

## تأثیر محدودیت‌های اعمال شده بر پارامترهای هیدرولیکی در طراحی بهینه مقاطع کانال‌های روباز

کیومرث روشنگر<sup>۱\*</sup>، سیامک طلعت اهری<sup>۲</sup> و آیدا نوری<sup>۳</sup>

تاریخ دریافت: ۹۲/۰۴/۰۵ تاریخ پذیرش: ۹۲/۰۶/۳۱

<sup>۱</sup>دانشیار گروه عمران آب، دانشکده عمران، دانشگاه تبریز

<sup>۲</sup>دانشیار گروه عمران سازه، دانشکده عمران، دانشگاه تبریز

<sup>۳</sup>دانشجوی دکتری سازه هیدرولیکی، دانشگاه تبریز

\*مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: roshangari@tabrizu.ac.ir

### چکیده

ساختمان کانال‌های روباز مصنوعی، زیرساخت‌های پرهزینه‌ای از نظر هزینه‌های مصالح، ساخت و نگهداری را در بردارند طراحی مقطع کانال با کمترین هزینه، با کم کردن مجموع هزینه‌های ساخت در واحد طول کانال با شرایط جریان یکنواخت امکان پذیر است. در این تحقیق تابع هدف بر اساس هزینه پوشش واحد طول کانال، هزینه خاکریزی و خاکبرداری واحد حجم، همچنین بر اساس هزینه هدر رفت آب از طریق تراوش و تبخیر نیز در نظر گرفته شده و معادله عمومی مقاومت به عنوان تابع قید تساوی استفاده گردیده است. بدین منظور طراحی بهینه مقطع کانال دوزنقه‌ای با استفاده از الگوریتم ژنتیک با متغیرهای عمق، عرض کف و شیب‌های کناری انجام گرفت. دو روش و چندین مدل بی-محدودیت و با محدودیت عمق نرمال، سرعت جریان، شیب کانال و عرض سطح آزاد کانال مورد بررسی قرار گرفت که اعمال محدودیت‌های عمق، سرعت و شیب ثابت سبب افزایش هزینه ولی محدودیت عرض سطح آزاد در مقایسه با مدل‌های دیگر سبب کاهش هزینه گردید بعلاوه مدل دیگری با کاربرد معادله مانینگ به عنوان قید تساوی به کار برده شد.

واژه‌های کلیدی: بهینه‌سازی، طراحی، کانال‌های روباز، محدودیت

## Influence of Restricted Hydraulic Parameters on Optimal Design of open Channels Sections

K Roshangar<sup>1\*</sup>, S Talat-Ahari<sup>2</sup> and A Noori<sup>3</sup>

Received: 26 June 2013 Accepted: 22 September 2013

<sup>1</sup>-Assoc. Prof., Dept. of Water Engin., Faculty of Civil Engin., Univ. of Tabriz. Iran

<sup>2</sup>-Assoc. Prof., Dept. of Structure Engin., Faculty of Civil Engin., Univ. of Tabriz. Iran

<sup>3</sup>-Ph.D. Student of Hydraulic Structure, Faculty of Civil Engin., Univ. of Tabriz. Iran

\*Corresponding Author Email: roshangari@tabrizu.ac.ir

### Abstract

Artificial open channel structures are expensive infrastructures in terms of their materials, construction and maintenance. Design of a minimum cost channel section involves minimization of the sum of costs per unit length of the channel, subject to uniform flow condition in the channel. In this research, the objective function was expressed using the cost per unit length of the channel for lining, the depth-dependent unit volume earthwork cost, and the cost of water lost due to seepage and evaporation. A general resistance equation was used as an equality constraint. Optimal design of trapezoidal channel sections using genetic algorithm with depth, bottom width and side slope variables was accomplished. Two methods and several Models were evaluated including no restriction and restriction on normal depth, velocity of flow, side slope and top width. Restricted depth, velocity and side slope resulted in higher costs. However restricted top width resulted in lower costs comparing with other models. Also, another model was employed which used the Manning equation as an equality constraint.

**Keywords:** Design, Open channels, Optimization, Restricted

مقطع کانال‌ها امری مهم محسوب می‌شود. تحقیقات زیادی توسط محققین برای طراحی بهینه مقطع کانال‌ها صورت گرفته است. ترویت (۱۹۸۲) یک روش جبری مستقیم برای طراحی مقطع بهینه کانال با کمینه کردن هزینه پوشش، در حالی که هزینه واحد طول مصالح کف و دیواره‌ها یکسان نیستند، ارائه کرد. جیو و هیوز (۱۹۸۴)، بر اساس اصول اولیه محاسبات، مقطع عرضی بهینه برای کانال طراحی کردند. آنها آنالیزی را برای

### مقدمه

کانال‌های روباز برای اهداف مختلفی مانند آبیاری، زهکشی، آبرسانی شهری، تخلیه فاضلاب، کشتی‌رانی، انتقال آب از نقطه‌ای به نقطه‌ی دیگر، همچنین برای انتقال آب از رودخانه به طرف توربین‌های آبی و غیره استفاده می‌شوند. شبکه کانال‌های آبرسانی برای بازدهی مناسب، هزینه و منبع قابل توجهی را جهت ساخت و نگهداری طلب می‌کنند از این رو بهینه‌سازی

تلاتاهاری (۲۰۱۰) از روش الگوریتم ژنتیک و الگوریتم مورچه‌گان جهت طراحی مقطع کانال استفاده کردند. هدف از این تحقیق بررسی محدودیت‌های هیدرولیکی روی بهینه‌سازی مقطع کانال با استفاده از الگوریتم ژنتیک می‌باشد که تابع هدف همان تابع هزینه می‌باشد که هزینه‌های تلفات آب ناشی از تبخیر و تراوش نیز در نظر گرفته شده است و تابع قید بر اساس معادله مقاومت یا مانینگ و دیگر قیدهای هیدرولیکی تعریف شده است.

### مواد و روش‌ها

#### معادلات طراحی مقطع بهینه

اولین قدم در طراحی کانال تعیین ابعاد بهینه آن جهت انتقال دبی مورد نیاز با کمترین هزینه ساخت می‌باشد. تابع هدف برای حداقل‌سازی هزینه‌های خاکریزی و خاکبرداری (مساحت مقطع عرضی)، پوشش سطوح (محیط ترشده)، تراوش (عمق کانال) و تبخیر (عرض سطح آزاد) در واحد طول در نظر گرفته می‌شود. مقادیر بدست آمده از حداقل کردن این تابع باید در یک رابطه جریان یکنواخت که به عنوان یک قید تساوی مسئله در نظر گرفته می‌شود، صدق کند. متغیرهای طراحی کانال، شامل عمق جریان، عرض کف و شیب جانبی می‌باشند.

#### الف) هزینه خاکریزی

بدر نظر گرفتن هزینه خاکریزی برای سطح مقطع جریان، هزینه خاکریزی  $C_e$  توسط این معادله به دست می‌آید (سوامی و همکاران ۲۰۰۰b):

$$C_e = c_e + c_r A \bar{y} \quad [1]$$

که در آن،  $c_e$  هزینه واحد حجم خاکریزی در سطح زمین که بر حسب  $\left(\frac{\text{ریال}}{\text{m}^3}\right)$  می‌باشد و  $c_r$  اضافه بها به ازای افزایش عمق حفاری که واحد آن به صورت  $\left(\frac{\text{ریال}}{\text{m}^4}\right)$  است.  $A$   $(\text{m}^2)$  و  $\bar{y}$   $(\text{m})$  به ترتیب سطح مقطع کانال و عمق مرکز ثقل از سطح آزاد آب می‌باشند.

#### ب) هزینه پوشش

هزینه هر واحد سطح پوشش داده شده مستقل از عمق در نظر گرفته شده است.

هزینه پوشش به صورت زیر داده شده است

برآورد ابعاد یک کانال روباز نوزنقه‌ای که مقاومت اصطکاکی یا هزینه‌های ساخت را کمینه کند، ارائه دادند. کاسیمو (۱۹۹۲)، از روش متغیرهای پیچیده و بسط سری برای طراحی مقطع بهینه کانال استفاده کرد. او تلفات نشت آب و هزینه لاینینگ را در تابع هدف منظور کرد. باباین - کوپایی و همکاران (۲۰۰۰)، خصوصیات هیدرولیکی کانال با مقطع مثلثی با ته سهمی شکل را معرفی کردند. آن‌ها برای بدست آوردن ابعاد بهینه کانال، با این فرض که به ازای دبی، ضریب زبری و شیب کف مشخص، مقطع کانال با کمترین محیط خیس شده یا مساحت مقطع بهترین مقطع خواهد بود، از روش مضارب لاگرانژ استفاده کردند. سوامی (a, b ۱۹۹۵) سوامی و همکاران (۲۰۰۰a)، طراحی بهینه کانال با مقاطع مثلثی، مستطیلی و نوزنقه‌ای را بدر نظر گرفتن تلفات نشت مورد تحلیل قرار داده و از روش بهینه‌سازی غیر خطی در معادله طراحی استفاده کردند و به این نتیجه رسیدند که مقطع بهینه کانال نوزنقه‌ای دارای مساحت مقطع و تلفات نشت کمتری نسبت به مقاطع مستطیلی و مثلثی می‌باشد. بهاتچارجیا (۲۰۰۶)، یک مدل بهینه‌سازی برای طراحی مقطع بهینه کانال که شرایط جریان بحرانی در کانال را نیز در نظر می‌گیرد، ارائه کرد. وی همچنین برای طراحی مقطع بهینه از روش بهینه‌سازی غیر خطی استفاده کرد و از رابطه استریکلر به عنوان قید استفاده کرد. در دهه‌های اخیر به کارگیری روش‌های هوش مصنوعی که از طبیعت الهام گرفته شده‌اند، برای حل مسائل بهینه‌سازی مورد توجه واقع شده‌اند. با توجه به اینکه در حل مسائل پیچیده، روش‌های گرادیانی احتمال خطا و توقف در مقادیر محلی را دارد، می‌توان از روش‌های بهینه‌سازی کلی تصادفی<sup>۱</sup> و قطعی<sup>۲</sup> که هیچ وابستگی به گرادیان تابع ندارند استفاده کرد، که از آن جمله می‌توان به روش‌های بهینه‌سازی الگوریتم ژنتیک (GA) اشاره کرد که جزء روش‌های بهینه‌سازی جستجوی کلی محسوب می‌شوند (جن و چنگ ۲۰۰۰). نورانی و همکاران (۲۰۰۹) و کاوه و

<sup>1</sup> Stochastic overall optimization

<sup>2</sup> Deterministic

$$q_w = ky_n F_s + ET \quad [۶]$$

با در نظر گرفتن عمر طولانی و مفید برای کانال، هزینه تلفات به صورت زیر بیان می‌شود (سوامی و همکاران ۲۰۰۰b).

$$C_w = c_{ws} y_n F_s + c_{wE} T \quad [۷]$$

$$c_{ws} = 3.156 \times 10^7 k c_w / \Gamma \quad [۸]$$

$$c_{wE} = 3.156 \times 10^7 E c_w / \Gamma \quad [۹]$$

$\Gamma$ : نرخ بهره سالانه (%/year) و  $c_w$ : هزینه واحد حجمی آب  $\frac{\text{ریال}}{\text{m}^3}$  می‌باشند.

هزینه حجمی آب ممکن است برای تلفات تراوش و تبخیر متفاوت باشد که بستگی به تراوش کناره‌ها دارد.

معادله [۷] برای کانال با عمر کوتاه و برای واحدهای مختلف هزینه برای هدررفت آب از طریق تبخیر و تراوش قابل استفاده است، فقط ضرایب  $C_{wE}$  و  $C_{ws}$  بسته به منطقه مورد نظر و جنس پوشش تغییر می‌یابند.

با جمع [۱]، [۲] و [۷] هزینه احداث کانال برای واحد طول  $C$  به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$C = C_e + C_1 + C_w = c_e A + c_r A \bar{y} + c_1 P + c_{ws} F_s y_n + c_{wE} T \quad [۱۰]$$

از آنجایی که  $C_e/C_e$ ،  $C_{ws}/C_e$ ،  $C_r/C_e$ ،  $C_1/C_e$  ابعاد طولی دارند تحت تاثیر واحد پول انتخاب شده قرار نمی‌گیرند، این نسبت‌ها را می‌توان برای انواع مختلف پوشش، لایه-های خاکی و شرایط آب و هوایی با استفاده از نسبت-های مناسب به کار برد.

#### معادله مقاومت

معادله عمومی مقاومت که بر اساس متوسط ارتفاع زبری است برای طراحی بهینه مقطع کانال برای ۵ مدل استفاده شده است. رابطه مقاومت که توسط سوامی و همکاران (۱۹۹۴) ارائه شده، به عنوان قید مسئله در نظر گرفته شده است.

$$Q = AV = -2.457A \sqrt{gRS_0} \ln \left( \frac{\varepsilon}{12R} + \frac{0.221v}{R \sqrt{gRS_0}} \right) \quad [۱۱]$$

$Q$  کل دبی عبوری از مقطع کانال  $\left(\frac{\text{m}^3}{\text{s}}\right)$ ،  $S_0$  شیب کف طولی کانال،  $R$  شعاع هیدرولیکی (m)،  $g$  شتاب گرانشی  $\left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)$ .

$\varepsilon$  ارتفاع متوسط زبری پوشش کانال (m) و  $\frac{\text{m}}{\text{s}}$

(سوامی و همکاران ۲۰۰۰b):

$$C_1 = c_1 P \quad [۲]$$

$c_1$ : هزینه هر واحد سطح پوشش شده که مستقل از عمق جابجایی می‌باشد و واحدش بر حسب  $\left(\frac{\text{ریال}}{\text{m}^2}\right)$  می‌باشد.  $P$  (m) محیط ترشده و  $C_1$ : هزینه پوشش بر حسب  $\left(\frac{\text{ریال}}{\text{m}}\right)$  است.

#### پ) هزینه تراوش

کاهش تراوشی از کانال در تداخل همگن و یکسان وقتی که سطح آب در عمق زیادی قرار دارد توسط معادله زیر بیان می‌شود (سوامی و همکاران ۲۰۰۰a):

$$q_s = ky_n F_s \quad [۳]$$

$q_s$  دبی تلفات آب از طریق تراوش در واحد طول کانال بر حسب  $\left(\frac{\text{m}^2}{\text{s}}\right)$ ،  $K$  ضریب نفوذپذیری متوسط بر حسب  $\left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$  و  $y_n$  عمق نرمال آب در کانال بر حسب (m) می‌باشند.  $F_s$  تابع تراوش (بی بعد) که خودتابعی از هندسه کانال است.

سوامی و همکاران (۲۰۰۰a) معادلات جبری ساده برای تابع تراوش برای کانال بامقطع نوزنقه‌ای ارائه دادند:

$$F_s = \left\{ \left[ (4\pi - \pi^2)^{1.3} + (2m)^{1.3} \right]^{(0.77+0.462m)/(1.3+0.6m)} + \left( \frac{b}{y_n} \right)^{(1+0.6m)/(1.3+0.6m)} \right\}^{(1.3+0.6m)/(1+0.6m)} \quad [۴]$$

$b$  و  $m$  به ترتیب عرض کف و شیب کناری کانال می‌باشند.

#### ت) هزینه تبخیر

تلفات آب از طریق تبخیر توسط رابطه زیر بیان می‌شود (سوامی و همکاران ۲۰۰۰b):

$$q_e = ET \quad [۵]$$

$q_e$  دبی تلفات آب از طریق تبخیر در واحد طول کانال  $T$  عرض سطح آزاد آب (m) و  $E$  تبخیر واحد سطح  $\left(\frac{\text{m}^2}{\text{s}}\right)$  می‌باشند که در معادله انتقال جرم  $E$  تابعی از سرعت باد روی سطح، دمای سطح آب، دمای هوا و رطوبت نسبی هوای بالای سطح آب است.

باجمع کردن [۲] و [۵] دبی تلفات آب در هر واحد طول کانال  $q_w$   $\left(\frac{\text{m}^2}{\text{s}}\right)$  به صورت زیر می‌باشد:

و اعداد مثبت می‌باشند.  $n$ ، شماره قید و  $I$  تعداد کل قیدها است.

### طراحی بهینه کانال

طراحی برای مقطع کانال نوزنقه‌ای بتنی با دبی عبوری  $100 \text{ (m}^3/\text{s)}$  با شیب کف طولی کانال به اندازه  $0.01$  می‌باشد که کانال از میان قشر خاکی با نسبت  $C_c/C_r$  و  $C_{ws}/C_c$  عبور می‌کند (جدول ۱). مقطع کانال بتنی می‌باشد که فرضیات طراحی در جدول ۱ نشان داده شده است که در آن برای کانال با پوشش بتنی  $n=0.014$  و  $\epsilon=1$  میلی‌متر است. (ابریشمی و همکاران ۱۳۸۴، سوامی و همکاران ۲۰۰۰b).

جدول ۱- پارامترهای مدل‌سازی.

$S_0$	$Q$	$g$	$\theta$	فاکتورهای جریان
-	$(\text{m}^3/\text{s})$	$(\text{m}/\text{s}^2)$	$(\text{m}^2/\text{s})$	
0.001	100	9.81	$1/1 \times 10^{-6}$	
$C_{wE}/C_c=10$	$C_l/C_c=7$	$C_c/C_r=12$	$C_{ws}/C_c=2$	ضرایب هزینه

طبق معادلات [۱۴] تا [۲۷] پارامترها به صورت زیر محاسبه شدند:

$$\lambda=15.9 \text{ m}, \epsilon_*=6.3 \times 10^{-5} \text{ m}, v_*=1.75 \times 10^{-7}$$

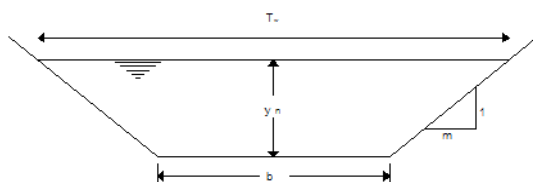
$$C_{l*}=0.75, C_{r*}=2.27, C_{ws*}=0.63, C_{wE*}=0.125$$

محاسبات این تحقیق براساس فرضیات زیر می‌باشد:

۱. سرعت در تمام قسمت‌های مقطع عرضی کانال برابر سرعت متوسط مقطع می‌باشد.

۲. شیب کف تمام مقاطع برابر شیب متوسط کف کانال است.

مقطع هندسی کانال نوزنقه‌ای در شکل ۱ نشان داده شده است، دیواره‌ها دارای شیب جانبی  $m$  می‌باشند.



شکل ۱- مقطع کانال نوزنقه‌ای.

$b$  و  $y$  به ترتیب عرض کف و عمق جریان می‌باشند.  $P_w$  و  $T_w$  به ترتیب نشان دهنده مساحت مقطع

ویسکوزیته سینماتیکی آب  $(\frac{\text{m}^2}{\text{s}})$  می‌باشند.

### تابع هدف و قید

$$\text{Minimize} \quad [12]$$

$$f_{\text{cost}}(b, y, m) = C_c + C_l + C_w = c_c A + c_r A \bar{y} + c_l P + c_{ws} F_s y_n + c_{we} T$$

با قید:

$$Q + 2.457 A \sqrt{g R S_0} \ln \left( \frac{\epsilon}{12R} + \frac{0.221 v}{R \sqrt{g R S_0}} \right) = 0 \quad [13]$$

با اتخاذ یک مقیاس طول به صورت  $\lambda$  ابعاد بی‌بعد می‌شوند (سوامی و همکاران ۲۰۰۰a):

$$\lambda = \left( \frac{Q}{\sqrt{g S_0}} \right)^{0.4} \quad [14]$$

که متغیرهای بی‌بعد به شرح زیر می‌باشند:

$$\epsilon_* = \epsilon / \lambda \quad [15], v_* = v \lambda / Q \quad [16], C_* = C / (c_c \lambda^2) \quad [17]$$

$$C_{l*} = C_l / (C_c \lambda), C_{r*} = C_r \lambda / C_c \quad [18], C_{ws*} = C_{ws} / \lambda \quad [20],$$

$$C_{wE*} = C_{wE} / \lambda \quad [21], y_{n*} = y_n / \lambda \quad [22], \bar{y}_* = \bar{y} / \lambda \quad [23], P_* = P / \lambda \quad [24]$$

$$T_* = T / \lambda \quad [25], A_* = A / \lambda^2 \quad [26], R_* = R / \lambda \quad [27]$$

### تابع هدف و قید بی‌بعد

با استفاده از [۱۲]، [۱۳] و [۱۵] تا [۲۷]، مسأله تعیین ابعاد بهینه مقطع کانال کاهش یافت به:

$$\text{Minimize} \quad [16]$$

$$C_* = A_* + C_{r*} A_* \bar{y}_* + C_{l*} P_* + C_{ws*} F_s y_{n*} + C_{wE*} T$$

با قید

$$\phi = 1 + 2.457 A_* \sqrt{R_*} \ln \left( \frac{\epsilon_*}{12 R_*} + \frac{.221 v_*}{R_*^{1.5}} \right) = 0 \quad [17]$$

زیرنویس \* نشان دهنده ابعاد بی‌بعد می‌باشد.

تابع جریمه با اعمال ضرایبی و انجام ترکیب جمع با تابع هزینه، تابع برانزنگی را ایجاد می‌کند. در این تحقیق، تابع برانزنگی که هم شامل تابع هزینه و هم تابع جریمه می‌باشد، برای تمامی مدل‌ها به صورت فرم کلی زیر در نظر گرفته شده است با این تفاوت که ضرایب برای مدل‌ها عوض شده‌اند که با سعی و خطا بدست آمده‌اند:

$$F_{\text{fitness}} = F_{\text{cost}} + \sum_{i=1}^I \alpha |F_{\text{penalty}}|^{\beta} \quad [18]$$

که در  $\alpha$  و  $\beta$  به ترتیب توان و ضریب تابع جریمه بوده

جدول ۲- ضرایب فرم مقطع

ابعاد	ضرایب فرم مقطع	فرم مقطع دوزنقه‌ای
شیب کناری	$k_{meo}$	۰/۵۷۷
	$k_{mr}$	۰/۲۱۶
	$k_{mL}$	۱۴/۲۷۷
	$k_{ms1}$	۲۳/۴۹۴
	$k_{ms2}$	۲۲/۶۶۸
	$k_{mE}$	۳۲/۱۸۹
عرض کف	$k_{beo}$	۰/۷۱۱
	$k_{br}$	۰/۳۲۰
	$k_{bL}$	۱۵/۰۲۸
	$k_{bs1}$	۱۸/۲۸۳
	$k_{bs2}$	۱۶/۲۸۶
	$k_{bE}$	۵/۵۴۳
عمق نرمال	$k_{yeo}$	۰/۳۵۶
	$k_{yr}$	۰/۳۰۷
	$k_{yL}$	۱۵/۰۲۳
	$k_{ys1}$	۱۸/۷۳۷
	$k_{ys2}$	۱۶/۷۴۱
	$k_{yE}$	۵/۶۲۴
هزینه	$k_{ceo}$	۰/۲۴۵
	$k_{cr}$	۰/۰۳۷
	$k_{cL}$	۱/۳۰
	$k_{cs}$	۱/۹۲۳
	$k_{cE}$	۰/۸۲۰

## روش بهینه‌سازی

روش‌های بهینه‌سازی الهام گرفته از طبیعت، برتری مهمی بر روش‌های جستجوی تصادفی دارند. روش‌های جستجوی تصادفی تنها از استراتژی جستجوی کلی برخوردار هستند. در حالی که در روش-های بهینه‌سازی الهام گرفته از طبیعت به طور همزمان هر دو استراتژی جستجوی کلی و محلی را به اجرا می‌گذارند. الگوریتم‌های جستجو که روش‌های بهینه‌سازی فراکاووشی نامیده می‌شوند، افق تازه‌ای در حل مسائل بهینه‌سازی می‌باشند که با توجه به قابلیت‌های ویژه آن‌ها استفاده از آن‌ها به سرعت توسعه یافت. روش-های بهینه‌سازی فراکاووشی علاوه بر داشتن مزایای الگوریتم جستجو، دارای مزایایی چون سرعت همگرایی سریعتر و همچنین دقت بیشتر در حل مسائل نسبت به الگوریتم‌های جستجوی قبلی می‌باشند. این دسته از

ترشده، محیط مقطع ترشده و عرض سطح آزاد می‌باشند که به اختصار با  $P, A$  و  $T$  نشان داده شده است (ابریشمی و همکاران ۱۳۸۴):

$$A = (b + m y_n) y \quad [19]$$

$$P = b + 2\sqrt{1+m^2}y \quad [20]$$

$$T = b + 2my \quad [21]$$

عمق هیدرولیکی و عدد فرود از روابط زیر بدست می‌آیند:

$$D = \frac{A}{T} \quad [22]$$

$$Fr = \frac{v}{\sqrt{gD}} = \frac{100/A}{\sqrt{9.79(\frac{A}{T})}} \quad [23]$$

روش استفاده از معادلات تجربی (روش اول)

سوامی و همکاران (۲۰۰۰b) برای طراحی مقطع بهینه کانال معادلات زیر ارائه دادند:

$$m^* = k_{meo} \frac{c_e L + k_{mr} c_r L^2 + k_{mL} c_L + k_{ms1} c_{ws}}{c_e L + k_{mL} c_L + k_{ms2} c_{ws} + k_{mE} c_{we}} \quad [24]$$

$$b^* = k_{beo} \frac{c_e L + k_{br} c_r L^2 + k_{bL} c_L + k_{bs1} c_{ws}}{c_e L + k_{bL} c_L + k_{bs2} c_{ws} + k_{bE} c_{we}} \quad [25]$$

$$y_n^* = k_{yeo} \frac{c_e L + k_{yL} c_L + k_{ys2} c_{ws} + k_{yE} c_{we}}{c_e L + k_{yr} c_r L^2 + k_{yL} c_L + k_{ys1} c_{ws}} \quad [26]$$

$$C^* = k_{cr} c_r L^3 + k_{ceo} c_e L^2 + k_{cL} c_L L + k_{cs} c_{ws} L + k_{cE} c_{we} L \quad [27]$$

که ضرایب  $k$  با پسوندهای مختلف ضرایب فرم مقطع می‌باشند که مقادیر آنها برای مقطع دوزنقه‌ای در جدول ۲ آمده است.

$L$  نیز یک مقیاس طول به صورت زیر تعریف شده است.

$$L = (\epsilon_* + 8v_*)^{0.04} \quad [28]$$

پس از آن جمعیت جدیدی جایگزین جمعیت پیشین می‌شود و این چرخه ادامه می‌یابد. معمولاً جمعیت جدید برازندگی بیشتری دارد. این بدین معناست که از نسلی به نسل دیگر جمعیت بهبود می‌یابد. جستجو هنگامی نتیجه بخش خواهد بود که به حداکثر نسل موردنظر رسیده باشد یا همگرایی حاصل شده باشد و یا معیارهای توقف برآورده شود (گلدبرگ ۱۹۸۹).

در این تحقیق در نرم افزار مطلب با توجه به تابع هدف و توابع قید برای هریک از مدل‌ها کدهایی اتخاذ شد که در تنظیمات الگوریتم ژنتیک اندازه جمعیت ۱۰۰ گرفته شد و تعداد خاتمه نسل<sup>۴</sup> که معیاری برای خاتمه الگوریتم است ۲۰۰۰ در نظر گرفته شد و همچنین گزینه ترسیم روی بهترین برآزش تنظیم شد و بقیه گزینه‌های الگوریتم بر اساس پیش‌فرض برنامه تعریف شدند و نتایج بهینه برای هریک از مدل‌ها با آنالیزهای مکرر بدست آمده‌اند.

#### نتایج و بحث

##### مدل I (فقط با محدودیت معادله مقاومت)

در این مدل تابع هدف برای حداقل کردن هزینه-های خاکریزی و خاکبرداری، پوشش سطوح، تراوش و تبخیر در واحد طول در نظر گرفته شده است. مقادیر بدست آمده از حداقل کردن این تابع باید در یک رابطه جریان یکنواخت که به عنوان قید مسئله در نظر گرفته می‌شود، صدق کند که این تابع در مدل I معادله عمومی مقاومت می‌باشد. نتایج بهینه‌سازی مدل I با استفاده از دو روش در جدول ۳ آمده است.

در مقایسه روش سوامی و روش پیشنهادی در مدل I فقط با محدودیت معادله عمومی مقاومت، هزینه بهینه برای دو روش به ترتیب به صورت  $\frac{429}{27} \frac{\text{ریال}}{\text{m}^3}$  و  $\frac{417}{26} \frac{\text{ریال}}{\text{m}^3}$  می‌باشد که نشان می‌دهد نتیجه برای روش پیشنهادی بهتر از روش سوامی است (جدول ۳).  
 $b$ ،  $y$  و  $m$  متغیرهای مسئله می‌باشند که برای روش دوم (GA) به ترتیب  $\frac{5}{159}$ ،  $\frac{3}{784}$  و  $\frac{0}{54}$  به دست آمده‌اند که هزینه بهینه بر اساس این متغیرها  $\frac{417}{26}$  می‌باشد.

روش‌های بهینه‌سازی، الگوریتم‌های متنوعی را در بر می‌گیرد که از آن جمله می‌توان به روش بهینه‌سازی الگوریتم ژنتیک اشاره کرد.

قانون داروین اساس این الگوریتم می‌باشد که می‌گوید موجودات پست از بین می‌روند و موجودات کامل‌تر باقی می‌مانند. در واقع برای بقاء دو اصل یعنی قانون انتخاب طبیعی (هرچه امکان تطبیق موجود بیشتر باشد بقای موجود امکان پذیرتر است) و قانون تولید مثل وجود دارد (گلدبرگ ۱۹۸۹).

##### الگوریتم ژنتیک (روش دوم)

روند کلی حل مسائل توسط الگوریتم ژنتیک به این صورت است که در مرحله اول تعدادی از جواب‌های محتمل مسئله مورد نظر را به صورت تصادفی و یا گاهی به صورت از قبل تعیین شده به عنوان جمعیت اولیه انتخاب می‌کند و در مرحله بعدی، هر یک از جواب‌ها به صورت رشته‌هایی که کروموزوم نامیده می‌شوند کد گذاری می‌شوند. تشکیل کروموزوم‌ها به این صورت است که ابتدا تعداد بیت‌های متناظر با تک تک متغیرهای تصمیم مسأله را مشخص می‌کند و حاصل جمع این تعداد را به دست می‌آورد و سپس کروموزومی به طول این تعداد بیت تشکیل می‌شود. کدگذاری این کروموزوم‌ها توسط حروف الفبا انجام می‌شود. متداول‌ترین روش کدگذاری در الگوریتم ژنتیک استفاده از اعداد باینری (۰،۱) می‌باشد. هرچند روش‌های دیگری هم برای کدگذاری همچون اعداد سه-گانه، اعداد صحیح، اعداد حقیقی و غیره مورد استفاده قرار می‌گیرد. پس از انتخاب جامعه اولیه تصادفی، یک سری از جوامع جدید با نسل‌های جدید را ایجاد می‌نماید. در هر قدم الگوریتم از نقاط منفرد آن نسل، برای ایجاد جمعیت بعدی استفاده می‌کند. برای ایجاد نسل بعدی با محاسبه مقدار برآزندگی هر عضو جامعه فعلی به آن‌ها امتیاز می‌دهد. سپس عملگرهای ژنتیکی شامل انتخاب<sup>۱</sup>، پیوند<sup>۲</sup>، جهش<sup>۳</sup> و دیگر عملگرهای احتمالی اعمال شده و جمعیت جدید به وجود می‌آید.

<sup>۱</sup>. Selection

<sup>۲</sup>. Cross over

<sup>۳</sup>. Mutation

<sup>۴</sup>. Stall generation

افزایش عرض کف کانال، هزینه تلفات ناشی از تبخیر زیاد می‌شود.

#### مدل IV (محدودیت سرعت)

برای عبور دهی مطمئن دبی مورد نیاز از کانال باید سرعت متوسط از سرعت حداکثر محتمل بیشتر نشود. در این مدل رابطه سرعت به عنوان تابع قید به مدل اول اضافه شده است و برای مقادیر مختلف ۷ از ۱/۲ تا ۳/۵ متر بر ثانیه، بهینه‌سازی مقطع صورت گرفته است.

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{100}{A} \quad [29]$$

نتایج بهینه‌سازی در جدول ۶ و شکل ۲ نشان می‌دهد که کاهش سرعت منجر به کاهش عدد فرود شده است. همچنین در شکل ۲ دیده می‌شود که با کاهش سرعت، سطح مقطع کانال افزایش می‌یابد که در نتیجه آن هزینه ساخت مقطع کانال زیاد می‌شود که روند آن در شکل ۳ قابل مشاهده است. قابل توجه است که سرعت حداکثر از عدد ۲/۱ تا ۳/۵ تغییر یافته که مقایسه بین مدل I و مدل III نشان می‌دهد که با کاهش سرعت تا ۲/۱ متر بر ثانیه، هزینه تا ۲۰٪ زیاد می‌شود.

#### مدل V (محدودیت عرض سطح آزاد)

در این مدل نسبت به مدل اول عرض آزاد ( $T_w$ ) به عنوان تابع قید اضافه شده است و نتایج بهینه‌سازی برای Tهای مختلف از ۰/۳ (بی بعد) تا ۰/۴۵ (بی بعد) در جدول ۷ آمده است.

در شکل ۴ نمودار عرض سطح آزاد در مقابل عرض کف، محیط، سطح مقطع و هزینه رسم شده است که دیده می‌شود با کاهش عرض سطح آزاد نمودارهای رسم شده روند نزولی داشته و عرض، محیط، سطح مقطع و هزینه به ترتیب کاهش می‌یابند.

طبق جدول ۷ در مقایسه با مدل اول که بدون محدودیت می‌باشد و دارای عرض سطح آزاد ۹/۲۲ متر (۰/۵۸ بدون بعد) می‌باشد با کاهش T تا ۴/۷۷ متر (۳/ بدون بعد) هزینه حدود ۴۸٪ کم می‌شود.

مدل‌های II, III, IV, V, VI با استفاده از روش دوم (روش پیشنهادی) تحلیل شده‌اند که در زیر به شرح آن‌ها پرداخته می‌شود.

#### مدل II (فقط با محدودیت معادله مانینگ)

این مدل بهینه‌سازی خطی، تابع هزینه (تابع هدف) مشابه مدل اول ولی محاسبه مقطع عرضی بهینه کانال با رابطه جریان یکنواخت مانینگ (تابع قید) با ضریب زبری یکسان در کف و دیواره‌ها ارائه شده است. رابطه جریان یکنواخت مانینگ به عنوان قید مسئله در نظر گرفته شده است:

$$\frac{Qn}{\sqrt{S_0}} = \frac{A^{5/3}}{P^{2/3}} \quad [28]$$

Q کل دبی عبوری از مقطع کانال ( $\frac{m^3}{s}$ ),  $S_0$  شیب کف طولی کانال، n ضریب زبری مانینگ، A مساحت مقطع عرضی ( $m^2$ ) و p کل محیط خیس شده (m) می‌باشد. ضریب زبری مانینگ بر اساس بتنی بودن کانال در این مثال ۰/۱۴ در نظر گرفته شده است. بر طبق داده‌های جدول ۴، مقایسه بین مدل I و مدل II که به ترتیب معادله مقاومت و معادله زبری مانینگ به عنوان تابع قید هستند، نتیجه گرفته می‌شود که هزینه ساخت مقطع در مدل I حدود ۲٪ کاهش یافته است.

#### مدل III (محدودیت عمق)

این مدل بهینه‌سازی شبیه مدل اول می‌باشد با این تفاوت که برای حداکثر y در تعریف بازه y محدودیت قائل شده است و نتایج بهینه برای yهای مختلف از ۱/۵ تا ۳/۵ متر مورد تحلیل قرار گرفته است. اعداد بدست آمده در جدول ۵ نشان می‌دهد که با کاهش عمق، به خاطر تامین سطح مقطع مورد نظر برای انتقال دبی مورد نظر عرض کانال افزایش ولی شیب ثابت مانده است که این باعث زیاد شدن سطح مقطع و در نتیجه سبب افزایش هزینه ساخت می‌شود و در عمق ۱/۵ متر، هزینه نسبت به مدل I تا ۴۰٪ بالا می‌رود. چون هزینه ناشی از تبخیر نیز تابع عرض کف کانال و عمق می‌باشد ولی با توجه به اینکه با کاهش عمق، عرض کف با نسبت بیشتری افزایش می‌یابد با



**مدل VI (محدودیت شیب کناری)**

آورده شده است که مشاهده می‌شود عمق (y) برای مدل‌ها تقریباً نزدیک هم هستند اما شیب‌های کناری برای مدل I و V تقریباً یکی می‌باشد و برای مدل IV از همه مدل‌ها کمتر است. عرض کف برای مدل I، مدل III و مدل IV برابر ۵/۱۵۹، ۵/۹۱۷ و ۵/۳۹۹ می‌باشد اگرچه برای مدل‌های V و VI به ترتیب ۲/۵۷۵ و ۳/۵۶۱ می‌باشد.

سطح مقطع کانال برای مدل V برابر ۱۳/۳۷۴ متر مربع می‌باشد که نزدیک ۵۰٪ نسبت به بقیه مدل‌ها کمتر می‌باشد. در شکل ۵ مقایسه هزینه برای مدل‌ها صورت ستونی نشان داده شده است که از روی شکل مشخص می‌شود هزینه بهینه برای مدل V کمتر از بقیه مدل‌ها می‌باشد.

این مدل برای شیب کانال (m) محدودیت قائل شده است چون به طور عموم در کانال‌های مورد ساخت در ایران شیب کناری را حدود ۱:۱ تا ۳:۲ (افقی به قائم) در نظر می‌گیرند در این مدل برای متغیر شیب اعداد ۱:۱ و ۳:۲ (افقی به قائم) به ترتیب قرار داده شده است که نتایج بدست آمده در جدول ۸ قابل مشاهده است. عمق کانال در این مدل نسبت به مدل I تقریباً ثابت مانده ولی عرض کف به دلیل افزایش شیب، کاهش پیدا کرده است. از جدول مشخص است محیط ترشده و سطح مقطع نسبت به مدل I زیاد شده است که در نتیجه هزینه ساخت در مدل VI بالا رفته است.

در مقایسه مدل اول، سوم، چهارم، پنجم و ششم که بر اساس معادله مقاومت می‌باشند از هر مدل کمترین هزینه و بهترین حالت انتخاب و در جدول ۹

**جدول ۳- نتایج بهینه‌سازی برای مدل I**

پارامترها	روش II (الگوریتم ژنتیک)	روش I (سوامی و همکاران ۲۰۰۰)
b(m)	۵/۱۵۹	۵/۸۲۹
y(m)	۳/۷۸۴	۳/۸۷۸
m(m/m)	۰/۵۴۰	۰/۵۱۵
A(m <sup>2</sup> )	۲۷/۲۵۳	۳۰/۳۰۴
Fr	۰/۶۸	۰/۶
V(m/s)	۳/۶۶	۲/۳
Cost(Rials)	۴۱۷/۲۶	۴۲۹/۲۷

توجه:  $k=C_e \times \lambda^2$ ;  $C=C_e.k$

**جدول ۴- نتایج بهینه‌سازی برای مدل I و مدل II (مقایسه معادله زبری مانینگ و رابطه عمومی مقاومت)**

تابع قید	هزینه (Rials)	b(m)	y(m)	m(m/m)	ضریب زبری
مانینگ	۴۲۴/۹۹۳	۵/۰۲۶	۳/۸۵۹	۰/۵۵۷	۰/۰۱۴
عمومی مقاومت	۴۱۷/۲۶۰	۵/۱۵۹	۳/۷۸۴	۰/۵۴۰	۱ (mm)

توجه:  $k=C_e \times \lambda^2$ ;  $C=C_e.k$

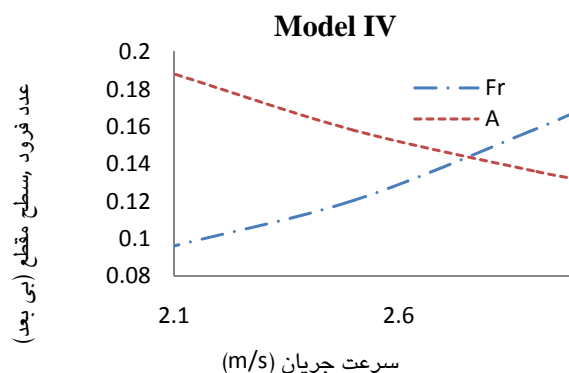
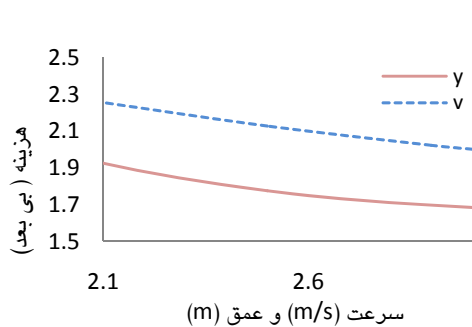
جدول ۵- نتایج بهینه‌سازی برای عمق‌های مختلف به عنوان محدودیت

پارامترها	$y(m) \leq 1.5$	$y(m) \leq 2$	$y(m) \leq 2.5$	$y(m) \leq 3$	$y(m) \leq 3.5$
b(m)	۱۸/۶۰۴	۱۳/۲۲۲	۹/۷۷۲	۷/۵۵۸	۵/۹۱۷
y(m)	۱/۴۹۴	۱/۹۸۷	۲/۴۹۶	۲/۹۸۹	۳/۴۹۷
m(m/m)	۰/۵۵۷	۰/۵۴۱	۰/۵۳۳	۰/۵	۰/۵۳۵
A(m <sup>2</sup> )	۲۹/۰۵۰	۲۸/۴۱۸	۲۷/۷۲۲	۲۵/۲۷۳	۲۷/۲۵۰
هزینه تبخیر (C <sub>we</sub> ) (Rials)	۴۰/۲۹۷	۳۰/۵۵۶	۲۴/۷۲۱	۲۱/۳۵۳	۱۹/۲۱۳
Cost(Rials)	۵۹۷/۸۷۰	۴۱۷/۵۹۴	۴۴۹/۰۱۰	۴۲۵/۹۱۹	۴۱۷/۵۸۴

توجه:  $k=C_e \times \lambda^2$ ;  $C=C_e.k$ 

جدول ۶- نتایج بهینه‌سازی برای سرعت‌های مختلف به عنوان محدودیت.

پارامترها	$V(m/s) \leq 2.1$	$V(m/s) \leq 2.5$	$V(m/s) \leq 2.9$	$V(m/s) \leq 3$	$V(m/s) \leq 3.5$
b(m)	۱۰/۴۷۸	۸/۷۹۲	۳/۴۳۴	۵/۱۳۵	۵/۳۹۹
y(m)	۳/۶۵۷	۳/۴۳۴	۳/۵۴۵	۳/۰۸۴	۳/۶۹۹
m(m/m)	۰/۶۹۰	۰/۸۲۳	۱/۷۶۶	۱/۸۰۴	۰/۶۳۲
A(m <sup>2</sup> )	۴۷/۵۵۹	۳۹/۹۴۹	۳۴/۴۳۹	۳۳/۲۹۱	۲۸/۶۲۵
Fr	۰/۳۸	۰/۴۸	۰/۶۳	۰/۶۷	۰/۶۶
Cost(Rials)	۵۷۰/۰۸۶	۵۳۷/۹۷۹	۵۱۱/۱۸۱	۵۰۵/۶۲۰	۴۲۹/۱۹۴

توجه:  $k=C_e \times \lambda^2$ ;  $C=C_e.k$ 

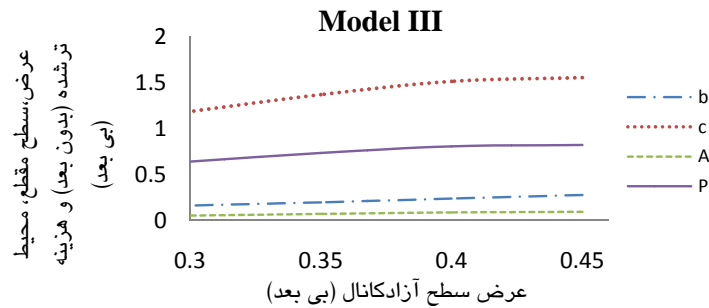
شکل ۳- تاثیر محدودیت‌های سرعت و عمق کانال روی هزینه ساخت کانال.

شکل ۲- تاثیر سرعت روی عدد فرود و سطح مقطع کانال.

جدول ۷- نتایج بهینه‌سازی برای عرض‌های سطح آزاد به عنوان محدودیت.

Parameters	$T_*(m) \leq 0.3$	$T_*(m) \leq 0.35$	$T_*(m) \leq 0.4$	$T_*(m) \leq 0.45$
b(m)	۲/۵۷۵	۳/۱۰۰	۳/۷۵۲	۴/۳۸۸
y(m)	۳/۶۲۵	۴/۰۷۰	۴/۳۲۴	۴/۰۸۶
m(m/m)	۰/۳۰۰	۰/۳۰۰	۰/۳۰۰	۰/۳۳۷
A(m <sup>2</sup> )	۱۳/۳۷۴	۱۷/۷۱۸	۲۱/۸۹۵	۲۳/۶۵۵
V(m/s)	۷/۴۶۶	۵/۶۳۶	۴/۵۸	۴/۲۲۲
Cost(Rials)	۲۹۸/۸۲۱	۳۴۵/۳۳۸	۳۸۱/۷۴۳	۳۹۱/۸۵۵

توجه:  $k=C_e \times \lambda^2$ ;  $C=C_e.k$



شکل ۴- تأثیر عرض سطح آزاد کانال روی پارامترهای بهینه‌سازی و هزینه ساخت مقطع کانال.

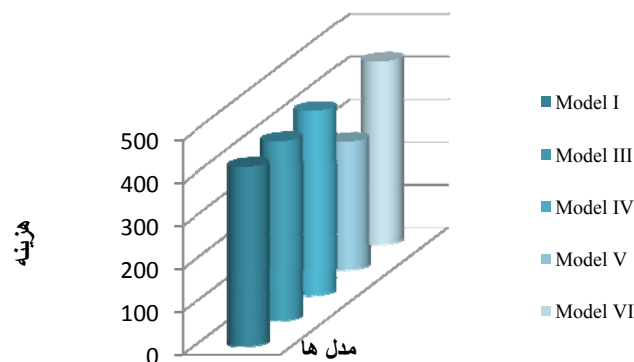
جدول ۸- نتایج بهینه‌سازی برای شیب‌های ثابت.

پارامترها	$m(m/m) \geq 1$	$m(m/m) \geq 1.5$
b(m)	۳/۵۶۱	۲/۲۴۱
y(m)	۳/۷۶۸	۳/۶۷۲
m(m/m)	۱	۱/۵
P(m)	۱۴/۱۹۸	۱۵/۵۴۵
A(m <sup>2</sup> )	۲۷/۵۵۶	۲۸/۳۱۴
Cost	۴۲۷/۲۴۸	۴۵۵/۰۵۸

توجه:  $k=C_* \times \lambda^2$ ;  $C=C_e.k$ 

جدول ۹- نتایج بهینه‌سازی با حداقل هزینه برای مدل‌های مختلف.

پارامترها	I (بدون محدودیت)	III ( $y(m) \leq 3.5$ )	IV ( $V(m^3/s) \leq 3.5$ )	VI ( $m(m/m) \leq 1$ )	V ( $T(m) \leq 0.3$ )
b(m)	۵/۱۵۹	۵/۹۱۷	۵/۳۹۹	۳/۵۶۱	۲/۵۷۵
y(m)	۳/۷۸۴	۳/۴۹۷	۳/۶۹۹	۳/۷۶۸	۳/۶۲۵
m(m/m)	۰/۵۴۰	۰/۵۳۵	۰/۶۳۲	۱	۰/۳۰۰
A(m <sup>2</sup> )	۲۷/۲۵۳	۲۷/۲۵۰	۲۸/۶۲۵	۲۷/۵۵۶	۱۳/۳۷۴
P(m)	۹/۴۵۹	۱۳/۸۵۳	۹/۷۷	۱۴/۱۹۸	۷/۱۵۴
T(m)	۹/۲۳۸	۹/۶۶	۴/۶۷۵	۱۱/۰۹۷	۴/۷۷
V(m <sup>3</sup> /s)	۳/۶۶	۳/۶۶۵	۳/۵	۳/۶۲۲	۷/۴۶۶
Cost(Rials)	۴۱۷/۲۶	۴۱۷/۵۹۴	۴۲۹/۱۸۴	۴۲۷/۲۴۸	۲۹۸/۸۲۱

توجه:  $k=C_* \times \lambda^2$ ;  $C=C_e.k$ 

شکل ۵- مقایسه هزینه‌ها مدل‌ها.

## نتیجه‌گیری کلی

نشان داده شده حاکی از آن است که با اعمال قید روی سرعت هزینه تا ۳۰٪ افزایش می‌یابد. در مدل V نسبت به مدل I برای عرض سطح آزاد کانال محدودیت قائل شده است که تا ۴۸٪ هزینه نسبت به مدل I کاهش یافته است. در مدل VI در مقایسه با مدل I شیب کانال به صورت ۱ و ۱/۵ (افقی به قائم) ثابت در نظر گرفته شده است که سبب افزایش هزینه نسبت به مدل I شده است. که نتایج کلی بدست آمده نشان داد مدل V (محدودیت عرض سطح آزاد) سبب کاهش هزینه و بقیه مدل‌ها هزینه نزدیک یا سبب افزایش هزینه ساخت مقطع کانال نسبت به هزینه مدل I می‌شود.

در این تحقیق دو روش و شش مدل برای بهینه کردن مقطع کانال ارائه شده است که تاثیر محدودیت‌های هیدرولیکی در هزینه ساخت مقطع کانال بررسی شد. در مدل‌ها تابع هدف بر اساس تابع هزینه می‌باشد. مدل I و مدل II تابع قید به ترتیب به صورت معادله مقاومت و مانینگ می‌باشد روش اول ( روش سوامی و همکاران ۲۰۰۰) برای (مدل I) بررسی شد و با روش پیشنهادی برای مدل I مقایسه شدند. مدل III نسبت به مدل I (فقط با محدودیت معادله عمومی مقاومت) برای عمق کانال محدودیت اعمال شده است که با کاهش عمق هزینه تا ۴۰٪ افزایش پیدا می‌کند. مدل IV (محدودیت سرعت) نسبت به مدل I علاوه بر تابع قید مقاومت، رابطه سرعت به عنوان قید اضافه شده است که نتایج

## منابع مورد استفاده

- ابریشمی ج، حسینی م، ۱۳۸۴. هیدرولیک کانال‌های باز، انتشارات آستان قدس رضوی، مشهد.
- Babaeyan-Koopaei K, Valentine EM and Swailes DC, 2000. Optimal design of parabolic-bottomed triangle canals. J Irrig and Drain Engrg, 126(6): 408-411.
- Bhattacharjya RK, 2006. Optimal design of open channel section incorporating critical flow condition. J Irrig and Drain Engrg ASCE 132(5): 513-518.
- Gen M and Cheng R, 2000. Genetic Algorithm and Engineering Optimization. John Wiley & Sons Inc, New York. 362p.
- Goldberg DE, 1989. Genetic Algorithms in Search Optimization and Machine Learning, Addison Wesley Reading Mass 412p.
- Guo CY and Hughes WC, 1984. Optimal channel cross section with free board. J Irrig and Drain Engrg ASCE 110(3): 304-313.
- Kaveh A and Talatahari S, 2010. An improved ant colony optimization for constrained engineering design problems. Eng Computations 27(1): 155-182.
- Kacimov AR, 1992. Seepage optimization for trapezoidal channel. J Irrig and Drain Engrg ASCE 118(4): 520-526.
- Nourani V, Talatahari S, Monadjemi P and Shahraddar S, 2009. Application of ant colony optimization to optimal design of open channels. J Hydr Res 47(5): 656-665.
- Swamee PK, 1994. Normal depth equations for irrigation canals. J Irrig and Drain Engrg ASCE 120(5): 942-948.
- Swamee PK, 1995a. Optimal irrigation canal sections. J Irrig And Drain Engrg ASCE 121(6): 467-469.
- Swamee PK, 1995b. Discussion on General formulation of best hydraulic channel section by P Monadjemi. J Irrig and Drain Engrg ASCE 121(2): 222.
- Swamee PK, Mishra GC and Chahar R, 2000a. Design of minimum seepage loss canal section. J Irrig and Drain Engrg ASCE 126(1): 28-32.
- Swamee PK, Mishra GC and Chahar R, 2000b. Comprehensive design of minimum cost irrigation canal sections. J Irrig and Drain Engrg ASCE 126(5): 322-327.
- Trout, TJ, 1982. Channel design to minimize lining material costs. J Irrig and Drain Engrg ASCE 108(4): 242-249.