

## تخمین طول پرش هیدرولیکی آزاد و مستغرق در کانال‌های شیب‌دار و افقی با استفاده از رگرسیون بردار پشتیبان

کیومرث روشنگر<sup>۱\*</sup>، فرزین همایونفر<sup>۲</sup>

تاریخ دریافت: ۹۳/۱۰/۱۷ تاریخ پذیرش: ۹۴/۰۴/۱۲

<sup>۱</sup>- دانشیار گروه مهندسی عمران آب، دانشگاه تبریز

<sup>۲</sup>- کارشناس ارشد عمران سازه‌های هیدرولیکی دانشگاه تبریز

\*مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: kroshangar@yahoo.com

### چکیده

پرش هیدرولیکی متداول‌ترین روش جهت استهلاک انرژی جنبشی در پایین‌دست سرریزها، شوت‌ها و دریچه‌ها می‌باشد. به دلیل عدم قطعیت در عملکرد، روابط حاصل از تحقیقات متعدد انجام شده در زمینه تخمین طول پرش هیدرولیکی قابلیت برای تعمیم کلی ندارد. به همین دلیل ضروری است که مقدار دقیق پارامتر طول پرش هیدرولیکی تخمین زده شود. در این تحقیق طول پرش هیدرولیکی در پرش‌های آزاد و مستغرق روی بستر افقی و شیب‌دار با استفاده از روش رگرسیون بردار پشتیبان که از جمله روش‌های یادگیری ماشین می‌باشد تخمین زده شد و نرخ تأثیر پارامترهای ورودی در هر نوع پرش مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته است. در کل تعداد ۲۹۴ داده مشاهداتی برای آموزش و آزمون مدل‌های چهار نوع مختلف پرش هیدرولیکی استفاده شده است. مقایسه نتایج حاصل از روش رگرسیون بردار پشتیبان با روابط کلاسیک و تجربی و مدل تکاملی برنامه‌ریزی بیان ژن، قابلیت و کارایی بالای روش رگرسیون بردار پشتیبان را نشان می‌دهد.

واژه‌های کلیدی: برنامه‌ریزی بیان ژن، پرش هیدرولیکی، رگرسیون بردار پشتیبان، طول پرش هیدرولیکی

## Estimating Free and Submerged Hydraulic Jump's Length in Horizontal and Slopping Channels Using Support Vector Regression

K Roushangar <sup>1\*</sup>, F Homayounfar <sup>2</sup>

Received: 7 January 2015 Accepted: 2 July 2016

<sup>1</sup> Assoc. Prof., Faculty of Civil Hydraulic Engineering, Univ. of Tabriz, Iran

<sup>2</sup> M.Sc., Civil Hydraulic Engineering, Univ. of Tabriz, Iran

\*Corresponding Author, Email: kroshangar@yahoo.com

### Abstract

Hydraulic jump is the most common method for kinetic energy dissipating at downstream of spillways, chutes and gates. Several relations have been proposed to estimate the length of hydraulic jump, but the results of these equations are not general and acceptable due to the uncertainty of the functions. Consequently, it is essential to estimate the hydraulic jump length, accurately. In this paper, hydraulic jump length was estimated for free and submerged hydraulic jumps on horizontal and slopping smooth beds using support vector regression as one of the machine learning methods and the rate of influence of input parameters in each jump was analyzed. Totally, 294 patterns of the observed data were used for training and testing processes of the four kinds of hydraulic jump models. Comparison between support vector regression (SVR), classical and empirical equations and gene expression programming (GEP) method showed the noticeable efficiency of the support vector regression.

**Keywords:** Gene expression programming, Hydraulic jump, Length of hydraulic jump, Support vector regression

### مقدمه

طی سال‌های اخیر مطالعات متنوعی در زمینه تخمین طول پرش صورت گرفته است. خلاصه‌ای از تحقیقات اخیر صورت گرفته در این زمینه به شرح زیر می‌باشد:

ناصری و اُتمان (۲۰۱۲) با استفاده از شبکه عصبی مصنوعی<sup>۱</sup> (ANN) طول پرش هیدرولیکی را تخمین زدند و با مقایسه نتایج آن با روابط تجربی به

ساخت سازه‌های مستهلک کننده در پایین دست سرریزها دریچه‌ها و شوت‌ها، برای پیشگیری از آسیب‌های ناشی از انرژی زیاد جریان‌های فوق بحرانی ضروری است. از این رو شناخت بیشتر طول پرش به عنوان مؤثرترین عامل در تعیین ابعاد حوضچه‌های آرامش و حفاظت کانال پایین دست پرش، امری ضروری است و موجب بهبود و بهینه‌سازی طراحی سایر سازه‌های هیدرولیکی متأثر از آن می‌گردد.

<sup>۱</sup> Artificial neural network

نظارت است که در سال‌های اخیر کارآیی خوبی نسبت به روش‌های قدیمی‌تر نشان داده است. همچنین الگوریتم‌های تکاملی، روش‌هایی بر مبنای جستجوی تصادفی‌اند که از مدل‌سازی بیولوژیکی طبیعی الگو برداری شده‌اند. این مدل‌ها بر روی پاسخ‌های ممکن کار می‌کنند که از ویژگی‌های برتری برخوردارند و بقای نسل بیشتری دارند.

با توجه به اینکه تاکنون مطالعه‌ای در زمینه تخمین طول پرش هیدرولیکی با استفاده از روش رگرسیون بردار پشتیبان و برنامه‌ریزی بیان ژن صورت نگرفته است، در این تحقیق تلاش شده است تا در راستای تکمیل مطالعات قبلی صورت گرفته در این زمینه، کاربرد روش رگرسیون بردار پشتیبان<sup>۲</sup> (SVR) در تخمین پارامتر طول پرش هیدرولیکی مورد بررسی قرار گیرد و نتایج با روش برنامه‌ریزی بیان ژن<sup>۳</sup> (GEP) و روابط تجربی موجود مقایسه گردد.

## مواد و روش‌ها

### رگرسیون بردار پشتیبان

ماشین بردار پشتیبان<sup>۴</sup> (SVM) یکی از روش‌های یادگیری با نظارت است که به دو گروه بردار پشتیبان طبقه‌بندی (SVC)<sup>۵</sup> و رگرسیون (SVR) تقسیم‌بندی می‌شود. ماشین بردار پشتیبان در سال ۱۹۶۳ توسط واپنیک ابداع و در سال ۱۹۹۵ برای حالت غیرخطی تعمیم داده شد (وپنیک ۱۹۹۹). نحوه کار الگوریتم SVM به مانند اغلب روش‌های هوشمند به صورت آموزش و آزمون می‌باشد ولی بر خلاف سایر روش‌های هوش مصنوعی به جای اینکه خطای محاسباتی را کاهش دهد، ریسک عملیاتی عدم تقسیم‌بندی صحیح را به عنوان تابع هدف قرار داده و مقدار بهینه آن را به دست می‌آورد.

این نتیجه رسیدند که مدل ANN تخمین بهتری از طول پرش هیدرولیکی را نتیجه می‌دهد. انصاری (۲۰۱۴) با استفاده از شبکه عصبی برای تخمین طول پرش هیدرولیکی در بستر زبر، نتایج را با روش رگرسیون مقایسه کرد که نتیجه آن، بهتر بودن مدل شبکه عصبی را نشان می‌دهد. عباسپور و همکاران (۲۰۰۹) تأثیر بسترهای سینوسی را بر مؤلفه‌های پرش هیدرولیکی مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها در مطالعات خود به این نتیجه رسیدند که طول پرش در بستر زبر نصف طول پرش در بستر صاف است و اتلاف انرژی در بستر زبر بیشتر از بستر صاف است. عباسپور (۱۳۹۳) به تخمین مشخصات پرش هیدرولیکی بر روی بستر زبر با استفاده از شبکه عصبی مصنوعی و برنامه‌ریزی ژنتیک پرداخته است. وی با تحلیل عمق و طول غلتان پرش بر روی بسترهای زبر، مدل شبکه عصبی و برنامه‌ریزی ژنتیک پرش را شبیه‌سازی نموده و نتایج آن را با روابط تجربی مقایسه کرده است. کمتر بودن خطای محاسباتی مدل‌های عصبی و برنامه‌ریزی ژنتیک نسبت به روابط تجربی از نتایج این تحقیق است. کارولو و همکاران (۲۰۰۷) پدیده پرش هیدرولیکی بر روی بستر زبر را مورد بررسی قرار دادند و رابطه جدید برای طول غلتان پرش ارائه نمودند و به این نتیجه دست یافتند که با ایجاد زبری، نسبت عمق ثانویه کاهش پیدا می‌کند. احمد و همکاران (۲۰۱۴) تأثیر نوارهای صفحات مثلثی شکل به عنوان زبری بستر در پرش مستغرق را بررسی نمودند. نتایج نشان دهنده عملکرد بهتر بستر زبر نسبت به بستر صاف می‌باشد. همچنین در حالت زبر، نسبت عمق‌های مزدوج و طول پرش هیدرولیکی مقادیری کمتر از بستر صاف را نتیجه می‌دهد.

امروزه با پیشرفت روزافزون کاربرد مدل‌های کامپیوتری در سال‌های اخیر، استفاده از مدل‌های جعبه سیاه که مستقل از پارامترهای فیزیکی مؤثر بر پدیده و معادلات حاکم بین آنها می‌باشد رونق یافته است. ماشین بردار پشتیبان یکی از روش‌های یادگیری با

<sup>۱</sup> Support vector regression

<sup>۲</sup> Gene expression programming

<sup>۳</sup> Support vector machine

<sup>۴</sup> Support vector classification

در مسائلی که داده‌ها به صورت خطی تفکیک‌پذیر نباشند، معادله صفحه تفکیک‌کننده برای حالت غیرخطی با دخالت تابع کرنل  $K(x)$  که وظیفه نگاشت داده‌ها از فضای غیرخطی به فضای خطی را بر عهده دارد، حاصل می‌شود. همان‌طور که مشاهده می‌شود معادله کلی صفحه بهینه با دخالت تابع کرنل  $K(x)$  به صورت زیر می‌باشد که در این رابطه  $W$  بردار ضرایب و  $b$  ثابت مشخصه‌های تابع رگرسیونی می‌باشد.

$$W^T \times Z + b = 0 \rightarrow W^T \times K(x) + b = 0 \quad [۱]$$

توابع کرنل شکل‌های مختلفی دارند که در جدول ۱ قابل مشاهده می‌باشند.

جدول ۱- انواع تابع کرنل.

تابع کرنل	فرمولاسیون
Linear	$K(x_i, x_j) = (x_i, x_j)$
Polynomial	$K(x_i, x_j) = ((x_i, x_j) + 1)^p$
RBF	$K(x_i, x_j) = \exp(-\frac{P x_i - x_j P}{2 \sigma^2})$
ERBF	$K(x_i, x_j) = \exp(-\frac{P x_i - x_j P}{2 \sigma^2})$

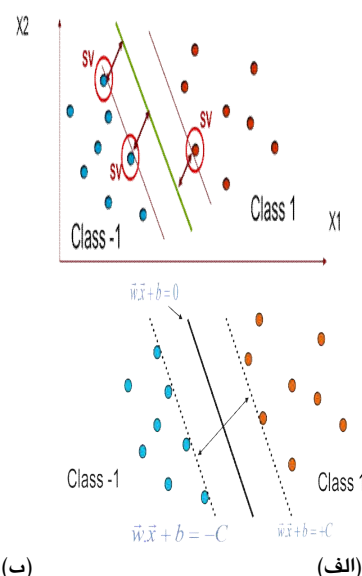
در جدول فوق،  $\sigma$  و  $p$  پارامترهای تنظیمی کرنل‌های مختلف می‌باشند.

از مدل رگرسیون بردار پشتیبان در حل مسائل پیش‌بینی استفاده می‌گردد. همان‌گونه که بیان شد، ماشین بردار پشتیبان مبتنی بر کمینه کردن ساختاری ریسک است و در مسائل رگرسیون از تابع خطایی به نام  $\epsilon$ -Insensitive استفاده می‌کند. در واقع حاشیه‌ای به ضخامت  $\epsilon$  از هر دو طرف صفحه تفکیک‌کننده در نظر گرفته می‌شود. ناحیه بین دو خط کناری، ناحیه مجاز برای قرارگیری داده‌ها می‌باشد و هر داده که خارج از این محدوده قرار گیرد به نسبت تخطی از ناحیه مجاز شامل جریمه می‌شود.

برنامه‌ریزی بیان ژن

برنامه‌ریزی بیان ژن (GEP) تعمیم یافته الگوریتم ژنتیک (GA) است که بر اساس نظریه داروین توسط

برای برخی از مسائل، شاید معیار خطای محاسباتی به صفر هم برسد، اما در میان همه مدل‌هایی که دارای خطای صفر هستند، فقط یک مورد وجود دارد که کمترین ریسک عملیاتی را داراست. از این رو، در برخی موارد، خروجی SVM در کنار عملکرد بهتری که دارد، مقاومت بیشتری نیز نسبت به تغییر در داده‌ها از خود نشان خواهد داد. زیرا اساساً، طوری طراحی و آموزش داده شده است، که بتواند در مقابل چنین عدم اطمینانی، مقاومت نماید و عملکرد مطلوبی را داشته باشد. SVM قادر است مسئله را توسط روش کرنل به فضای با ابعاد بیشتر ببرد. در شکل ۱ الف در فضای دوبعدی برای جداسازی داده‌های دو کلاس، بی‌نهایت خط وجود دارد، هدف الگوریتم SVM پیدا کردن بهترین خطی است که این دو دسته را از هم جدا کند. در مرحله بعد دو صفحه مرزی موازی با صفحه تفکیک‌کننده رسم و تا زمانی که به داده‌ها برخورد کنند از هم دور می‌شوند. صفحه تفکیک‌کننده‌ای که بیشترین فاصله را از صفحات دسته‌بندی داشته باشد بهترین صفحه تفکیک‌کننده است. نزدیک‌ترین داده آموزشی به صفحه تفکیک‌کننده بردار پشتیبان (SV) نامیده می‌شود که شکل ۱ ب گویای این مطلب است.



(ب)

(الف)

شکل ۱- جداسازی داده‌ها در SVM و بردارهای پشتیبان.

بررسی پرش آزاد روی بستر شیب‌دار از داده‌های آزمایش فنگلی (۱۹۹۵) استفاده شده است که تمامی این آزمایش‌ها در کانال مستطیلی صورت گرفته‌اند. معادلات تجربی تخمین پارامتر طول پرش هیدرولیکی تاکنون روابط تجربی و نیمه‌تجربی متعددی برای برآورد طول پرش هیدرولیکی ارائه گردیده که در جدول ۲ آمده است.

جدول ۲- معادلات تجربی محاسبه طول پرش هیدرولیکی.

نام محقق	معادلات تجربی
Bakhmateff and Matezke (1938)	$L_j = 5 \times H_j$
Smetana (1934)	$L_j = 6 \times H_j$
Nolan Page (1936)	$L_j = 5.6 \times Y_2$
Henderson (1966)	$\frac{L'_j}{Y_2} = 6.1 + 4 \tan \theta$
Woyocicki (1931)	$L_{sj} = H_{sj} [6 - 0.05 \frac{Y_4}{Y_1}]$
Bhutto (1987) (بر مبنای روش کمترین مربع)	$\frac{L'_{sj}}{Y_2} = 6.77 + 148.72R - 863.97R^2$
Bhutto (1987) (بر مبنای روش رگرسیون خطی)	$\frac{L'_{sj}}{L'_j} = 1.26 + 1291R$

در روابط تجربی ذکر شده ارتفاع پرش آزاد روی بستر افقی که برابر اختلاف عمق اولیه و ثانویه در پرش هیدرولیکی می‌باشد با  $H_j$  نمایش داده شده است. همچنین طول پرش هیدرولیکی آزاد روی بستر افقی با  $L_j$ ، طول پرش هیدرولیکی آزاد روی بستر شیب‌دار با  $L'_j$ ، زاویه شیب بستر با  $\theta$ ، طول پرش هیدرولیکی مستغرق در بستر افقی با  $L_{sj}$  و ارتفاع پرش مستغرق با  $H_{sj}$  به نمایش در آمده است. همچنین در مورد پرش هیدرولیکی مستغرق در بستر شیب‌دار  $L'_{sj}$  نشان‌دهنده طول این نوع پرش می‌باشد و  $R$  پارامتری بی‌بعد بوده که به صورت  $R = \frac{S' \times \tan \theta}{F_1}$  محاسبه می‌گردد. در این رابطه  $S'$  ضریب استغراق پرش مستغرق بر روی بستر شیب‌دار می‌باشد.

فریرا در سال ۱۹۹۹ ابداع شد (فریرا ۲۰۰۱). برنامه-ریزی بیان ژن (GEP) یک الگوریتم ژنتیکی است که از جمعیتی از افراد استفاده کرده و آن‌ها را مطابق برانندگی انتخاب می‌کند و تغییرات ژنتیکی را با استفاده از یک یا چند عملگر ژنتیکی اعمال می‌نماید. در این تحقیق روند برآورد پارامتر طول پرش هیدرولیکی با استفاده از برنامه‌ریزی بیان ژن در نرم‌افزار GeneXproTools 4.0 به این صورت است:

مرحله نخست، شامل تعیین تابع برازش است. در این تحقیق طول محدوده انتخابی برابر با ۱۰۰ ( $R=100$ ) و مجموعه‌ای شامل ۱۰ برازش ( $n=10$ ) انتخاب گردیده است، بنابراین مقدار تابع برازش برابر با ۱۰۰۰ خواهد بود ( $f_{max}=1000$ ).

مرحله دوم، شامل انتخاب مجموعه پایانه‌ها و توابع برای ایجاد کروموزوم‌ها می‌باشد. پایانه‌ها شامل پارامترهای مختلف تأثیرگذار در برآورد پارامتر طول پرش هیدرولیکی می‌باشند. مجموعه‌ای از عملگرها نیز در هر مدل انتخاب می‌شوند. که جهت ساده شدن فرمول‌های به‌دست آمده، در بیشتر مدل‌ها از چهار عمل اصلی ( $+$ ,  $-$ ,  $\times$ ,  $\div$ ) استفاده شده است.

مرحله سوم، انتخاب ساختار کروموزوم‌ها است که شامل طول سر و تعداد ژن‌ها می‌باشد. با انجام آزمون و خطا طول سر برابر ۷ یا ۸، تعداد ژن در هر کروموزوم ژن برابر ۳، ۴، ۵ و همچنین تعداد کروموزوم در هر اجرا برابر ۲۵ تا ۳۵ انتخاب شده است.

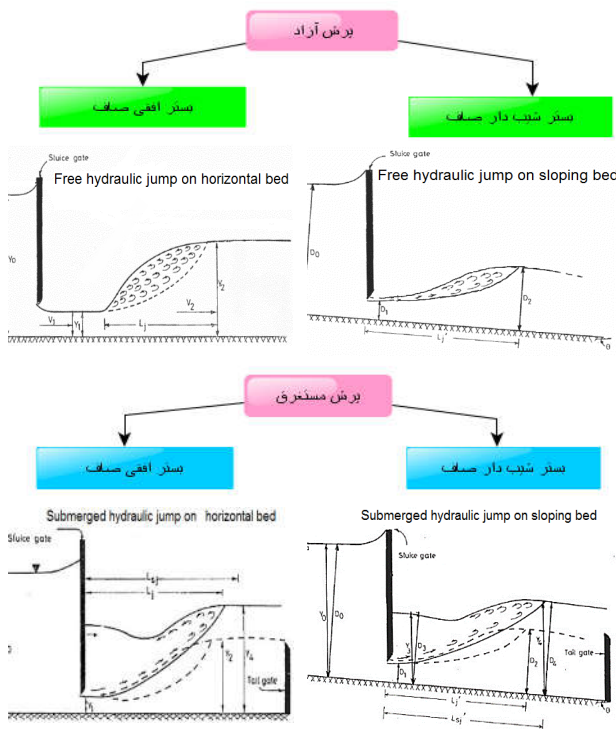
مرحله چهارم، انتخاب تابع پیوند و عملگرهای ژنتیکی است که عملگر جمع و ضرب به‌عنوان بهترین توابع پیوند تعیین گردیده‌اند. ترکیبی از عملگرهایی از قبیل جهش، وارونه‌سازی، ترانزش و ترکیب به‌عنوان عملگرهای ژنتیکی برگزیده شده‌اند. در این مطالعه برای بررسی پرش هیدرولیکی آزاد روی بستر افقی و همچنین پرش هیدرولیکی مستغرق روی بسترهای افقی و شیب‌دار از داده‌های آزمایش بوتو (۱۹۸۷) و برای

### معیارهای ارزیابی

به منظور ارزیابی و بررسی کارایی روش‌های استفاده شده برای تخمین طول پرش هیدرولیکی، در این تحقیق از معیارهای جذر میانگین مربعات خطاها ( $RMSE$ )، ضریب همبستگی ( $R$ )، ضریب تعیین ( $DC$ ) استفاده شده که در جدول ۳ آمده است.

### جدول ۳- معیارهای ارزیابی.

معیارهای ارزیابی	معادله
جذر میانگین مربعات خطاها	$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (L_m - L_p)^2}{N}}$
ضریب همبستگی	$R = \frac{\sum_{i=1}^N (L_m - \bar{L}_m) \times (L_p - \bar{L}_p)}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (L_m - \bar{L}_m)^2} \times \sqrt{\sum_{i=1}^N (L_p - \bar{L}_p)^2}}$
ضریب تعیین	$DC = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (L_m - L_p)^2}{\sum_{i=1}^N (L_m - \bar{L}_m)^2}$



شکل ۲- انواع مختلف پرش هیدرولیکی بررسی شده.

در این تحقیق برای رسیدن به این منظور دو مشخصه  $\epsilon$  و  $C$  توسط الگوریتم بهینه‌سازی جست‌وجوی شبکه و مشخصه  $\gamma$  نیز به صورت سعی و خطا بهینه می‌شوند. برای این منظور محدوده مشخصه‌های  $\epsilon$  و  $C$  به ازای مقدار ثابت  $\gamma$  تعیین شده و سپس توسط الگوریتم جست‌وجوی شبکه مقدار دقیق دو مشخصه  $\epsilon$  و  $C$  مشخص می‌شود، روند مذکور برای دیگر مقادیر  $\gamma$  نیز تکرار شده و بدین طریق مدل‌های متفاوتی با تغییر در مقدار  $\gamma$  حاصل می‌شوند و در نهایت مقادیری از  $\epsilon$  و  $C$  که بهترین مقدار شاخص‌های آماری را داشته‌اند، انتخاب می‌گردند. همچنین در روش برنامه‌ریزی بیان ژن، با انجام سعی و خطا بهینه‌ترین مقادیر مشخصات کروموزوم‌ها انتخاب می‌گردند. با مقایسه معیارهای ارزیابی برای تمام مدل‌ها در مرحله آموزش و آزمون، مدل برتر برای انواع مختلف پرش هیدرولیکی بررسی شده به دست می‌آید. به طور کلی از بین مدل‌ها، مدلی به عنوان مدل برتر انتخاب شده است که معیارهای جذر میانگین مربعات خطاها ( $RMSE$ )

$L_m$ : طول پرش هیدرولیکی اندازه‌گیری شده،  $\bar{L}_m$ : متوسط طول پرش هیدرولیکی اندازه‌گیری شده،  $L_p$ : طول پرش هیدرولیکی پیش‌بینی شده،  $\bar{L}_p$ : متوسط طول پرش هیدرولیکی پیش‌بینی شده می‌باشند.

جهت بررسی عملکرد رگرسیون ماشین بردار پشتیبان در تخمین طول پرش هیدرولیکی و تأثیر پارامترهای عدد فرود، عمق اولیه، عمق ثانویه و زاویه شیب بستر، از چهار سری داده استفاده گردیده که در شکل ۲ جزئیات نشان داده شده است.

در آغاز شبیه‌سازی تمام مدل‌های SVR با توابع کرنل مختلف انجام شده و تابع کرنل RBF به عنوان بهینه‌ترین تابع کرنل انتخاب شده است. در ادامه برای بهینه‌سازی مشخصه‌های مدل SVR یعنی مقادیر  $\epsilon$  و  $C$  در تابع کرنل RBF باید مشخصه  $\gamma$  بهینه گردد، بنابراین در حالت کلی برای تخمین طول پرش هیدرولیکی در چهار حالت ذکر شده از پرش هیدرولیکی، توسط مدل SVR، لازم است که مقادیر بهینه سه مشخصه‌ی مذکور به دست آیند.

نزدیک به صفر، ضریب تعیین ( $DC$ ) و ضریب همبستگی ( $R$ ) آن نزدیک‌ترین مقدار به یک را داراست.

جدول ۴- مدل‌های مختلف تعریف شده برای ورودی‌ها در پرش آزاد روی بستر افقی.

Model	GEP						SVR					
	آموزش			آزمون			آموزش			آزمون		
	$R$	$DC$	$RMSE$ (cm)	$R$	$DC$	$RMSE$ (cm)	$R$	$DC$	$RMSE$ (cm)	$R$	$DC$	$RMSE$ (cm)
1. $\frac{L_j}{Y_1} = f(Fr_1)$	0.9930	0.9861	3.98	0.9828	0.9633	5.36	0.9929	0.9841	4.02	0.9869	0.9714	5.45
2. $\frac{L_j}{Y_1} = f(\frac{Y_2}{Y_1})$	0.9953	0.9909	3.23	0.9804	0.9602	5.58	0.9939	0.9757	3.6	0.9850	0.9632	6.18
3. $L_j = f(Y_2 - Y_1)$	0.9900	0.9803	5.21	0.9707	0.9395	8.15	0.9880	0.9757	5.31	0.9811	0.9532	8.55
4. $L_j = f(Y_2 - Y_1, Fr_1)$	0.9920	0.9836	4.74	0.9722	0.9388	8.2	0.9889	0.9765	5.075	0.9820	0.9575	8.15
5. $\frac{L_j}{Y_1} = f(Y_2 - Y_1, Fr_1)$	0.9938	0.9877	3.74	0.9603	0.9175	8.09	0.9930	0.9851	3.89	0.9840	0.9653	6.00
6. $\frac{L_j}{Y_1} = f(\frac{Y_2}{Y_1}, Fr_1)$	0.9956	0.9913	3.15	0.9816	0.9624	5.46	0.9960	0.9911	3.012	0.9890	0.9734	5.26

## نتایج و بحث

در نتیجه برای تخمین طول پرش هیدرولیکی آزاد در بستر افقی پارامترهای نسبت عمق ثانویه به عمق اولیه و عدد فرود اولیه دارای بیشترین تأثیرگذاری می‌باشند. مدل تحلیل شده با GEP و SVR نسبت به معادله سمپتا برای داده‌های آزمون با  $RMSE=7/81$  cm،  $DC=0/9781$  و  $R=0/9781$  باخامتف با  $RMSE=15/81$  cm،  $DC=0/699$  و  $R=0/9781$  و نولان با  $RMSE=7/04$  cm،  $DC=0/809$  و  $R=0/9781$  دقت بیشتری را داراست.

فرمول به‌دست‌آمده از GEP برای پرش هیدرولیکی آزاد بر روی بستر افقی به شکل زیر می‌باشد:

[۲]

$$\frac{L_j}{Y_1} = Fr + 6.05 \frac{Y_2}{Y_1} - 5.169 + \frac{Y_2}{Y_1 \times (Fr - 17.76)} + \left(\frac{Fr \times Y_1}{Y_2}\right)^2 \times \frac{1}{14.154 - Fr}$$

پارامترهای بهینه بهترین مدل SVR و GEP در

جدول ۸ آورده شده است. شکل ۳ رابطه خطی بین  $\frac{L_j}{Y_1}$  حالت مشاهده و پیش‌بینی در مرحله آزمون را نشان می‌دهد.

در این تحقیق جهت تخمین طول پرش هیدرولیکی در ۴ نوع مختلف پرش از مدل‌های رگرسیون بردار پشتیبان و الگوریتم بیان ژن استفاده شده و تأثیر پارامترهای ورودی همچون عدد فرود اولیه و عمق اولیه جریان، شیب بستر و ضریب استغراق بر روی طول پرش هیدرولیکی بررسی شده و در انتها همچنین نتایج این دو روش با نتایج روابط تجربی مقایسه گردیده است.

## طول پرش هیدرولیکی آزاد بر روی بستر افقی

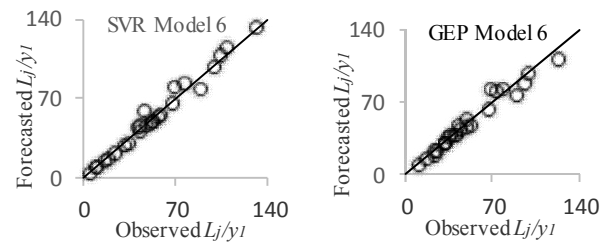
این نوع پرش به‌عنوان حالت پایه بیشتر مورد توجه و تحقیق قرار گرفته است. پارامترهای ارزیابی برای شش مدل این حالت از پرش در جدول ۴ قابل مشاهده است. بررسی معیارهای ارزیابی برای داده‌های آموزش و آزمون شش مدل تحلیل شده نشان‌دهنده این است که مدل شماره شش بهترین نتایج را داراست.

هیدرولیکی در بستر شیب‌دار می‌باشند. پارامترهای بهینه SVR و GEP برای مدل شماره ۲ از این نوع پرش در جدول ۸ قابل مشاهده می‌باشد.

مقایسه مدل تحلیل شده GEP و SVR نسبت به معادله تجربی هاندرسون تأییدکننده این می‌باشد که پارامترهای ارزیابی مدل شماره ۲ در SVR و GEP دقت بیشتری را نسبت به معادله تجربی سمنا با  $RMSE=4/85cm$ ،  $DC=0/9588$  و  $R=0/9808$  برای داده‌های آزمون دارا می‌باشد. شکل ۴ نمودارهای پراکنش بین مقادیر مشاهداتی و پیش‌بینی شده  $\frac{L_j}{Y_1}$  برای تخمین طول پرش هیدرولیکی در بستر شیب‌دار در مرحله آزمون را نشان می‌دهد.

فرمول به‌دست آمده از GEP برای پرش هیدرولیکی آزاد بر روی بستر شیب‌دار به‌شکل زیر می‌باشد:

$$\frac{L_j}{Y_1} = Fr_1^2 - 0.3199 \times (Fr_1 + \tan \theta - y_1) + Fr_1 y_1 + 3.0755 \quad [2]$$



شکل ۳- رابطه خطی بین  $\frac{L_j}{Y_1}$  مشاهده و پیش‌بینی شده در مرحله آزمون.

طول پرش هیدرولیکی آزاد بر روی بستر شیب‌دار با بررسی عملکرد معیارهای ارزیابی برای داده‌های آموزش و آزمون مدل‌های مختلف با پارامترهای ورودی متفاوت در جدول ۵ مشاهده می‌شود که مدل شماره دو دارای نتایج بهتری می‌باشد. مقایسه نتایج مدل‌های ۱ و ۲ نشان می‌دهد که انتخاب نسبت طول پرش به عمق اولیه به‌عنوان تابع هدف نتایج بهتری را نسبت به تابع هدف طول پرش داراست. جدول ۵ بیان‌گر این است که پارامترهای نسبت عمق ثانویه به اولیه و زاویه شیب بستر تأثیرگذارترین پارامترها در تخمین طول پرش

جدول ۵- مدل‌های مختلف تعریف شده برای ورودی‌ها در پرش آزاد روی بستر شیب‌دار.

Model	GEP						SVR					
	آموزش			آزمون			آموزش			آزمون		
	R	DC	RMSE (cm)	R	DC	RMSE (cm)	R	DC	RMSE (cm)	R	DC	RMSE (cm)
1. $L_j = f(\frac{Y_2}{Y_1}, \theta)$	0.9959	0.9920	0.983	0.9918	0.9869	1.97	0.9940	0.9869	1.32	0.9889	0.9720	2.13
2. $L_j = f(\frac{Y_2}{Y_1}, \theta)$	0.9986	0.9973	0.699	0.9971	0.9941	1.398	0.9991	0.9980	0.58	0.9980	0.9950	1.028
3. $L_j = f(Y_2 - Y_1, \theta)$	0.9975	0.9949	0.801	0.9979	0.9856	1.64	0.9979	0.9948	0.835	0.9960	0.9875	1.43
4. $L_j = f(Y_2 - Y_1, \theta)$	0.9973	0.9947	0.984	0.9968	0.9918	1.64	0.9970	0.9938	1.15	0.9940	0.9860	1.81
5. $L_j = f(\frac{Y_2}{Y_1}, Fr_1, \theta)$	0.9949	0.9897	1.11	0.9887	0.9758	2.20	0.9970	0.9937	0.916	0.9960	0.9906	1.24
6. $L_j = f(\frac{Y_2}{Y_1}, Fr_1, \theta)$	0.9982	0.9965	0.795	0.9967	0.9935	1.64	0.9989	0.9970	0.64	0.9975	0.9938	1.12



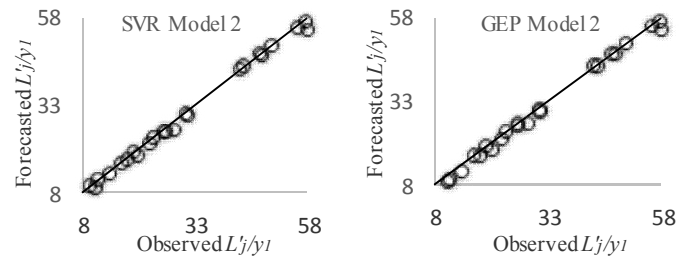
حالت در نظر گرفتن طول پرش به صورت بی‌بعد و نسبتی از عمق ثانویه و همچنین دخیل نمودن پارامترهایی از جمله ضریب استغراق و نسبت عمق پایین‌دست به عمق اولیه در محاسبه طول پرش تخمین دقیق‌تری را حاصل می‌شود. مقایسه معادله تجربی گوینا برای داده‌های آزمون با  $RMSE=1/332\text{cm}$  و  $R=0/9502$  و  $DC=0/9013$  در SVR و GEP بیان‌گر قابل اعتمادتر بودن و دقت بیشتر این روش‌ها نسبت به روابط تجربی در تخمین طول پرش مستغرق در بستر افقی می‌باشد. شکل ۵ رابطه خطی بین  $\frac{L_y}{y_2}$  در حالت مشاهده و پیش‌بینی در مرحله آزمون برای مدل برتر را نشان می‌دهد. پارامترهای بهینه به دست آمده برای مدل سوم در SVR و GEP در جدول ۸ قابل مشاهده می‌باشد. فرمول به دست آمده برای پرش هیدرولیکی مستغرق بر روی بستر افقی به شکل زیر می‌باشد:

[۴]

$$\frac{L_y}{Y_2} = 0.918S^2 - 0.759S + \frac{S}{\left(\left(\frac{Y_2}{Y_1}\right) - 4.996\left(\frac{Y_2}{Y_1}\right)\right) \times (2.93 - S)} + \frac{10.625 \times S}{\frac{Y_2}{Y_1} - S} + 7.24$$

جدول ۶- مدل‌های مختلف تعریف شده برای ورودی‌ها در پرش مستغرق بر روی بستر افقی.

Model	GEP						SVR					
	آموزش			آزمون			آموزش			آزمون		
	R	DC	RMSE (cm)	R	DC	RMSE (cm)	R	DC	RMSE (cm)	R	DC	RMSE (cm)
1. $\frac{L_y}{Y_2} = f(S)$	0.9744	0.9495	0.668	0.9661	0.9302	0.786	0.9828	0.9610	0.639	0.9705	0.9410	0.776
2. $\frac{L_y}{Y_2} = f\left(\frac{S}{\frac{Y_2}{Y_1}}\right)$	0.9916	0.9833	0.384	0.9598	0.8985	0.947	0.9924	0.9840	0.285	0.9711	0.9040	0.747
3. $\frac{L_y}{Y_2} = f\left(S, \frac{Y_2}{Y_1}\right)$	0.9909	0.9819	0.399	0.9828	0.9530	0.642	0.9919	0.9830	0.347	0.9864	0.9690	0.634

شکل ۴- رابطه خطی بین  $\frac{L_y}{y_1}$  مشاهده شده و پیش‌بینی

شده در مرحله آزمون.

#### طول پرش هیدرولیکی مستغرق بر روی بستر افقی

تحقیقات علمی محدودی بر روی این نوع پرش انجام شده است. همان‌طور که در جدول ۶ مشاهده می‌شود، برای تخمین پارامتر طول پرش در این نوع از پرش هیدرولیکی، ۳ مدل با ورودی‌های متفاوت تعریف شده است.

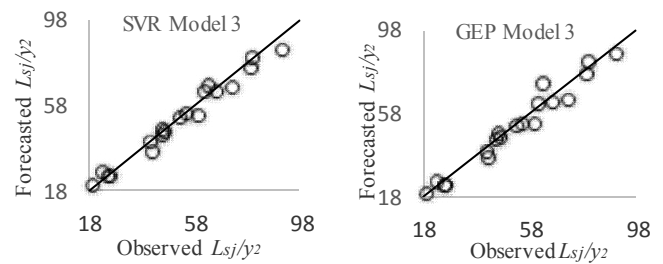
با بررسی عملکرد معیارهای ارزیابی برای داده‌های آموزش و آزمون سه مدل تحلیل شده مشاهده می‌شود که افزودن نسبت عمق آب پایین‌دست به بالادست  $\left(\frac{Y_2}{Y_1}\right)$  به پارامتر ضریب استغراق  $S$ ، باعث بهتر شدن نتایج مدل ۳ نسبت به مدل ۱ می‌شود. در این

مقایسه مدل بهینه تحلیل شده با GEP و SVR نسبت به معادله تجربی ذکر شده برای داده‌های آزمون با  $RMSE=0/611cm$ ،  $DC=0/8987$  و  $R=0/8950$  نشان‌دهنده دقت و قابلیت اعتماد بیشتر مدل‌های تحلیل شده با SVR و GEP می‌باشد.

پارامترهای بهینه به‌دست آمده برای بهترین مدل (مدل شماره ۳) در SVR و GEP در جدول ۸ آورده شده است. شکل ۶ نشان دهنده رابطه خطی بین  $\frac{L'_{sj}}{Y_2}$  در حالت مشاهده و پیش‌بینی در مرحله آزمون برای پرش مستغرق در بستر شیب‌دار می‌باشد.

همچنین فرمول به‌دست آمده از GEP برای پرش هیدرولیکی مستغرق بر روی بستر شیب‌دار به شکل زیر می‌باشد:

$$\frac{L'_{sj}}{Y_2} = -9.9309S^4 + 5.8387S^2 + 6.036S' + (\tan \theta)^2 + (2+S') \tan \theta - 4.9291 \quad [5]$$

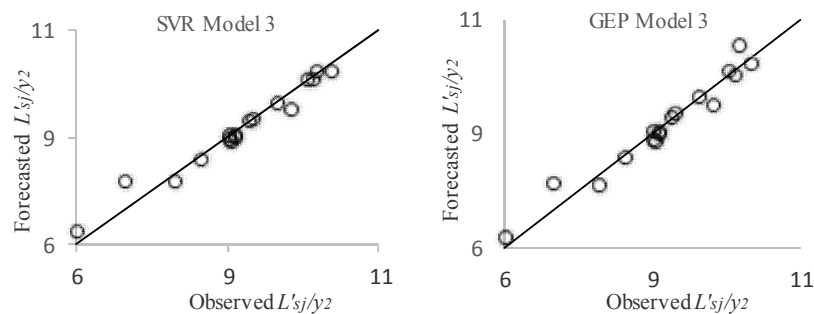


شکل ۵- رابطه خطی بین  $\frac{L'_{sj}}{Y_2}$  مشاهده شده و پیش‌بینی شده در مرحله آزمون.

طول پرش هیدرولیکی مستغرق بر روی بستر شیب‌دار مدل‌های با نتایج قابل قبول برای این حالت در جدول ۷ آورده شده است. بررسی عملکرد معیارهای ارزیابی برای داده‌های آموزش و آزمون نشان دهنده این است که استفاده از پارامترهای عدد فرود بالادست، تانژانت زاویه شیب بستر و ضریب استغراق در کنار هم باعث بهبود نتایج معیارهای ارزیابی نسبت به مدل‌های دیگر شده است.

جدول ۷- مدل‌های مختلف تعریف شده برای ورودی‌ها در پرش مستغرق بر روی بستر شیب‌دار.

Model	GEP						SVR					
	آموزش			آزمون			آموزش			آزمون		
	R	DC	RMSE (cm)	R	DC	RMSE (cm)	R	DC	RMSE (cm)	R	DC	RMSE (cm)
1. $\frac{L'_{sj}}{Y_2} = f(S')$	0.9612	0.9235	0.264	0.9489	0.9014	0.542	0.9682	0.9370	0.212	0.9592	0.9075	0.382
2. $\frac{L'_{sj}}{Y_2} = f(\tan \theta, Fr_1)$	0.9764	0.9533	0.202	0.9523	0.9065	0.433	0.9986	0.9970	0.167	0.9940	0.9772	0.219
3. $\frac{L'_{sj}}{Y_2} = f(\tan \theta, Fr_1, S')$	0.9768	0.9533	0.187	0.9828	0.9530	0.642	0.9899	0.9798	0.114	0.9970	0.9864	0.167



شکل ۶- رابطه خطی بین  $\frac{L'_{sj}}{Y_2}$  مشاهده شده و پیش‌بینی شده در مرحله آزمون.

جدول ۸- پارامترهای بهینه بهترین مدل‌ها در SVR و GEP.

Model	GEP			SVR			
	اندازه سر	ژن	کروموزوم	Epsilon	Capacity	Gama	Kernel
پرش آزاد - بستر افقی	7.0	3.0	30.0	0.01	9.0	0.5	RBF
پرش آزاد- بستر شیب‌دار	7.0	3.0	30.0	0.02	9.5	0.333	RBF
پرش مستغرق- بستر افقی	7.0	3.0	30.0	0.05	10.0	0.333	RBF
پرش مستغرق- بستر شیب‌دار	7.0	4.0	30.0	0.05	10.0	0.5	RBF

۱. در نظر گرفتن عدد فرود اولیه و نسبت عمق ثانویه به اولیه تحت عنوان پارامترهای ورودی جهت تخمین طول پرش هیدرولیکی آزاد روی بستر افقی نتایج دقیق‌تری را ارائه می‌دهد.

۲. در حالت پرش آزاد بر روی بستر شیب‌دار، تخمین طول پرش هیدرولیکی به صورت بی‌بعد و نسبتی از عمق اولیه و دخیل نمودن پارامترهایی از جمله زاویه شیب بستر و نسبت عمق ثانویه به عمق اولیه باعث بهبود نتایج می‌گردد.

۳. در حالت پرش مستغرق بر روی بستر افقی، در نظر گرفتن طول پرش به صورت بی‌بعد و نسبتی از عمق ثانویه و از طرفی دخیل نمودن پارامترهایی از جمله ضریب استغراق و نسبت عمق پایاب به عمق اولیه تخمین دقیق‌تری را حاصل می‌شود.

۴. برای حالت پرش مستغرق بر روی بستر شیب‌دار، در نظر گرفتن طول پرش به صورت بی‌بعد و نسبتی از عمق ثانویه و همچنین پارامترهای ورودی ضریب استغراق، تانژانت زاویه شیب بستر و عدد فرود اولیه نتایجی نزدیک به نتایج آزمایشگاهی را داراست.

۵. در استفاده از روش رگرسیون بردار پشتیبان از بین توابع کرنل مختلف، تابع کرنل RBF بهترین نتایج را در تخمین طول پرش هیدرولیکی در بستر صاف ارائه می‌دهد.

مطابق با جدول ۸ مشاهده می‌شود که برای تمامی مدل‌ها، از بین توابع کرنل مختلف، تابع کرنل RBF دارای نتایج بهتر بوده و به عنوان تابع کرنل بهینه انتخاب شده است.

#### نتیجه‌گیری کلی

در این تحقیق برای تخمین طول پرش هیدرولیکی بر روی بسترهای صاف از مدل‌های رگرسیون بردار پشتیبان SVR و الگوریتم تکاملی برنامه‌ریزی بیان ژن GEP استفاده شده و تأثیر پارامترهایی از جمله نسبت عمق ثانویه به عمق اولیه، عدد فرود جریان، شیب بستر و ضریب استغراق بر روی مشخصات پرش هیدرولیکی مورد ارزیابی قرار گرفته است. مقایسه روابط تجربی و کلاسیک با نتایج حاصل از مدل‌های SVR و GEP نشان داد که نتایج روش‌های SVR و GEP نسبت به روابط کلاسیک موجود دقیق‌تر و قابل‌اعتمادتر می‌باشد. همچنین بررسی نتایج نشان‌دهنده این است که نتایج SVR نسبت به نتایج GEP تا حدودی بهبود یافته است. البته لازم به ذکر است که نتایج حاصل از برنامه‌ریزی بیان ژن، صریح و همراه با رابطه کاربردی بوده ولی نتایج حاصل از رگرسیون بردار پشتیبان به صورت ضمنی می‌باشد. با مقایسه حالت‌های مختلف نتایج زیر مشاهده می‌شود:

#### منابع مورد استفاده

عباسپور، ا.، ۱۳۹۳. پیش‌بینی مشخصات پرش هیدرولیکی بر روی بستر زبر با استفاده از شبکه عصبی مصنوعی و برنامه‌ریزی ژنتیک. نشریه دانش آب و خاک، جلد ۲۴، شماره ۲، صفحه‌های ۱ تا ۱۰.

- Abbaspour A, Hosseinzadeh Dalir A, Farsadizadeh D and Sadraddini AA, 2009. Effect of sinusoidal corrugated bed on hydraulic jump characteristics. *Journal of Hydro-environment Research* 3: 109-117.
- Ahmed HMA, Gendy ME, Mirdan AMH, Mohamed Ali AA and Abdel Haleem FSF, 2014. Effect of corrugated beds on characteristics of submerged hydraulic jump. *Ain Shams Engineering Journal* 5: 1033-1042.
- Ansari M, 2014. ANN model for prediction of length of hydraulic jump on rough beds. *International Journal of Civil Engineering and Technology* 5: 23-31.
- Bhutto H, 1987. Hydraulic jump control and energy dissipation. Doctoral dissertation, Mehran University of engineering and technology. Jamshoro.
- Bakhmateff BA and Matzeke AE, 1938. The Hydraulic Jump in Sloped Channels. *Transactions of ASME* 60: 111-118.
- Carollo FG, Ferro V and Pampalone V, 2007. Hydraulic jump on rough beds. *Journal of Hydraulic Engineering* 133: 989-999.
- Feng Li C, 1995. Determining the location of hydraulic jump by model test and HEC-2 Flow routing. Master thesis, college of engineering and technology. Ohio University.
- Ferreira C, 2001. Gene expression programming: A new adaptive algorithm for solving problems. *Complex Systems* 13(2): 87-129.
- Henderson FM, 1966. *Open Channel Flow*. Macmillan Publishing Co., Inc., New York.
- Naseri M and Othman F, 2012. Determination of the length of hydraulic jumps using artificial neural networks. *Advance in Engineering Software* 48: 27-31.
- Nolan P, 1936. Discussions of "The Hydraulic Jump in Terms of Dynamic Similarity", by Bakhmateff, B.A., Matzeke AE., *Transactions of ASCE* 101: 630-664.
- Semetana J, 1934. *Experimentální Studie Vodního Skoku Vzducho*, (Experimental Study of Drowned Hydraulic Jump. *Zpravy Verejné Stuzby Techické*, Czechoslovakia.
- Vapnik, V, 1999. *The Nature of Statistical Learning Theory*. Springer, Information Science and Statistics series, 314 p.
- Woyocicki k, 1931. *Wassersprung, Deckwalze Und Ausfluss Unter Einer Schutze*, (The hydraulic Jump, Its Top Roll and Discharge through a Sluice Gate. *Warschau, Polnischen Akademie der Techn*, 55 p.