A ru \left( v \frac{\partial y}{\partial n} + w \frac{\partial z}{\partial n} \right) dA = 2 \int_{CH} ru(vdz - wdy) \quad [8]$$

و برای جمله نیروی برشی رابطه 3 نیز به صوت تحلیل مشابه، رابطه 9 بدست می‌آید.

$$\int_A \left( t_{yx} \frac{\partial y}{\partial n} + t_{zx} \frac{\partial z}{\partial n} \right) dA = -\bar{t}_b b + 2 \int_{CH} ru(t_{yx} dz - t_{zx} dy) \quad [9]$$

همچنین برای جمله جاذبه رابطه [3] با توجه به اینکه  $\nabla = A_b \cdot 1$  است رابطه 10 را خواهیم داشت.

$$rgS\nabla = rgSA_b \quad [10]$$

با جاگذاری روابط 8 تا 10 در رابطه 3 تنش برشی متوسط بستر به صورت رابطه 11 بدست می‌آید. که در آن جمله اول سمت راست برابر مقدار تنش برشی در مرز دو ناحیه  $A_b$  و  $A_w$  بوده و جمله دوم بیانگر مقدار اثرات جریان‌های ثانویه و جمله سوم بیانگر اثر نیروی جاذبه می‌باشد.

$$\bar{t}_b = \frac{rgSA_b}{b} - \frac{2}{b} \int_{CH} ru(vdz - wdy) + \frac{2}{b} \int_{CH} ru(t_{yx} dz - t_{zx} dy) \quad [11]$$

تنش برشی متوسط دیواره

روابط تنش برشی متوسط دیواره را به طور مشابه تنش برشی متوسط بستر با در نظر گرفتن حجم کنترل بیان شده می‌توان تعیین نمود. اما به روش کوتاهتر می‌توان با در نظر گرفتن رابطه تنش برشی در کانال‌ها طبق رابطه 12 که در آن  $P_b$  و  $P_w$  به ترتیب برابر طول کف بستر و طول کل دیواره‌های مرطوب

که در آن  $u$  سرعت جریان در راستای  $x$ ؛  $v$  و  $w$  سرعت جریان‌های ثانویه به ترتیب در راستای  $y$  و  $z$ ؛  $r$  وزن مخصوص سیال؛  $g$  شتاب ثقل؛  $S$  شیب بستر کانال؛  $t_{zx}$  و  $t_{yx}$  تنش‌های برشی در راستای جریان اعمالی بر صفحات  $z-x$  و  $y-x$  هستند. جمله سمت چپ رابطه 2 بیانگر اثرات جریان‌های ثانویه و جمله اول سمت راست بیانگر تنش‌های برشی خالص اعمالی بر المان‌های دیفرانسیلی سیال و جمله دوم بیانگر اثر وزن در جهت جریان است.

با ضرب رابطه 1 در  $ru$  و اضافه به رابطه 2 و سپس انتگرال‌گیری در حجم اختیاری  $\nabla$  با سطح  $A$  و استفاده از نظریه گاوس رابطه 3 بدست می‌آید:

$$\int_A ru \left( v \frac{\partial y}{\partial n} + w \frac{\partial z}{\partial n} \right) dA = rgS\nabla + \int_A \left( t_{yx} \frac{\partial y}{\partial n} + t_{zx} \frac{\partial z}{\partial n} \right) dA \quad [3]$$

که در آن  $\partial y / \partial n$  کسینوس زاویه بین محور  $y$  و بردار نرمال روی سطح کنترل به طرف بیرون حجم کنترل بوده و  $\partial z / \partial n$  کسینوس زاویه بین محور  $z$  و بردار  $n$  است. جمله سمت چپ بیانگر شار اندازه حرکت خالص خروجی از سطح کنترل و جمله اول سمت راست مشخصه نیروی تنش برشی روی سطح کنترل  $A$  و جمله دوم بیانگر اثر نیروی جاذبه بر روی حجم کنترل است.

تنش برشی متوسط بستر

با در نظر گرفتن حجم کنترل  $BCHGB$  (شکل 1) و طول واحد در راستای جریان  $x$  و اینکه خطوط  $EB$  و  $FC$  نسبت به محور  $z$  متقارن و تابعی از  $z$  هستند، شار اندازه حرکت رابطه 3 را به صورت رابطه 4 خواهیم داشت.

$$\int_A ru \left( v \frac{\partial y}{\partial n} + w \frac{\partial z}{\partial n} \right) dA = \int_{BC} + \int_{CH} + \int_{HG} + \int_{GB} \quad [4]$$

برای مرز  $BC$  با شرایط جریان غیر لغزشی  $\partial y / \partial n = 0$  و  $\partial z / \partial n = -1$  طبق رابطه 5 داریم:

$$\int_{BC} = \int_A ru \left( v \frac{\partial y}{\partial n} + w \frac{\partial z}{\partial n} \right) dA = 0 \quad [5]$$

16 و روابط 11 و 15 به ترتیب به صورت 17 و 18 به دست می آیند و می توان با تعیین  $A_b$  مقادیر تنش های برشی متوسط را استخراج نمود که خود نیازمند برآورد معادلات مربوط به خطوط  $CH$  و  $GB$  می باشد. رابطه 16 همان رابطه پواسن بوده و با استفاده از نگاشت همدیس مورد تحلیل قرار می گیرد (وایت 1991).

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = const \quad [16]$$

$$\bar{t}_b = \frac{rgSA_b}{b} \quad [17]$$

$$\bar{t}_w = \frac{rgS(b+mh-A_b/h)}{2\sqrt{1+m^2}} \quad [18]$$

تبدیل شوارتز - کریستوفل به عنوان یکی از تبدیلات بسیار مهم در ریاضیات عالی مهندسی برای نگاشت چند ضلعی ها بر روی محور افقی در صفحه متجانس در نظر گرفته می شود. با استفاده از این تبدیل هر یک از نقاط روی صفحه فیزیکی مقطع بر صفحه متجانس خود نگاشت می شود و در نتیجه خطوط افقی و عمودی در صفحه تجانس به ترتیب برابر خطوط هم پتانسیل و جریان در صفحه فیزیکی خواهند بود (اشپیگل 1993).

تبدیل مذکور برای مقطع دوزنقه با شیب دیواره (1:1) طبق رابطه 19 خواهد بود که در آن  $w = y + iz$  و  $z = x + ih$  بوده و به ترتیب برابر نقاط صفحه فیزیکی و صفحه تجانس به همراه مؤلفه های حقیقی و موهومی متناظر با هر یک می باشند و  $+b/2$ ،  $-b/2$  مقادیر قراردادی برای نقاط کنج مقطع در صفحه متجانس می باشند. به عبارت دیگر مقدار عددی خطوط جریان گذرا از نقاط مزبور برابر مقدار قرار داد شده خواهند بود.

$$\frac{dw}{dz} = k_1 \left( z - \frac{b}{2} \right)^{-1/4} \left( z + \frac{b}{2} \right)^{-1/4} \quad [19]$$

رابطه 20 یک رابطه عمومی برای عرض های متغیر بستر کانال بوده و با انتگرال گیری از رابطه 19 بدست می آید که در آن  $k_1$  و  $k_2$  ضرایب ثابت بوده و برای عرض های مختلف بستر مقطع و مقادیر قراردادی ذکر

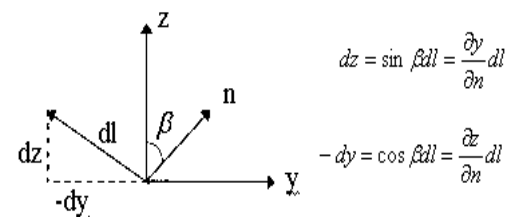
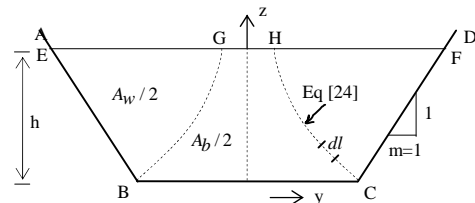
است. رابطه 12 را می توان به صورت رابطه 13 نیز بیان نمود.

$$t = rgS \frac{A}{P_b + P_w} \quad [12]$$

$$P_w \bar{t}_w + P_b \bar{t}_b = rgSA \quad [13]$$

رابطه 13 را با در نظر گرفتن روابط بین پارامتر های هندسی مقطع به صورت رابطه 14 نیز می توان بیان نمود.

$$2h\sqrt{1+m^2} \bar{t}_w + b\bar{t}_b = rgSh(b+mh) \quad [14]$$



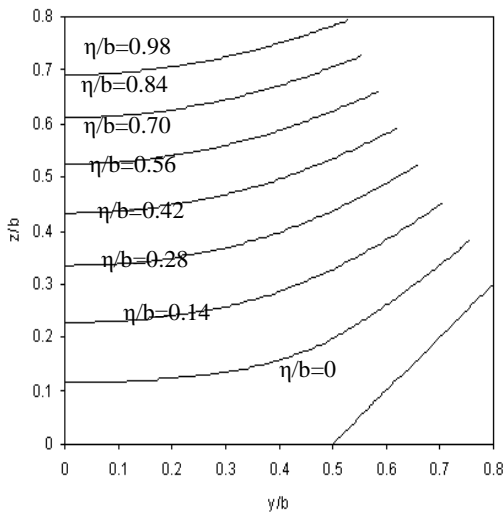
شکل 1- مشخصات مقطع عرضی کانال دوزنقه ای

از جاگذاری رابطه 11 در رابطه 14 می توان رابطه تنش برشی متوسط جداره را به صورت رابطه 15 استخراج نمود.

$$\bar{t}_w = \frac{rgS(b+mh-A_b/h)}{2\sqrt{1+m^2}} + \frac{\int_{CH} ru(vdz - wdy)}{h\sqrt{1+m^2}} - \frac{\int_{CH} ru(t_{yx}dz - t_{zx}dy)}{h\sqrt{1+m^2}} \quad [15]$$

تقریب اول

با صرف نظر از اثرات جریان های ثانویه و تنش های برشی جریان سیال رابطه 2 به صورت رابطه



شکل 3- منحنی های هم پتانسیل طبق رابطه 23

با استفاده از رابطه 22 می توان معادله خط جریان گذرا از کنج سمت راست مقطع را به ازای  $x = b/2$  بدست آورد اما برای راحتی محاسبه  $A_b$  رابطه 24 برای نقطه کنج سمت راست به ازای هر یک از عرض های مختلف بستر با انطباق بیش از 1000 نقطه برای خطوط پتانسیل مختلف تخمین زده شده است. به عبارت دیگر مقدار خط جریان نقاط قرار گرفته بر روی رابطه 24 ثابت بوده و برابر  $x = b/2$  است.

$$y/b = 0.5 \text{Exp}(-0.57 z/b) \quad [24]$$

بنابراین در ادامه تقریب اول تحقیق، مقدار  $A_b$  در روابط 17 و 18 با انتگرال گیری از رابطه 24 در ارتفاع سیال رابطه 25 حاصل می گردد و با جایگذاری در روابط 17 و 18 به ترتیب به صورت روابط 26 و 27 تعیین شد.

$$A_b = 2 \int_0^h y dz = 1.7544 b^2 [1 - \text{Exp}(-0.57 h/b)] \quad [25]$$

$$\frac{\bar{t}_b}{rgSh} = 1.7544 \frac{b}{h} [1 - \text{Exp}(-0.57 h/b)] \quad [26]$$

$$\frac{\bar{t}_w}{rgSh} = \frac{b/h + m - (b/h) [\bar{t}_b / rgSh]}{2\sqrt{1+m^2}} \quad [27]$$

شده مقادیر مختلفی دارند. تابع ظاهر شده در رابطه 20 تحت عنوان تابع فوق هندسی در ریاضیات مهندسی شناخته می شود.

$$w = k_2 + \frac{2k_1(-b+2z)^{3/4}(2+4z/b)^{1/4}}{3(b+2z)^{1/4}} \quad [20]$$

$$\times \text{HyperGeometric}2F1[1/4, 3/4, 7/4, 1/2 - z/b]$$

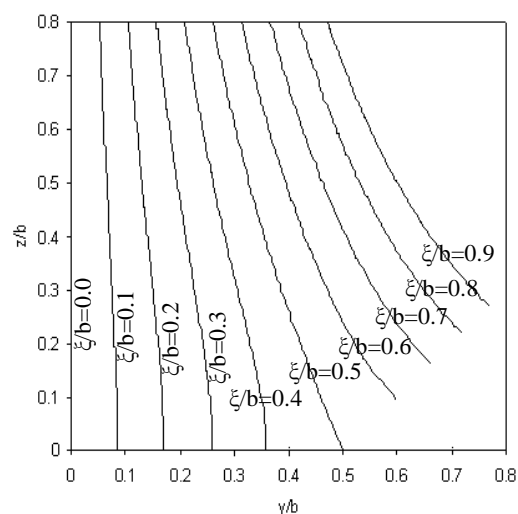
فرم تابع مزبور به صورت رابطه 21 بیان می شود.

$$\text{HyGe}2F1[a, b, c, x] = 1 + \frac{abx}{c} + \frac{a(a+1)b(b+1)}{c(c+1)} x^2 + \dots \quad [21]$$

برای هر یک از مقادیر مختلف عرض مقطع با استفاده از نرم افزار Mathematica بیش از 100,000 نقطه به صورت ماتریسی به ازای مقادیر مختلف  $h$  و  $x$  طبق رابطه 20 اختصاص یافته و مقادیر  $z$  و  $y$  استخراج شده اند. سپس با استفاده از نرم افزار SPSS خطوط جریان و هم پتانسیل به ترتیب طبق روابط 22 و 23 برای مقطع حاضر تخمین زده می شود. صورت بی بعد روابط 22 و 23 را به ترتیب می توان در شکل های 2 و 3 مشاهده نمود.

$$x/b = 1.039 \text{Sin}(1.444 y/b) \text{Cosh}(0.878 z/b) \quad [22]$$

$$h/b = 1.704 \text{Cos}(1.373 y/b) \text{Sinh}(0.837 z/b) \quad [23]$$



شکل 2- منحنی های خطوط جریان طبق رابطه 22

$$\bar{t}_b = \text{Exp}(-0.57h/b) + \frac{-0.571h}{2b} \text{Exp}(-0.571h/b) - \frac{2}{rgShb} \int_{CH} ru(vdz - wdy) + \frac{2}{rgShb} \int_{CH} ru(t_{yx}dz - t_{zx}dy) \quad [29]$$

برای ساده نمودن رابطه 29، از مطالعات تامیناگا و همکاران (1989) که نشان می‌دهد تنش‌های برشی ناشی از اثرات جریان‌های ثانویه و لزجت گردابی متغیر فقط 2 الی 3 درصد تنش برشی کل را تشکیل می‌دهند، با حذف جمله‌های اول و دوم از سمت راست رابطه 29 و ادغام تاثیر آن‌ها در ضرایب تصحیح رابطه مذکور به صورت رابطه 30 خلاصه می‌گردد.

$$\bar{t}_b = \text{Exp}(-0.57h/b) - I_1 \frac{h}{b} \text{Exp}(-0.571_2 h/b) \quad [30]$$

با جایگذاری رابطه 30 در رابطه 14 رابطه تنش برشی متوسط دیواره‌ها به صورت رابطه 31 تعیین می‌شود.

$$\bar{t}_w = \frac{1+b/h}{2\sqrt{1+m^2}} - \frac{b}{2h\sqrt{1+m^2}} \left[ \bar{t}_b / rgSh \right] \quad [31]$$

برای آنکه روابط مذکور برای شرایط کانال عریض و باریک صادق باشند می‌توان با داشتن مقادیر متفاوت برای  $\bar{t}_w$  و  $\bar{t}_b$  برای هر کدام از شرایط مقاطع عریض و باریک مقدار ضرایب تصحیح را تعیین نمود.

برای شرایط مقطع عریض می‌توان با فرض اینکه مقدار  $\bar{t}_w$  با میل  $b/h$  به سمت بی نهایت در مقطع دوزنقه ای عملکرد مشابه مقطع مستطیلی وقتی  $b/h$  به سمت بی نهایت میل می‌کند، داشته باشد. می‌توان مقدار  $\bar{t}_w / rgSh = 0.63$  و  $\bar{t}_b / rgSh = 1$  را برای  $b/h$  وقتی به سمت بی نهایت میل می‌کند در مقاطع مستطیلی برای تعیین ضرایب تصحیح استفاده نمود (محمدی و جاوید 1390). هرچند در مقاطع دوزنقه‌ای مقدار تنش برشی متوسط دیواره‌ها وقتی  $b/h$  به سمت بی نهایت میل می‌کند به دلیل هندسه مقطع و در نتیجه افزایش مقدار  $A_b$ ، نسبت به مقاطع مستطیلی در همان شرایط، قدری بیشتر است (جاوید 1390). همچنین با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی یوئن (1989) برای مقطع دوزنقه‌ای با شیب دیواره (1:1) می‌توان ضرایب اصلاحی را به ازای مقادیر مختلف  $b/h$  بدست آورد. به ازای مقادیر مختلف  $b/h$  و حل دستگاه‌های دو معادله و دو مجهول تشکیل

تقریب دوم با اعمال ضرایب اصلاحی تجربی

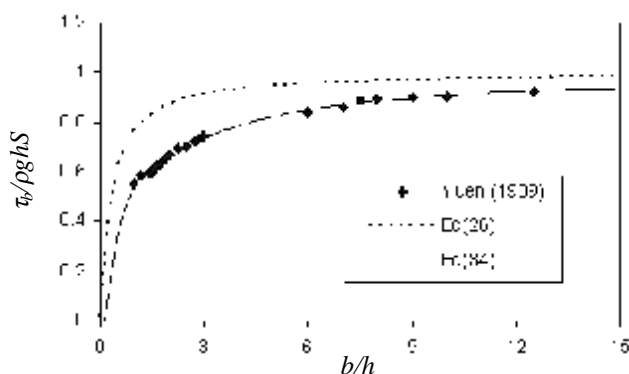
مطالعات نایت و همکاران (2007) نشان داده است که در کانال‌های دوزنقه‌ای تعداد گردابه‌های تشکیل شده ناشی از جریان‌های ثانویه به نسبت عرض بستر بر ارتفاع سیال بستگی دارد. برای مقاطع با شرایط  $b/h \leq 1.1$  و  $b/h \geq 2$  به ترتیب سه و چهار گردابه عمده تشکیل می‌شود که به ترتیب در خلاف جهت یکدیگر در حرکت هستند. نحوه عملکرد توأم این گردابه‌ها باعث می‌شود محل وقوع سرعت حداکثر در این مقاطع به سمت سطح آزاد جریان سیال تمایل داشته باشد و در نتیجه پدیده غوطه‌وری محل سرعت حداکثر که در مقاطع غیر عریض مشاهده می‌گردد، در مقاطع دوزنقه‌ای رخ ندهد. قدرت گردابه عمده متأثر از دیواره رابطه مستقیمی با شیب جداره کانال دارد. بنابراین هر چه شیب دیواره کانال بیشتر باشد بر قدرت این گردابه افزوده می‌شود و بالعکس. با توجه به نحوه تاثیر عملکرد گردابه‌ها و همچنین عدم تأثیر میزان قدرت حرکت آن‌ها در ارتفاع مشاهداتی محل سرعت حداکثر می‌توان این نتیجه را بیان نمود که تاثیر گردابه‌های ذکر شده فقط بر محل قرار گیری خطوط هم پتانسیل و خطوط جریان است و هر چه قدرت حرکت گردابه اول بیشتر باشد خطوط جریان و هم پتانسیل بیشتر به سمت محور تقارن مقطع انحراف می‌یابد.

بنابراین برای در نظر گرفتن اثرات جریان‌های ثانویه که باعث انحنای هر چه بیشتر خطوط جریان  $CH$  و  $GB$  به سمت داخل می‌شوند، می‌توان با اعمال ضرایب تصحیح رابطه 25 را بازبینی نمود. بدین منظور برای تعیین  $A_b$  با انتگرال گیری جزء به جزء از رابطه 24 و به کار گیری قضیه مقدار میانگین در انتگرال‌ها رابطه 28 حاصل می‌گردد که در آن  $I$  ضریب تصحیح منتجه از قضیه مقدار میانگین است.

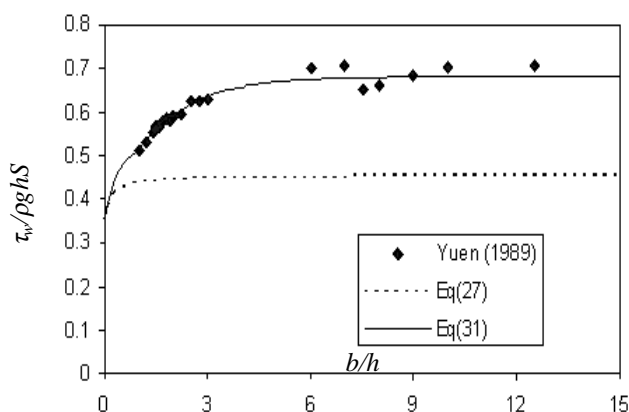
$$A_b = 2 \int_0^h y dz = bh \text{Exp}(-0.57h/b) + \frac{-0.571h^2}{2} \text{Exp}(-0.571h/b) \quad [28]$$

با جایگذاری رابطه 28 در رابطه 11 و تقسیم طرفین بر  $rgSh$  رابطه 29 بدست می‌آید.

که رابطه 34 مطابقت بسیار خوبی با نتایج آزمایشگاهی دارد. مقادیر خطای استاندارد و ضریب همبستگی برای رابطه 34 به ترتیب برابر 0/9 و 0/997 است. مقایسه داده های تجربی با روابط بدست آمده برای تنش های برشی متوسط دیواره ها در شکل 5 آمده است. می توان این نکته را بیان نمود که رابطه 27 به دلیل در نظر نگرفتن اثرات جریان های ثانویه و لزجت گردابی متغیر با افزایش نسبت  $b/h$  بر آوردی در حدود 24% کمتر از رابطه 31 دارد. همچنین رابطه 31 با داده های آزمایشگاهی مطابقت خوبی داشته و مقادیر خطای استاندارد و ضریب همبستگی برای این رابطه به ترتیب برابر 0/989 و 1/4% است.



شکل 4- مقایسه روابط 26 و 34 با داده های آزمایشگاهی



شکل 5- مقایسه روابط 27 و 31 با داده های آزمایشگاهی

شده مشاهده می شود ضریب اصلاحی  $I_1$  به ازای مقادیر مختلف  $b/h$  به صورت یک عدد ثابت و  $I_2$  به صورت یک تابع به صورت رابطه 32 خواهد بود.

$$I_2 = a_1 + a_2 \ln(h/b) \quad [32]$$

که در آن  $a_1$  و  $a_2$  ضرایب ثابت می باشند. دلیل این امر آن است که در مقاطع دوزنقه ای فاصله تاثیر دیواره ها در ارتفاع متغیر بوده در حالی که در مقاطع مستطیلی به دلیل ثابت بودن این فاصله  $I_2$  به صورت یک عدد ثابت تعیین می گردد. در نهایت با جایگذاری رابطه 32 در رابطه 30 و 31 و آنالیز عددی داده های مذکور به همراه روابط حاصل از نرم افزار SPSS می توان ضریب اصلاحی  $I_1$  را برابر مقدار ثابت 0/33 و ضریب اصلاحی  $I_2$  را به ازای مقادیر مختلف  $b/h$  طبق رابطه 33 تعیین نمود.

$$I_2 = 4.25 + 3.04 \ln(h/b) \quad [33]$$

با جایگذاری ضرایب اصلاحی بدست آمده در رابطه 30 تنش های برشی متوسط کف به صورت رابطه 34 حاصل می گردد.

$$\frac{\bar{t}_b}{\rho g S h} = \text{Exp}(-0.57 h/b) - 0.33 \frac{h}{b} \text{Exp}\left(\frac{-0.57 h(4.25 + 3.04 \ln(h/b))}{b}\right) \quad [34]$$

## نتایج و بحث

با توجه به اینکه مطالعات تجربی اندکی بر روی مقاطع دوزنقه ای نسبت به سایر مقاطع صورت گرفته است نتایج آزمایشگاهی یوئن (1989) برای بررسی دقت روابط بدست آمده مورد استفاده قرار می گیرد. مقایسه داده های تجربی با روابط بدست آمده برای تنش های برشی متوسط بستر برای هر دو تقریب در نظر گرفته شده در (شکل 4) آمده است. می توان از شکل 4 برآورد نسبتاً زیاد مقادیر تنش های برشی متوسط بستر را توسط تقریب اول رابطه 26 مشاهده نمود. هر چند با افزایش نسبت  $b/h$  مقادیر برآورد شده به نتایج آزمایشگاهی نزدیک تر می شود اما این رابطه در محدوده نتایج تجربی به طور میانگین مقادیر را 20% بیشتر ارائه می دهد. بنابراین تقریب اول به دلیل هندسه خاص این مقطع عملاً کارایی ندارد. این در حالی است



نمود که این امر به دلیل عدم وجود داده‌های آزمایشگاهی بر روی مقاطع دوزنقه‌ای با شیب دیواره‌های مختلف امکان‌پذیر نبوده است. نهایتاً با استخراج 3 ضریب تصحیح تجربی بیان شده برای سایر مقاطع می‌توان روابطی برای تعیین این ضرایب برای مقاطعی میانی که نتایج آزمایشگاهی برای آنها وجود ندارد، اقدام نمود.

بنابراین می‌توان از روابط 31 و 34 برای تعیین تنش‌های برشی متوسط بستر و دیواره‌ها با دقت بسیار بالایی بهره برد که این امر بیان‌کننده کارایی روش نگاشت هم‌دیس برای مقاطع دوزنقه‌ای است. همچنین می‌توان با انجام آزمایشات روی سایر مقاطع دوزنقه‌ای با شیب دیواره متفاوت مانند 15، 30، 60، 75 درجه و بدست آوردن نتایج آزمایشگاهی به وسیله روش ارائه شده روابط مشابهی را استخراج

#### منابع مورد استفاده

- جاوید س، 1390. تاثیر شکل مقطع کانال در توزیع تنش برشی جریان. پایان نامه کارشناسی ارشد مهندسی آب، دانشگاه آزاد اسلامی واحد مهاباد.
- محمدی م و جاوید س، 1390. بررسی تنش برشی جریان در کانال‌های مستطیلی. مجموعه مقالات ششمین کنگره ملی عمران، جلد اول، 6-7 اردیبهشت، دانشگاه سمنان، ایران.
- Einstein HA, 1942. Formulas for the transportation of bed-load. *Trans Am Soc of Civ Eng* (107): 561-597.
- Graf W, 1971. *Hydraulics of Sediment Transport*. McGraw-Hill, New York.
- Khodashenas SR and Paquier A, 1999. A geometrical method for computing the distribution of boundary shear stress across irregular straight open channels. *J Hydr Res* 37(3): 381-388.
- Knight DW and Omran M and Tang X, 2007. Modeling depth-averaged velocity and boundary shear in trapezoidal channels with secondary flows. *J Hydr Eng* 133(1): 39-47.
- Leighly JB, 1932. Toward a theory of the morphologic significance of turbulence in the flow of water in streams. *Univ of Calif Publ Geography* 6(1): 1-22.
- Shiono K and Knight DW, 1988. Two-dimensional analytical solution for a compound channel. Pp.503-510. 3rd Int Symp on Refined Flow Modeling and Turbulence Measurements, Tokyo, Japan.
- Spiegel MR, 1993. *Complex Variables*, McGraw-Hill, New York.
- Tominaga A, Nezu I, Ezaki K and Nakagawa H, 1989. Three-dimensional Turbulent Structure in Straight Open Channel Flows. *J Hydr Res* 27(11): 149-173.
- White FM, 1991. *Viscous Fluid Flow*, McGraw-Hill, New York.
- Yang SQ and Lim SY, 1997. Mechanism of energy transportation and turbulent flow in a 3D channel. *J Hydraul Eng* 123(8): 684-692.

- Yang SQ and Lim SY, 2002. Discussion on a geometrical method for computing the distribution of boundary shear stress across irregular straight open channels. *J Hydr Res* 40(3): 535–542.
- Yang SQ, Yu J and Wang YZ, 2004. Estimation of diffusion coefficients, lateral shear stress, and velocity in open channels with complex geometry. *Water Resour Res* 40: 1–8.
- Yu G and Tan SK, 2007. Estimation of boundary shear stress distribution in open channels using flownet. *J Hydr Res* 45(4): 486–496.
- Yuen KWH, 1989. A study of boundary stress, flow resistance and momentum transfer in open channels with simple and compound trapezoidal cross sections. PhD Thesis, The University of Birmingham, UK.