

مقایسه روش‌های فرکتالی و رزتا در تخمین منحنی رطوبتی خاک

لیلا اسماعیل نژاد^{۱*}، جواد سیدمحمدی^۲، محمود شعبانپور^۳

تاریخ دریافت: ۹۴/۰۸/۲۰ تاریخ پذیرش: ۹۵/۰۵/۳۰

۱- دانشجوی دکتری گروه مهندسی علوم خاک، دانشگاه تهران

۲- دانشجوی دکتری گروه علوم خاک، دانشگاه تبریز

۳- دانشیار گروه علوم خاک، دانشگاه گیلان

*مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: esmaeelnejad.leila@gmail.com

چکیده

مدل ونگنوختن اغلب برای توصیف منحنی رطوبتی خاک استفاده می‌شود. هدف از این تحقیق، ارزیابی روشی برای تعیین پارامترهای m و α مدل ونگنوختن برای ۱۰۰ نمونه خاک از استان گیلان با استفاده از بعد فرکتال منحنی رطوبتی است. دو روش که توسط لینهارد و همکاران و ونگنوختن برای تخمین m از شاخص توزیع اندازه منافذ مدل بروکز و کوری پیشنهاد شده بود، به کار رفت. در هر دو روش از رابطه بین شاخص توزیع اندازه منافذ مدل بروکز و کوری و بعد فرکتال منحنی رطوبتی استفاده شد. پارامترهای مدل ونگنوختن با استفاده از نرم‌افزار رزتا نیز برآورد و سپس مقادیر به دست آمده از رزتا و روش فرکتالی با مقادیر پارامترهای ونگنوختن تعیین شده از نرم‌افزار RETC با هم مقایسه شدند. نتایج نشان داد که نرم‌افزار رزتا برآورد بهتری از پارامترهای مدل ونگنوختن نسبت به روش فرکتالی ارائه می‌دهد. در نهایت، پارامترهای α و m تخمین زده شده مدل ونگنوختن که از روش‌های مختلف فوق‌الذکر به دست آمده بودند در ترکیب با رطوبت اشباع اندازه‌گیری شده برای تخمین رطوبت خاک در پتانسیل‌های ماتریک مختلف به کار گرفته شده و با مقادیر تعیین شده توسط RETC از طریق برازش مدل ونگنوختن بر داده‌های اندازه‌گیری شده، مقایسه شدند. نتایج حاصل حاکی از تخمین بهتر منحنی رطوبتی با استفاده از روش فرکتال نسبت به رزتا است. بنابراین با وجود برآورد بهتر پارامترهای مدل ونگنوختن به وسیله نرم‌افزار رزتا نسبت به روش فرکتالی، پیش‌بینی مقدار رطوبت خاک با استفاده از رزتا دقیق‌تر از روش فرکتالی نمی‌باشد. چون تخمین مقدار رطوبت نتیجه برهمکنش بین پارامترهای مدل ونگنوختن، m و α است.

واژه‌های کلیدی: بروکز و کوری، پارامترهای ونگنوختن، تیلر و ویتکرافت، لینهارد

Comparison of Fractal and Rosetta Approaches for Estimation of Soil Water Retention Curve

L Esmaelnejad^{1*}, J Seyedmohammadi², M Shabanpour³

Received: 11 November 2015 Accepted: 20 August 2016

1-Ph.D. Student, Soil Sci. Dept., Univ. of Tehran, Iran

2-Ph.D. Student, Soil Sci. Dept., Univ. of Tabriz, Iran

3-Assoc. Prof., Soil Sci. Dept., Univ. of Guilan, Iran

*Corresponding Author, Email: esmaeelnejad.leila@gmail.com

Abstract

The van Genuchten (vG) function is often used to describe the soil water retention curve (SWRC) of unsaturated soils. The objective of this study was to evaluate a method to determine the vG model parameters m and α of 100 soil samples of Guilan province from the fractal dimension of SWRC. Also, we used two models introduced by Lenhard et al and vG for estimating m from pore size distribution index of Brooks and Corey (BC) model. In both of the mentioned methods, the relationship between pore size distribution index of BC and SWRC fractal dimension was used. Also, vG parameters using Rosetta software were estimated and then, the amounts of vG parameters from the Rosetta, fractal method and RETC were compared. Results showed that Rosetta software had a better estimation of vG parameters than the Rosetta. The estimated vG model parameters m and α obtained with the above-mentioned different methods, in conjunction with measured saturated water contents, were used to estimate water contents at different matric potentials and compared with determined values by RETC via fitting of vG model on the measured values. The estimated SWRC data via fractal method were compared with those obtained with the Rosetta model. Results showed that fractal method had more accurate performance for prediction of SWRC than the Rosetta. Even though, the Rosetta software could lead to better estimates of the vG model parameters than the fractal approach, it was not capable of predicting SWRC as accurately as the fractal approach. This is due to the fact that estimation of the water content is a result of an interaction between the estimated vG model parameters, α and m .

Keywords: Brooks and Corey, Lenhard, Tyler and Wheatcraft, van Genuchten parameters

مقدمه

هیدرولیکی مثل منحنی رطوبتی و هدایت هیدرولیکی غیراشباع خاک محدود می‌شود. علاوه بر این به دلیل تغییرپذیری ذاتی مکانی و زمانی خواص هیدرولیکی در خاک، تعداد زیادی نمونه خاک نیاز است تا بتوان به طور صحیح توزیع مکانی خواص هیدرولیکی خاک را مشخص کرد. تشخیص و تخمین صحیح منحنی رطوبتی خاک، مورد توجه محققان زیادی در طول بیش از ۶۰ سال

بیشتر عملیات حفاظتی و مدیریت منابع آب و خاک نیاز به شناخت فرآیندهای حرکت آب و املاح در ناحیه غیراشباع خاک دارد. در طول چند دهه گذشته تعداد زیادی مدل‌های کامپیوتری برای شبیه‌سازی حرکت آب و انتقال آلاینده‌ها در خاک‌های اشباع و غیراشباع توسعه یافته‌اند. کاربرد آن‌ها اغلب به دلیل کمبود اطلاعات

تعدادی مدل‌های شبه فیزیکی بر اساس شباهت شکل منحنی‌ها توسعه یافته‌اند (آریا و پاریس ۱۹۸۱، هاورکمپ و پارلانگ ۱۹۸۶، فردلوند و همکاران ۲۰۰۲، هاورکمپ و همکاران ۲۰۰۵، لیج و همکاران ۲۰۰۵).

اخیراً توجه زیادی به توسعه روابط تابعی بین رطوبت خاک و پتانسیل ماتریک با استفاده از مدل‌های ژئومتریک فرکتال معطوف شده است. مدل‌های فرکتال دارای اساس فیزیکی و ریاضی در توصیف‌شان از ژئومتری محیط متخلخل هستند. سه‌نوع از مدل‌های منحنی رطوبتی بر اساس سازماندهی فرکتال ساختمان خاک پیشنهاد شده‌اند. یک نمونه از آنها فرکتال توده‌ای است (سنگفرش سیرپینسکی^۱ یا اسفنج منگر^۲) که در آن ابعاد فرکتال مربوط به توده، سطح منافذ و حجم منافذ ارزش و مقادیر یکسانی دارند (ریو و اسپوزیتو ۱۹۹۱، پرفکت ۱۹۹۹). نوع دوم بر اساس سطح فرکتالی بدون توجه به مقیاس توده می‌باشد (تولیدو و همکاران ۱۹۹۰، دیژنز ۱۹۸۵). روش سوم توزیع اندازه منافذ فرکتالی را بدون هیچ فرضی درباره ژئومتری توده و اتصال منفذ-جامد در نظر می‌گیرد (تیلر و ویتکرافت ۱۹۹۰، پرییر و همکاران ۱۹۹۶، پاچپسکی و همکاران ۱۹۹۵).

پرفکت (۱۹۹۹) یک تابع منحنی رطوبتی را ارائه داد که بر اساس مدل موئینه و الگوریتم اسفنج منگر تصادفی استوار بود. پرفکت (۲۰۰۵) همچنین اصلاحاتی بر روی معادله پیش‌فرکتالی منحنی رطوبتی ریو و اسپوزیتو (۱۹۹۱) اعمال کرد تا پدیده پسماند رطوبتی را در طول خشک‌شدن توصیف کند. مدلی توسط بیرد و همکاران (۲۰۰۰) بر اساس توزیع فرکتال جامد-منفذ توسعه یافته است که تشابه و تقارن بین فازهای جامد و منافذ خاک را مد نظر قرار می‌دهد و روشی مستقیم برای تخمین ابعاد فرکتال منحنی رطوبتی خاک از توزیع اندازه ذرات را فراهم می‌کند. هوانگ و ژانگ (۲۰۰۵) با استفاده از مدل فرکتال جامد-منفذ، روشی را برای تخمین ابعاد فرکتال با استفاده از مقدار رس یا کلاس‌های بافتی خاک

گذشته تاکنون بوده است. مدل‌های تجربی زیادی برای مدل‌سازی منحنی رطوبتی خاک توسعه یافته‌اند (گاردنر ۱۹۵۸، بروکز و کوری ۱۹۶۴، کمپل ۱۹۷۴، کلاپ و هورنیرگر ۱۹۷۸، ونگوختن ۱۹۸۰، هاتسون و کاس ۱۹۸۷، روسو ۱۹۸۸). متأسفانه تخمین ضرایب در این مدل‌ها، سخت و زمان‌بر است. مطالعاتی هم برای پیش‌بینی این ضرایب با استفاده از توابع انتقالی انجام شده است (کاسبی و همکاران ۱۹۸۴، ساکستون و همکاران ۱۹۸۶، وریکین و همکاران ۱۹۸۹، واستن ۱۹۹۷، راولز و همکاران ۲۰۰۱) که شامل تحلیل شبکه‌های عصبی مصنوعی (اسچاپ و بوتن ۱۹۹۶، اسچاپ و همکاران ۱۹۹۸، مینانسی و مک‌برتنی ۲۰۰۷) و کاربرد جداولی بر پایه بافت خاک (راولز و همکاران ۱۹۸۲) بوده‌اند.

اسچاپ و همکاران (۲۰۰۱) یک مدل کامپیوتری به نام رزتا بسط داده‌اند که دارای ۵ تابع انتقالی برای تخمین سلسله مراتبی منحنی رطوبتی خاک و هدایت هیدرولیکی غیراشباع خاک می‌باشد. سلسله مراتب توابع انتقالی در این نرم‌افزار پیش‌بینی پارامترهای هیدرولیکی با استفاده از اطلاعات ورودی محدود که فقط شامل اطلاعات بافت خاک می‌شود تا ورودی‌های کامل‌تر (بافت، جرم مخصوص ظاهری و یک یا دو نقطه ذخیره رطوبتی خاک) را امکان‌پذیر می‌سازد. نرم‌افزار رزتا بر اساس تحلیل شبکه عصبی است که با روش Bootstrap ترکیب شده است. بنابراین تخمین‌های مربوط به عدم قطعیت پارامترهای هیدرولیکی پیش‌بینی شده را نیز فراهم می‌کند (اسچاپ و همکاران ۲۰۰۱). همان‌طور که گیمنز و همکاران (۱۹۹۷) ذکر کرده‌اند بیشتر توابع انتقالی تجربی هستند که باعث می‌شود کاربرد آنها محدود به شرایط داده‌هایی شود که توابع بر اساس آنها شکل گرفته‌اند. روش دیگر تخمین منحنی رطوبتی خاک از طریق توزیع اندازه ذرات و بر اساس شباهت شکل بین منحنی رطوبتی خاک و منحنی توزیع تجمعی اندازه ذرات استوار است.

²Menger sponge¹Sierpinski carpet

فرکتالی به صورت سنگفرش سیرپینسکی باشد، تایلر و ویتکرافت (۱۹۹۰) یک مدل منحنی رطوبتی پیشنهاد کردند که ساختاری شبیه به مدل بروکز و کوری دارد:

$$\frac{\theta}{\theta_s} = \left(\frac{h}{h_{min}} \right)^{D-E} \quad \lambda = E - D \quad [3]$$

که در آن E ابعاد اقلیدسی، که مساوی ۲ یا ۳ برای سیستم‌های به ترتیب ۲ یا ۳ بعدی است و D بعد فرکتال منحنی رطوبتی است.

معادله ۳ شکلی شبیه به مدل بروکز و کوری (۱۹۶۴) دارد. بعد فرکتال D می‌تواند توان تجربی λ در معادله بروکز و کوری را تشریح کند (هوانگ و همکاران ۲۰۰۶). لازم به ذکر است که مدل فرکتال مربوطه فقط یک مدل توزیع منافذ، بدون در نظر گرفتن فاز جامد است. شکل نمایی منحنی رطوبتی خاک یک مورد خاص از مدل فرکتال جامد-منفذ است (بیرد و همکاران ۲۰۰۰، هوانگ و زانگ ۲۰۰۵) که توسط دی‌گنز (۱۹۸۵)، هانت و جی (۲۰۰۲) و زو (۲۰۰۴) نیز ارائه شده است.

لینهارد و همکاران (۱۹۸۹) معادلات بروکز و کوری و ونگوختن را با مساوی قرار دادن دیفرانسیل درجه اشباع مؤثر، dS_e/dh به هم ارتباط دادند تا رابطه زیر را بین شاخص توزیع اندازه منافذ مدل بروکز و کوری (λ) و پارامتر m مدل ونگوختن را به دست آورند:

$$\lambda = \frac{m}{1-m} \left(1 - S_e^{1/m} \right) \quad [4]$$

برای مشخص کردن λ ، مؤلفین پیشنهاد استفاده از S_e مساوی ۰/۵ را دادند که در مطابقت با مدل ونگوختن (۱۹۸۰) باشد. بهترین نقطه برای ارزیابی dS_e/dh میانه مسیر بین رطوبت‌های باقی‌مانده و اشباع است. با به کار بردن این روش معادله ۴ به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\lambda = \frac{m}{1-m} \left(1 - 0.5^{1/m} \right) \quad [5]$$

از مقایسه معادلات ۲ و ۳ و با توجه به دامنه اقلیدسی ۳ بعدی می‌توان نوشت:

$$\lambda = 3 - D \quad [6]$$

ارائه دادند. با توجه به نظریه فرکتال جامد-منفذ، مدل‌های بروکز و کوری (۱۹۶۴) و ونگوختن (۱۹۸۰) می‌توانند از طریق ایجاد روابط معین بین پارامترهایشان به هم مرتبط شوند (ونگوختن ۱۹۸۰، لینهارد و همکاران ۱۹۸۹، مورل سیتوکس و همکاران ۱۹۹۶). از آنجا که توان مدل بروکز و کوری (۱۹۶۴) تابعی از ابعاد فرکتال مدل فرکتالی جامد-منفذ می‌باشد، بنابراین پارامترهای مدل ونگوختن (۱۹۸۰) نیز می‌توانند به عنوان تابعی از ابعاد فرکتال بیان شوند. قنبریان علویجه و همکاران (۲۰۱۰) نیز از مدل‌های فرکتالی جهت تخمین پارامترهای مدل ونگوختن استفاده کردند.

هدف از این تحقیق ارزیابی یک روش فرکتالی جامد-منفذ در تخمین منحنی رطوبتی خاک‌های استان گیلان می‌باشد که نتایج حاصل از این روش با منحنی پیش‌بینی شده از نرم‌افزار رزتا و داده‌های آزمایشگاهی مقایسه می‌شوند.

مواد و روش‌ها

تشریح مدل‌های مختلف

مدل ونگوختن به صورت زیر می‌باشد (ونگوختن ۱۹۸۰):

$$S_e = \frac{1}{[1 + (\alpha h)^n]^m} \quad [1]$$

در معادله ۱، S_e درجه اشباع مؤثر بوده و برابر است با $S_e = (\theta - \theta_r) / (\theta_s - \theta_r)$ ، θ رطوبت حجمی خاک، θ_r رطوبت باقی‌مانده، θ_s رطوبت اشباع و h پتانسیل ماتریک بر حسب kPa است. α (kPa⁻¹) و m و n که $m = 1 - 1/n$ است، پارامترهای تجربی هستند.

با فرض اینکه رطوبت باقی‌مانده ناچیز باشد، مدل بروکز و کوری (۱۹۶۴) به صورت زیر است:

$$\frac{\theta}{\theta_s} = \left(\frac{h}{h_{min}} \right)^{-\lambda} \quad \theta_r = 0 \quad [2]$$

که در آن λ یک پارامتر تجربی و شاخص توزیع اندازه منافذ است، h_{min} بر حسب kPa پتانسیل ماتریک ورود هوا به خاک است. با فرض اینکه توزیع اندازه منافذ

در رابطه ۱۲، h_{min} از برازش معادله ۳ بر داده‌های اندازه‌گیری شده به دست می‌آید.

نحوه برآورد پارامترهای مدل‌های مورد استفاده

اطلاعات مربوط به منحنی رطوبتی و بافت ۱۰۰ نمونه خاک از سطح استان گیلان که طیف وسیعی از بافت‌ها را شامل می‌شوند، برای تحلیل روابط بین بعد فرکتالی و پارامترهای هیدرولیکی خاک اطلاعات منحنی رطوبتی براساس اندازه‌گیری رطوبت در مکش‌های ۰، ۱۰۰، ۳۳۰، ۵۰۰، ۸۰۰، ۱۰۰۰ و ۱۵۰۰۰ سانتی‌متر استفاده شدند.

پارامترهای مدل ونگنوختن (۱۹۸۰) α و m به‌طور مستقیم از برازش مدل ونگنوختن بر داده‌های اندازه‌گیری شده و با استفاده از نرم‌افزار RETC و شرط $m=1-1/n$ محاسبه شدند ولی θ_s از داده‌های اندازه‌گیری شده به دست آمد (ونگنوختن و همکاران ۱۹۹۱). ابعاد فرکتالی و مقادیر نقطه ورود هوا به خاک از برازش مدل شماره ۳ بر داده‌های رطوبتی اندازه‌گیری شده و با استفاده از روش بهینه‌سازی غیرخطی کمینه مربعات در نرم‌افزار MATLAB (۲۰۱۲) برای استفاده در معادله ۱۲ محاسبه شدند.

به‌طور خلاصه روش‌های به‌کاررفته برای تخمین α در این پژوهش عبارتند از: (۱) معادله ۱۰ (مدل لینهارد) با استفاده از h_{min} که در منابع توسط راولز و همکاران (۱۹۸۲) برای بافت‌های مختلف ارائه شده است و λ و m که به ترتیب از معادله‌های ۶ و ۷ به دست می‌آیند، در حالی که بعد فرکتال از مقدار رس با استفاده از معادله ۱۳ تخمین زده شد. (۲) معادله ۱۲ که برای تخمین α فقط به h_{min} نیاز دارد و از برازش معادله ۳ بر داده‌های اندازه‌گیری شده به دست می‌آید. (۳) نرم‌افزار رزتا با استفاده از مقادیر رس، سیلت و شن. سپس پارامترهای مدل ونگنوختن m و α تخمین زده شده با هر سه روش و مقادیر رطوبت اشباع اندازه‌گیری شده برای تخمین منحنی رطوبتی خاک استفاده شدند. در نهایت مقادیر m

جایگزینی معادله ۶ در معادله ۵، منجر به رابطه ۷ می‌شود:

$$D = 3 - \frac{m}{1-m} \left(1 - 0.5^{1/m}\right) \quad [7]$$

بر اساس معادله ۷، مقدار m می‌تواند از بعد فرکتالی D منحنی رطوبتی خاک و با توجه به رابطه ۶، تخمین زده شود.

یک راه دیگر برای تخمین m از D استفاده از یکی از شرایط مدل ونگنوختن (۱۹۸۰) بر روی پارامتر m است، با فرض $m=1-1/n$ و در مقادیر بزرگ h که در آن $(ah)^n \gg 1$ است، می‌توان نوشت:

$$\lambda = n-1 \quad \text{یا} \quad \lambda = mn \quad [8]$$

با قرار دادن S_e برابر صفر این معادله از معادله ۵ پیروی می‌کند. معادله ۸ توسط ما و همکاران (۱۹۹۹) به‌کار رفته است. با جایگزینی معادله ۸ در معادله ۶ و استفاده از شرط $m=1-1/n$ معادله زیر به دست می‌آید:

$$m = \frac{3-D}{4-D} \quad [9]$$

لینهارد و همکاران (۱۹۸۹) یک رابطه بین h_{min} (پتانسیل ورود هوا به خاک) بر حسب (kPa) و پارامتر α بر حسب (kPa^{-1}) مدل ونگنوختن (۱۹۸۰) به صورت زیر پیشنهاد دادند:

$$\alpha = \frac{S_x^{1/\lambda}}{h_{min}} \left(S_x^{-1/m} - 1\right)^{1-m} \quad [10]$$

در رابطه ۱۰ پارامتر m از معادله ۷ و S_x با استفاده از معادله تجربی زیر محاسبه می‌شود (لینهارد و همکاران ۱۹۸۹):

$$S_x = 0.72 - 0.35 \exp(-n^4) \quad [11]$$

که در آن پارامتر n از معادله ونگنوختن ($m=1-1/n$) به دست می‌آید.

تین‌جوم و همکاران (۱۹۹۷) بر اساس تحلیلی که بر روی ۲۴ نمونه رس متراکم شده انجام دادند یک رابطه تجربی دیگری بین h_{min} و α به دست آوردند:

$$\alpha = 0.078 (h_{min})^{-1.26} \quad [12]$$

بروکز و کوری بر داده‌ها به دست می‌آید و ۳) نرم‌افزار رزتا برای تخمین m در این تحقیق استفاده شدند. برای اعتبارسنجی روش‌ها، از آماره‌های میانگین باقی‌مانده‌ها (MR)، میانگین ریشه دوم خطا ($RMSE$) و شاخص آکائیک (AIC) استفاده شد:

$$MR = \frac{\sum_{i=1}^{n'} (P_i - O_i)}{n'} \quad [14]$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n'} (P_i - O_i)^2}{n'}} \quad [15]$$

$$AIC = n' \ln \left[\frac{\sum_{i=1}^{n'} (P_i - O_i)^2}{n'} \right] + 2q \quad [16]$$

در روابط ذکر شده P_i ، O_i به ترتیب مقادیر مشاهده‌شده و پیش‌بینی‌شده پارامترهای m و α و رطوبت، n' تعداد مشاهدات و q تعداد پارامترهای مدل می‌باشند.

و α تخمین‌زده‌شده با روش‌های مختلف با مقادیر محاسبه شده از RETC مقایسه شدند. همچنین از ترکیب معادله‌های ۷ و ۱۰ برای برآورد منحنی رطوبتی خاک‌ها استفاده و در نهایت با رطوبت‌های پیش‌بینی شده از نرم افزار رزتا مقایسه شدند.

همچنین روش‌های به‌کار رفته برای تخمین m در این تحقیق عبارتند از: ۱) معادله ۷ که مقادیر D آن از رابطه پیشنهادی هوانگ و ژانگ (۲۰۰۵) به صورت زیر به دست می‌آید. معادله ۱۳ بر اساس داده‌های ۱۴۸ نمونه خاک دست‌خورده و دست‌نخورده بسط داده شده است.

$$D = a_0 + \frac{1 - e^{a_1 C_p}}{a_2 (1 + e^{a_1 C_p}) + a_3 (1 - e^{a_1 C_p})} \quad [13]$$

که در آن C_p درصد رس خاک و a_0 ، a_1 ، a_2 و a_3 ضرایب ثابت و به ترتیب برابر با ۲/۳۵، ۰/۰۸۲۲، ۰/۰۴۹۷ و ۱/۲۳۸ بودند، ۲) معادله ۹ که D آن از برازش مدل

جدول ۱- مقادیر بعد فرکتالی (D)، مکش نقطه ورود هوا (h_{min}) و پارامترهای برازش شکل (m و α) مدل ونگنوختن.

α (kPa ⁻¹)		m		h_{min} (kPa)		D^*		تعداد	بافت
Min	Max	Min	Max	Min	Max	Min	Max		
۰/۲۱	۱/۲۷	۰/۴۷	۰/۸۶	۰/۳۷	۱/۷۴	۲/۲۴	۲/۵۶	۱۰	شنی
۰/۳۱	۱/۲۹	۰/۱۶	۰/۶۸	۰/۲۸	۱/۲۲	۲/۴۹	۲/۷۱	۸	شن لومی
۰/۰۹	۵/۵۹	۰/۱۰	۰/۷۳	۰/۱۳	۱/۶۲	۲/۶۶	۲/۸۱	۹	لوم شن
۰/۲۰	۱/۶۱	۰/۰۷	۰/۳۹	۰/۲۸	۲/۰۴	۲/۸۷	۲/۸۴	۸	لوم رسی شن
۰/۰۱	۰/۲۳	۰/۱۱	۰/۲۶	۱/۴۹	۱۸/۹	۲/۹۲	۲/۸۷	۶	رس شن
۰/۰۹	۱/۹۷	۰/۰۸	۰/۳۴	۰/۲۴	۲/۶۹	۲/۸۶	۲/۸۲	۹	لومی
۰/۱۳	۱/۴۷	۰/۰۹	۰/۲۹	۰/۳۹	۲/۳۸	۲/۷۴	۲/۸۰	۱۰	لوم سیلتی
۰/۰۱	۱/۵۱	۰/۰۸	۰/۴۸	۰/۴۹	۴/۴۳	۲/۸۱	۲/۸۴	۹	لوم رسی سیلتی
۰/۲۱	۲/۴۶	۰/۰۵	۰/۲۶	۰/۳۲	۱/۲۵	۲/۸۵	۲/۸۶	۸	لوم رسی
۰/۰۱	۰/۱۰	۰/۰۱	۰/۲۵	۰/۰۵	۰/۹۳	۲/۷۱	۲/۷۰	۶	سیلتی
۰/۰۴	۱۶/۳	۰/۰۵	۰/۵۰	۰/۰۲	۴/۰۹	۲/۸۳	۲/۸۶	۹	رس سیلتی
۰/۰۱	۵۰/۴	۰/۰۲	۰/۱۴	۰/۰۲	۳/۷۴	۲/۹۴	۲/۸۹	۱۱	رسی

* بعد فرکتال منحنی رطوبتی خاک از معادله ۱۳ بدست آمده است.

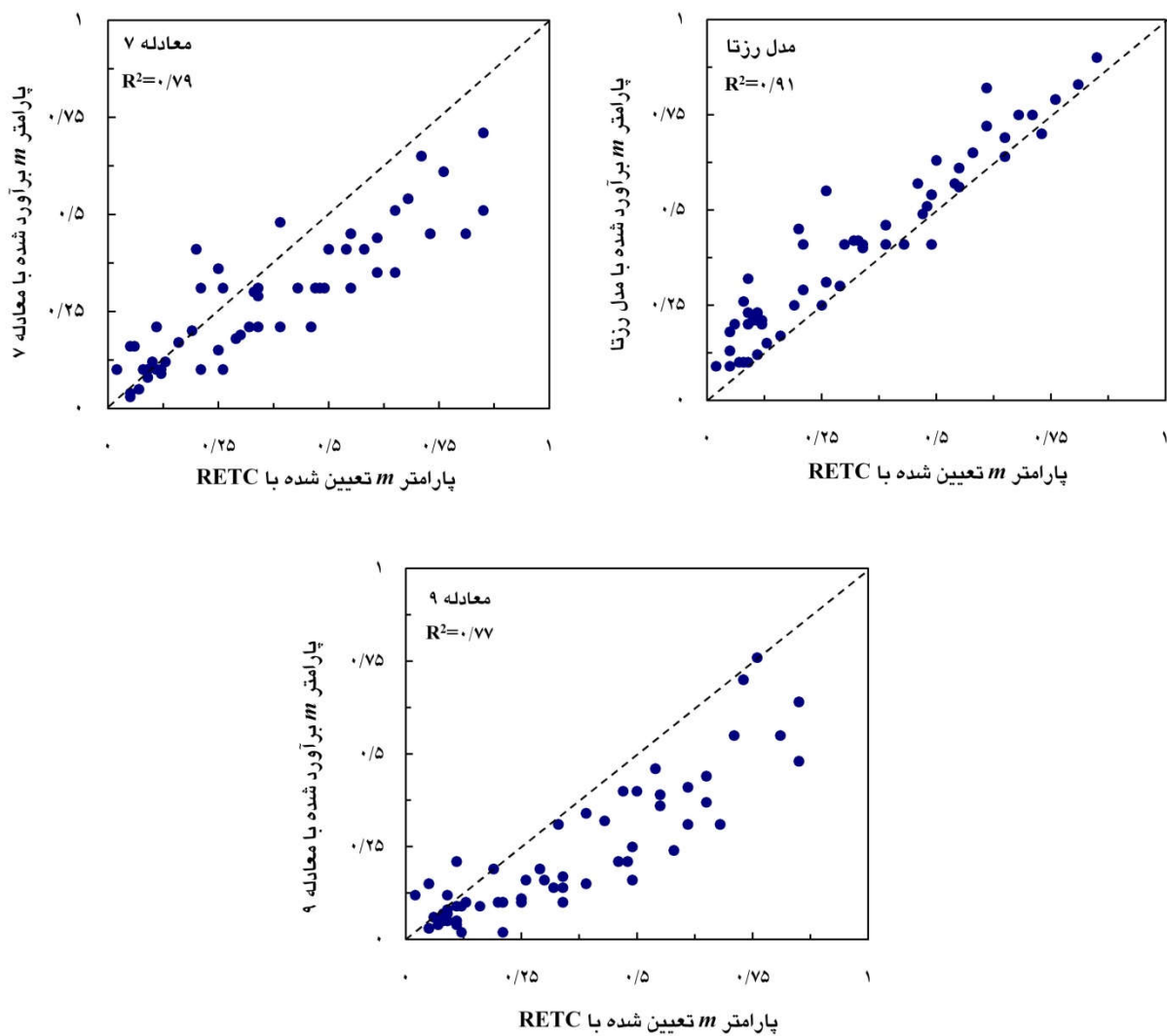
وسیع‌تری از بافت‌ها را شامل می‌شوند، در جدول ۱ ارائه شده است.

نتایج و بحث

پارامترهای محاسبه‌شده مربوط به منحنی رطوبتی و بافت نمونه‌های خاک مورد مطالعه که طیف

نتایج این تحقیق نشان داد که بعد فرکتالی منحنی رطوبتی را در دامنه‌ای بین ۲/۴۴ برای خاک شن لومی تا ۲/۹۲ برای خاک رسی به دست آوردند که با نتایج تحقیق حاضر مطابقت دارد. مقایسه مقادیر m تخمین زده شده با استفاده از معادلات ۷، ۹ (مدل فرکتالی) و مدل رزتا با مقادیری که به طور مستقیم از برازش مدل ونگوختن بر داده‌های تعیین شده توسط RETC محاسبه شدند، در شکل ۱ نشان داده شده است.

نتایج این تحقیق نشان داد که بعد فرکتالی منحنی رطوبتی خاک در دامنه بین ۲/۹۴ برای خاک رسی تا ۲/۲۴ برای خاک شنی می‌باشد و این پارامتر با درشت‌تر شدن بافت خاک کاهش می‌یابد. تایلر و ویتکرافت (۱۹۹۰) با استفاده از توزیع جرم ذرات خاک، ریو و اسپوزیتو (۱۹۹۱) با استفاده از توزیع جرم خاکدانه‌ها به این نتیجه رسیدند که بعد فرکتالی منحنی رطوبتی خاک در محدوده ۲ تا ۳ متغیر است. همچنین قنبریان علویچه و همکاران



شکل ۱- نمودار ۱:۱ مقادیر پارامتر m تعیین شده با RETC و m برآورد شده با مدل رزتا و معادله‌های ۷ و ۹.

اندازه‌گیری شده، تخمین زده است. پیش‌بینی m با استفاده از مدل رزتا بهتر از دو معادله دیگر و عملکرد معادله ۷ نیز کمی بهتر از معادله ۹ بوده است. این نتیجه

با توجه به مقادیر میانگین باقی‌مانده‌ها در جدول ۲ هر دو معادله ۷ و ۹ مقدار m را کم برآورد کرده‌اند ولی مدل رزتا مقدار این پارامتر را بیشتر از مقادیر

با مقادیر نسبتاً کمتر آماره‌های RMSE و شاخص آکائیک برای مدل رزتا نسبت به دو معادله دیگر قابل توجه است همچنین با توجه به جدول ۲ مقادیر دو

شاخص RMSE و آکائیک برای معادله ۷ نیز کمتر از معادله ۹ می‌باشد که با نتایج ما و همکاران (۱۹۹۹) و قنبریان علویجه و همکاران (۲۰۱۰) مطابقت دارد.

جدول ۲- پارامترهای آماری برای روش‌های مختلف تخمین m و α و منحنی رطوبتی خاک ($n=100$)

پارامتر	مدل	MR	RMSE	AIC
m	معادله ۷	-۰/۱۲۰	۰/۱۷۶	-۲۵۸/۷
	معادله ۹	-۰/۱۲۵	۰/۱۸۳	-۲۵۲/۹
	رزتا	۰/۰۲۸	۰/۱۴	-۱۷۵/۷
α (kPa ⁻¹)	معادله ۱۰	۰/۱۰۰	۲/۲۶۶	۱۷۴/۴
	معادله ۱۲	۳/۶۶۶	۱۴/۷۶۰	۳۹۱/۶
	رزتا	-۰/۰۷۸	۰/۲۳۶	-۲۰۱/۷
θ (cm ³ cm ⁻³) (همه مکش‌ها)	ترکیب معادله‌های ۷ و ۱۰	۰/۰۴۱	۰/۰۷۲	-۳۲۰۹/۴
	رزتا	-۰/۱۱۱	۰/۱۴۶	-۲۴۹۶/۱

فرکتالی هنگامی که از معادله ۱۳ استفاده می‌شود، دخالت داشته باشد. در معادله ۷، تنها پارامتر برای تخمین m بعد فرکتالی D ($0 < D < 3$) می‌باشد. در این تحقیق این نتیجه به دست آمد هنگامی که D بین ۰ تا ۳ باشد مقدار m تخمین زده شده در محدوده ۰/۸۴ تا ۰/۰۰۰۱ متغیر است و در نتیجه نمی‌تواند کل محدوده m ($0 < m < 1$) را پوشش دهد. مقادیر m برآورد شده از معادله ۷ نسبت به مقادیر اندازه‌گیری شده کم برآورد شده‌اند.

همان‌طور که قبلاً نیز ذکر شد، معادله ۹ نیز مقدار پارامتر m را کم تخمین زده است. معادله ۸ فرض کرده است که مقدار $(\alpha h)^n$ خیلی بیشتر از یک می‌باشد. بنابراین امکان صرف نظر کردن از ۱ در معادله ونگنوختن (۱۹۸۰) وجود دارد. با صرف نظر کردن از این فاکتور در معادله ۸، برای دستیابی به مقدار ثابت اشباع مؤثر، مقدار m یا n کم برآورد می‌شود. بنابراین معادله ۸، به‌طور ذاتی مقادیر m را کم برآورد می‌کند (قنبریان علویجه و همکاران ۲۰۱۰).

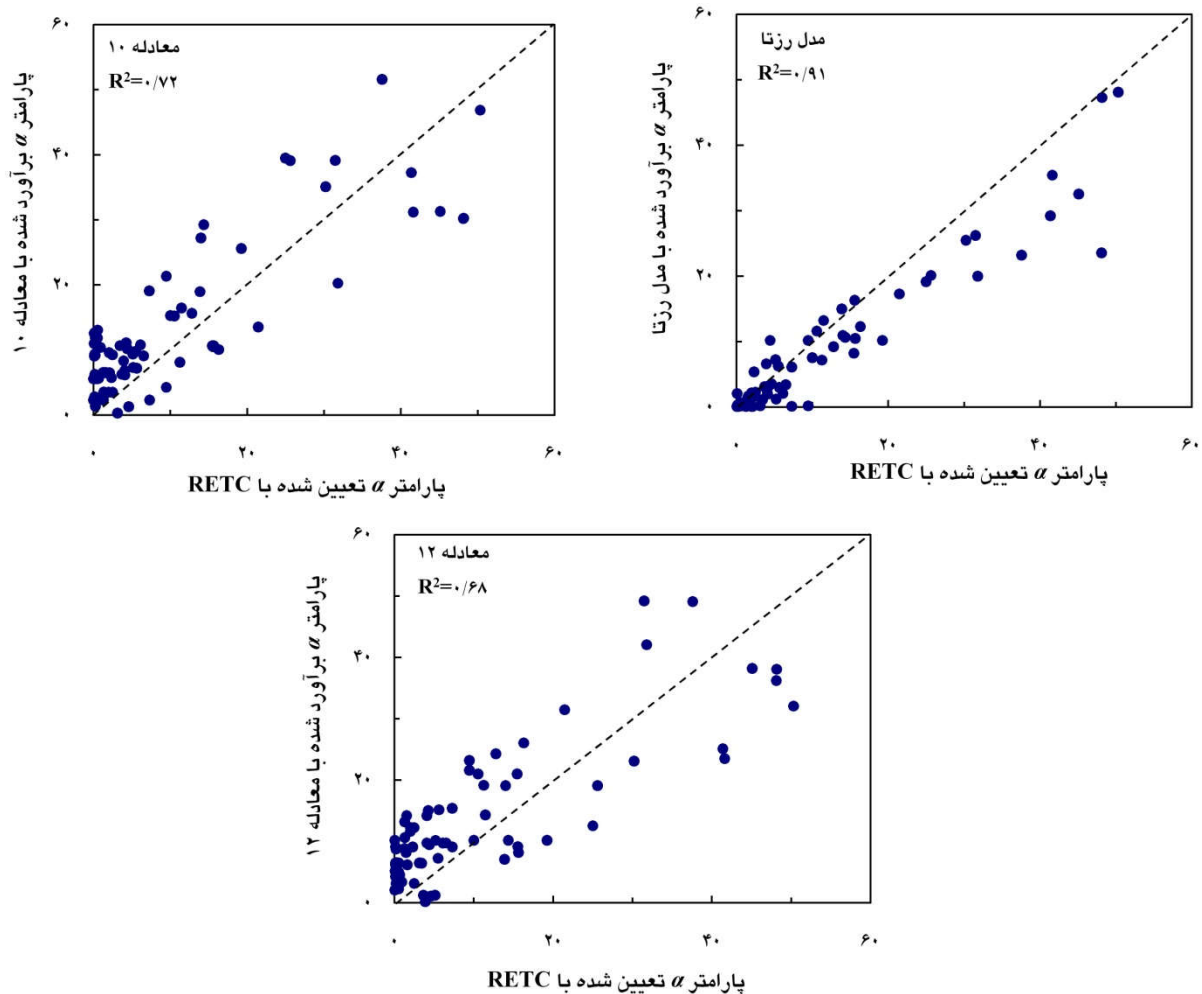
شکل ۲، مقایسه پارامتر α مدل ونگنوختن (۱۹۸۰) به دست آمده از روش‌های مختلف با α به دست آمده از RETC را نشان می‌دهد. معادله ۱۰ با $\lambda=3-D$ تخمین

استفاده از نرم‌افزار رزتا تخمین بهتری برای مقادیر m نسبت به دو روش دیگر ارائه کرده است. با توجه به جدول ۲، رزتا مقدار آکائیک کمتری نسبت به دو روش دیگر داشته که حاکی از این است که روش شبکه عصبی ارائه شده توسط اسچاپ و همکاران (۲۰۰۱) برای تخمین پارامتر m مدل ونگنوختن مناسب‌تر از روش‌های فرکتالی است. با توجه به مقادیر میانگین باقی‌مانده (MR) ارائه شده در جدول ۲، نرم‌افزار رزتا مقادیر m را بیش برآورد کرده است. بیش برآورد پارامتر m توسط رزتا را اسچاپ و همکاران (۲۰۰۱) و قنبریان علویجه و همکاران (۲۰۱۰) نیز گزارش شده است. طبق نتایج آنها، رزتا اغلب مقدار رطوبت خاک را کم برآورد می‌کند. کم برآوردی رطوبت خاک به وسیله رزتا، توسط اسماعیل نژاد و همکاران (۲۰۱۵) گزارش شده است. یک تحلیل حساسیت از مدل ونگنوختن نشان داد هنگامی که پارامتر شکل n بیش برآورد شود، مقدار رطوبت برآورد شده با استفاده از این نرم‌افزار کم برآورد می‌شود (قنبریان علویجه و همکاران ۲۰۱۰).

بیش برآوردی یا کم برآوردی مقادیر m در معادله ۷ ممکن است در کم برآوردی یا بیش برآوردی بعد

$RMSE$ مربوط به مدل رزتا هم خیلی کمتر از معادله ۱۰ می‌باشد که نشان از دقت بیشتر رزتا نسبت به دو روش دیگر در تخمین پارامتر α می‌باشد. با توجه به مقادیر MR در جدول ۲، معادلات ۱۰ و ۱۲ پارامتر α را بیشتر تخمین زده‌اند ولی رزتا در این مورد کم‌برآورد داشته است.

منطقی‌تری از مقادیر α نسبت به معادله ۱۲ دارد. همان‌طور که در جدول ۲ نیز ارائه شده است مقادیر $RMSE$ برای معادله ۱۰ به‌طور معنادار و مشخصی کمتر از معادله ۱۲ می‌باشد. این نکته تایید می‌کند که معادله ۱۰ بهتر از ۱۲ مقدار α را تخمین زده است. از طرفی مقدار

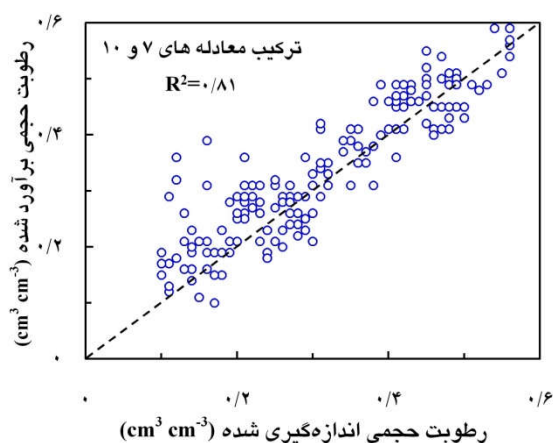


شکل ۲- نمودار ۱:۱ مقادیر پارامتر α تعیین شده با RETC و α برآورد شده با مدل رزتا و معادله‌های ۱۰ و ۱۲.

قطعیت‌هایی را به‌همراه داشته باشند زیرا h_{min} بیشتر مربوط به ساختمان خاک و توزیع اندازه منافذ است. شاید بهتر باشد برای حصول نتیجه دقیق‌تر، بیشینه اندازه منافذ بر اساس بیشینه اندازه ذرات محاسبه شود. با استفاده از رابطه بین توزیع اندازه منافذ و اندازه ذرات که آریا و دیرولف (۱۹۹۲) ارائه کرده‌اند، h_{min} می‌تواند با

برای برآورد مقدار α با استفاده از معادله ۱۰، مقادیر m ، λ و h_{min} باید تخمین زده شوند. نتایج ضعیف به‌دست آمده از معادله ۱۰ نسبت به رزتا شاید به‌علت خطاهای موجود در تخمین این پارامترها باشد. مقادیر h_{min} در این معادله براساس توابع انتقالی کلاس‌های بافت خاک که توسط رائلولز و همکاران (۱۹۸۲) ارائه شده بودند، تعیین شدند. این توابع انتقالی ممکن است عدم

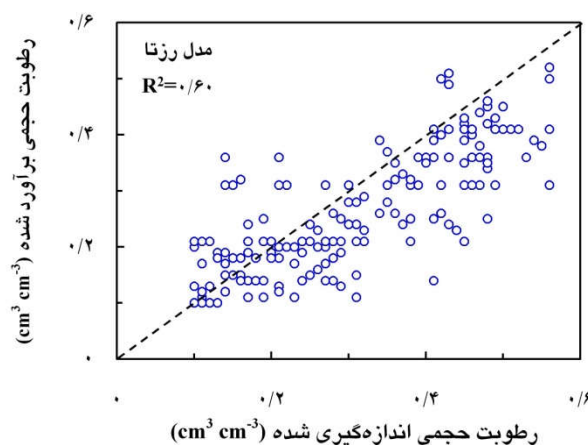
نمونه خاک رسی متراکم به دست آمده است. در نهایت، پارامترهای α و m تخمین زده شده مدل ونگنوختن (۱۹۸۰) که از روش‌های مختلف به دست آمده‌اند در ترکیب با رطوبت اشباع اندازه‌گیری شده برای تخمین رطوبت خاک در پتانسیل‌های ماتریک مختلف به کار گرفته شدند و با مقادیر اندازه‌گیری شده مقایسه شدند. شکل ۳ ارزیابی تقاطعی مقدار رطوبت خاک تخمین زده شده با استفاده از مدل‌های مختلف را نسبت به مقادیر اندازه‌گیری شده، نشان می‌دهد.



استفاده از معادله یانگ-لاپلاس و بیشینه اندازه تخمین زده شود (قنبریان علویجه و همکاران ۲۰۱۰). همچنین بین $h_{min}(kPa)$ و $\alpha(kPa^{-1})$ مربوط به خاک‌های مورد مطالعه در این تحقیق رابطه زیر با سطح معنی‌داری $P < 0.01$ برقرار است:

$$\alpha = 4194 h_{min}^{-1.357} \quad R^2 = 0.91 \quad [17]$$

معادله ۱۷ با تفاوت در ضرایب، شبیه به معادله ۱۲ است. معادله ۱۷ بر اساس داده‌های مربوط به تعداد ۱۰۰ نمونه خاک است ولی معادله ۱۲ تنها بر اساس ۲۴



شکل ۳- نمودار ۱:۱ رطوبت حجمی اندازه‌گیری شده و برآورد شده با مدل رزتا و روش فرکتالی (ترکیب معادله‌های ۷ و ۱۰).

به وسیله نرم افزار رزتا نسبت به روش فرکتالی، پیش‌بینی مقدار رطوبت خاک با استفاده از رزتا دقیق‌تر از روش فرکتالی نیست چون تخمین رطوبت خاک نتیجه برهمکنش بین پارامترهای مدل ونگنوختن از جمله α و m می‌باشد. همچنین، ساختمان خاک، تأثیر زیادی بر شکل منحنی رطوبتی به‌ویژه در مکش‌های کمتر نسبت به بافت خاک دارد. در این تحقیق در نرم‌افزار رزتا فقط از اطلاعات بافتی خاک استفاده شد در حالی‌که ساختمان خاک نادیده گرفته شده است. به عبارتی در مدل رزتا از تخلخل خاک حتی هنگامی‌که جرم مخصوص ظاهری نیز در پیش‌بینی‌ها به کار رود به‌طور ضمنی و مستتر استفاده شده است در حالی‌که در مدل فرکتالی، تخلخل خاک یکی از پارامترهای مهم و کلیدی در محاسبه رطوبت محسوب

با توجه به مقادیر MR جدول ۲، نرم‌افزار رزتا مقدار رطوبت را کم‌برآورد کرده است. نتایج مشابهی توسط اسچاپ و همکاران (۲۰۰۱)، قنبریان علویجه و همکاران (۲۰۱۰) و اسماعیل‌نژاد و همکاران (۲۰۱۵) نیز گزارش شده است. آماره‌های $RMSE$ و AIC در جدول ۲ نشان می‌دهند که تخمین منحنی رطوبتی بر اساس معادله‌های ۷ و ۱۰ عملکرد بهتری نسبت به رزتا داشته است. مقادیر $RMSE$ روش رزتا بیش از ۲ برابر روش فرکتالی می‌باشد. بنابراین روش فرکتالی تخمین بهتری از منحنی رطوبتی خاک نسبت به نرم‌افزار رزتا که خواص بافتی خاک مثل مقدار رس، سیلت و شن را در نظر می‌گیرند، ارائه می‌کند. این نکته باید مورد تأکید قرار گیرد با وجود برآورد بهتر پارامترهای مدل ونگنوختن (۱۹۸۰)

۱۰۰ نمونه خاک مربوط به استان گیلان برای ارزیابی و اعتبارسنجی روش‌های مختلف به کار رفتند. نتایج نشان دادند که نرم‌افزار رزتا برآورد بهتری از پارامترهای مدل ونگنوختن نسبت به روش فرکتالی ارائه می‌دهد. اما روش فرکتالی برای پیش‌بینی منحنی رطوبتی خاک کارآیی بهتری نسبت به رزتا دارد. همچنین قابل ذکر است که روش فرکتالی امکان ایجاد روابط فیزیکی جهت تخمین مقدار پارامترهای مدل ونگنوختن با استفاده از بعد فرکتال و نقطه ورود هوا به خاک را فراهم می‌کنند. از طرفی در این تحقیق، ورودی‌های نرم‌افزار رزتا فقط اجزای بافت خاک بودند و نقش ساختمان در تخمین رطوبت خاک به‌خصوص در مکش‌های کم اعمال نشده است. در حالی که در مدل فرکتالی، تخلخل خاک یکی از پارامترهای مهم و کلیدی در محاسبه رطوبت محسوب می‌شود. دلیل دیگر، تفاوت در ماهیت ذاتی مدل‌های به کار رفته می‌باشد. چون در مدل رزتا پدیده پسماند رطوبتی نادیده گرفته شده است در نتیجه نمی‌تواند پیش‌بینی قابل قبولی از منحنی رطوبتی خاک را ارائه دهد. در صورتی که در مدل تیلر و ویتکرافت که شکل خاصی از مدل ریو و اسپوزیتو است، اصلاحاتی انجام شده است که پسماند رطوبتی را نیز مد نظر قرار می‌دهد و همین امر می‌تواند دلیلی بر پیش‌بینی بهتر رطوبت خاک توسط مدل فرکتالی باشد. همچنین به‌طور کلی مدل‌های فرکتالی در نزدیکی منطقه اشباع دارای خطا می‌باشند که همین عوامل می‌تواند باعث خطا در برآورد پارامترهای شکل منحنی رطوبتی شود. قنبریان علویجه و همکاران (۲۰۱۰) ذکر کرده‌اند که هیچ توجیه فیزیکی از مکانیزم‌هایی که باعث این خطاهای فرکتالی می‌شود، وجود ندارد.

نتیجه‌گیری کلی

در این تحقیق از روشی که توسط لینهارد و همکاران (۱۹۸۹) بر اساس ایجاد رابطه بین مدل‌های بروکز و کوری (۱۹۶۴) و ونگنوختن (۱۹۸۰) همچنین بین پارامترهای هیدرولیکی بروکز و کوری و ابعاد فرکتالی جامد-منفذ پیشنهاد شده بود برای تخمین پارامترهای مدل ونگنوختن و منحنی رطوبتی خاک استفاده شد. تعداد می‌شود. دلیل دیگر، تفاوت در ماهیت ذاتی مدل‌های به کار رفته می‌باشد. چون در مدل رزتا که بر اساس معادله ونگنوختن، پارامترهای شکل منحنی رطوبتی را پیش‌بینی می‌کند پدیده پسماند رطوبتی نادیده گرفته شده است در نتیجه نمی‌تواند پیش‌بینی قابل قبولی از منحنی رطوبتی خاک را ارائه دهد. در صورتی که در مدل تیلر و ویتکرافت (۱۹۹۰) که شکل خاصی از مدل ریو و اسپوزیتو (۱۹۹۱) است، اصلاحاتی انجام شده است (قنبریان علویجه و همکاران ۲۰۱۰) که پسماند رطوبتی را نیز مد نظر قرار می‌دهد و همین امر می‌تواند دلیلی بر پیش‌بینی بهتر رطوبت خاک توسط مدل فرکتالی باشد.

نتایج تحلیل حساسیت صورت‌گرفته توسط قنبریان علویجه و همکاران (۲۰۱۰) بر روی مدل فرکتالی ریو و اسپوزیتو (۱۹۹۱) و تیلر و ویتکرافت (۱۹۹۰) نشان داد که حساس‌ترین پارامتر آن، بعد فرکتال توده است که کم یا بیش برآورد آن منجر به مقدار رطوبت منفی در انتهای خشک منحنی رطوبتی خواهد شد که هیچ توجیه فیزیکی برای آن وجود ندارد. همچنین به‌طور کلی مدل‌های فرکتالی در نزدیکی منطقه اشباع دارای خطا می‌باشند که همین عوامل می‌تواند باعث خطا در برآورد پارامترهای شکل منحنی رطوبتی شود. قنبریان علویجه و همکاران (۲۰۱۰) ذکر کرده‌اند که هیچ توجیه فیزیکی از مکانیزم‌هایی که باعث این خطاهای فرکتالی می‌شود، وجود ندارد.

در این تحقیق از روشی که توسط لینهارد و همکاران (۱۹۸۹) بر اساس ایجاد رابطه بین مدل‌های بروکز و کوری (۱۹۶۴) و ونگنوختن (۱۹۸۰) همچنین بین پارامترهای هیدرولیکی بروکز و کوری و ابعاد فرکتالی جامد-منفذ پیشنهاد شده بود برای تخمین پارامترهای مدل ونگنوختن و منحنی رطوبتی خاک استفاده شد. تعداد

منابع مورد استفاده

- Arya LM and Dierolf TS, 1992. Predicting soil moisture characteristics from particle-size distribution: An improved method to calculate pore radii from particle radii. Pp. 115-125. In: Van Genuchten MTh, Leij FJ and Lund LJ (eds.) Proceedings of the International Workshop on Indirect Methods for Estimating the Hydraulic Properties of Unsaturated Soils. University of California Press, Riverside, CA.
- Arya LM and Paris JF, 1981. A physic-empirical model to predict soil moisture characteristics from particle-size distribution and bulk density data. *Soil Science Society of America Journal* 45:1023-1030.
- Bird NRA, Perrier E and Rieu M, 2000. The water retention function for a model of soil structure with pore and solid fractal distributions. *European Journal of Soil Science* 51:55-63.
- Brooks RH and Corey AT, 1964. Hydraulic Properties of Porous Media. Hydrology Paper No. 3. Colorado State University, Fort Collins, CO.
- Campbell GS, 1974. A simple method for determining unsaturated hydraulic conductivity from moisture retention data. *Soil Science* 117:311-314.
- Clapp RB and Hornberger GM, 1978. Empirical equation for some soil hydraulic properties. *Water Resources Research* 14:601-604.
- Cosby BJ, Hornberger GM, Clapp RB and Ginn TR, 1984. A statistical exploration of the relationships of soil moisture characteristics to the physical properties of soil. *Water Resources Research* 20:682-690.
- De Gennes PG, 1985. Partial filling of a fractal structure by a wetting fluid. Pp. 227-241. In: Adler D, Fritzsche H and Ovshinsky SR (eds.) *Physics of Disordered Materials*, Chapter 19. Plenum Press, New York.
- Esmaelnejad L, Ramezanpour H, Seyedmohammadi J and Shabanpour M, 2015. Selection of a suitable model for the prediction of soil water content in north of Iran. *Spanish Journal of Agricultural Research* 13(1):e12-002.
- Fredlund MD, Wilson GW and Fredlund DG, 2002. Use of the grain-size distribution for estimation of the soil-water characteristic curve. *Canadian Geotechnical Journal* 39:1103-1117.
- Gardner WR, 1958. Some steady-state solutions of the unsaturated moisture flow equation with application to evaporation from a water table. *Soil Science* 85:228-232.
- Ghanbarian-Alavijeh B, Liaghat A, Guan-Hua H and Van Genuchten MTh, 2010. Estimation of the van Genuchten soil water retention properties from soil textural data. *Pedosphere* 20(4):456-465.
- Gimenez D, Perfect E, Rawls WJ and Pachepsky Y, 1997. Fractal models for predicting soil hydraulic properties: a review. *Engineering Geology* 48:161-183.
- Haverkamp R and Parlange JY, 1986. Predicting the water retention curve from particle-size distribution: I. Sandy soils without organic matter. *Soil Science* 142:325-339.
- Haverkamp R, Leij FJ, Fuentes C, Sciortino A and Ross PJ, 2005. Soil water retention: I. Introduction of a shape index. *Soil Science Society of America Journal* 69:1881-1890.
- Huang G and Zhang R, 2005. Evaluation of soil water retention curve with the pore-solid fractal model. *Geoderma* 127:52-61.
- Huang G, Zhang R and Huang Q, 2006. Modeling soil water retention curve with a fractal method. *Pedosphere* 16:137-146.
- Hunt AG and Gee GW, 2002. Water retention of fractal soil models using continuum percolation theory: tests of Hanford site soils. *Vadose Zone Journal* 1:252-260.
- Hutson JL and Cass A, 1987. A retentivity function for use in soil-water simulation models. *Soil Science* 38:105-113.
- Leij FJ, Haverkamp R, Fuentes C, Zatarain F and Ross PJ, 2005. Soil water retention: II. Derivation and application of shape index. *Soil Science Society of America Journal* 69:1891-1901.
- Lenhard RJ, Parker JC and Mishra S, 1989. On the correspondence between Brooks-Corey and van Genuchten models. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering* 115:744-751.
- Ma QL, Hook JE and Ahuja LR, 1999. Influence of three-parameter conversion methods between van Genuchten and Brooks-Corey functions on soil hydraulic properties and water-balance predictions. *Water Resources Research* 35:2571-2578.
- Mandelbrot BB, 1983. *The Fractal Geometry of Nature*. W.H. Freeman, San Francisco.
- MATLAB 8, 2012. Software for Technical Computing and Model-Based Design. The Math Works Inc.
- Minasny B and McBratney AB, 2007. Estimating the water retention shape parameter from sand and clay content. *Soil Science Society of America Journal* 71:1105-1110.
- Morel-Seytoux HJ, Meyer PD, Nachabe M, Tourna J, van Genuchten MT and Lenhard RJ, 1996. Parameter equivalence for the Brooks-Corey and van Genuchten soil characteristics: Preserving the effective capillary drive. *Water Resources Research* 32:1251-1258.
- Pachepsky YA, Shcherbakov RA and Korsunskaya LP, 1995. Scaling of soil water retention using a fractal model. *Soil Science* 159:99-104.
- Perfect E, 1999. Estimating soil mass fractal dimensions from water retention curves. *Geoderma* 88:221-231.
- Perfect E, 2005. Modeling the primary drainage curve of prefractal porous media. *Vadose Zone Journal* 4:959-966.

- Perrier E, Rieu M, Sposito G and de Marsily G, 1996. Models of the water retention curve for soils with a fractal pore size distribution. *Water Resources Research* 32:3025-3031.
- Rawls WJ, Brakensiek DL and Saxton KE, 1982. Estimation of soil water properties. *Transactions of the American Society of Agricultural Engineers* 25:1316-1320.
- Rawls WJ, Pachepsky Y and Shen MH, 2001. Testing soil water retention estimation with the MUUF pedotransfer model using data from the southern United States. *Journal of Hydrology* 251:177-185.
- Rieu M and Sposito G, 1991. Fractal fragmentation, soil porosity, and soil water properties: I. Theory. *Soil Science Society of America Journal* 55:1231-1238.
- Russo D, 1988. Determining soil hydraulic properties by parameter estimation: On the selection of a model for the hydraulic properties. *Water Resources Research* 24:453-459.
- Saxton KE, Rawls WJ, Romberger JS and Papendick RI, 1986. Estimating generalized soil-water characteristics from texture. *Soil Science Society of America Journal* 50:1031-1036.
- Schaap MG and Bouten W, 1996. Modeling water retention curves of sandy soils using neural networks. *Water Resources Research* 32:3033-3040.
- Schaap MG, Leij FJ and van Genuchten MTh, 1998. Neural network analysis for hierarchical prediction of soil water retention and saturated hydraulic conductivity. *Soil Science Society of America Journal* 62:847-855.
- Schaap MG, Leij FJ and van Genuchten MTh, 2001. Rosetta: A computer program for estimating soil hydraulic parameters with hierarchical pedotransfer functions. *Journal of Hydrology* 251:163-176.
- Tinjum JM, Benson CH and Blotz LR, 1997. Soil-water characteristic curves for compacted clays. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering* 123:1060-1069.
- Toledo PG, Novy RA, Davis HT and Scriven LE, 1990. Hydraulic conductivity of porous media at low water content. *Soil Science Society of America Journal* 54:673-679.
- Tyler SW and Wheatcraft SW, 1990. Fractal processes in soil water retention. *Water Resources Research* 26:1047-1054.
- van Genuchten MTh, 1980. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. *Soil Science Society of American Journal* 44:892-898.
- van Genuchten MTh, Leij FJ and Yates SR, 1991. The RETC Code for Quantifying the Hydraulic Functions of Unsaturated Soils. EPA Report 600/2-91/065. US Salinity Laboratory, USDA, ARS, Riverside, CA.
- Vereecken H, Maes J, Feyen J and Darius P, 1989. Estimating the soil moisture retention characteristics from texture, bulk density and carbon content. *Soil Science* 148:389-403.
- Wosten JHM, 1997. Pedotransfer functions to evaluate soil quality. Pp. 221-246, In: Gregorich EG and Carter MR (eds.) *Soil Quality for Crop Production and Ecosystem Health*, Chapter 10. Elsevier, Amsterdam.
- Wosten JHM, Finke PA and Jansen MJW, 1995. Comparison of class and continuous pedotransfer functions to generate soil hydraulic characteristics. *Geoderma* 66:227-237.
- Xu Y, 2004. Calculation of unsaturated hydraulic conductivity using a fractal model for the pore-size distribution. *Computers and Geotechnics* 31:549-557.