

## مقاله پژوهشی

### مدل‌سازی عمق آب‌شستگی اطراف انواع تک پایه و گروه پایه‌های مایل

مهدی ماجدی‌اصل<sup>۱\*</sup>، سعیده ولی‌زاده<sup>۲</sup>، فروغ اشکان<sup>۳</sup>، الناز حسن‌پور<sup>۴</sup>

تاریخ پذیرش: ۹۸/۰۲/۲۸

تاریخ دریافت: ۹۶/۱۲/۲۶

۱- استادیار، گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه مراغه

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد- گروه مهندسی عمران

۳- مریبی، گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه مراغه

۴- مدیر پژوهه مهندسین کارلو، ارگن، آمریکا

\*مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: mehdi.majedi@gmail.com

## چکیده

با توجه به اهمیت پدیده آب‌شستگی در طراحی پل‌ها، امروزه برای بالا بردن دقت تخمین عمق آب‌شستگی از شبکه‌های عصبی مصنوعی بهره گرفته می‌شود. در این تحقیق برای پیش‌بینی عمق آب‌شستگی اطراف گروه پایه پل مایل از روشی نوین به نام ماشین بردار پشتیبان استفاده شده است که در این روش از پارامترهای آماری  $DC$ ,  $R^2$ , RMSE، برای ارزیابی کارایی مدل‌ها استفاده شده است. نتایج نشان داد، ترکیباتی که دارای هر دو نوع پارامترهای رسوبی و هیدرولیکی در مدل داده کاوی ماشین بردار پشتیبان می‌باشد، نتیجه بهتری در پیش‌بینی عمق آب‌شستگی ارائه می‌دهند. به طور نمونه، در حالت سه پایه، معیارهای ارزیابی مربوط به سناریو یک (پارامترهای هیدرولیکی)،  $DC = 0.0576$ ,  $R^2 = 0.9758$ ,  $RMSE = 0.9714$  و برای سناریو دو (پارامترهای هیدرولیکی و رسوبی)،  $DC = 0.0529$ ,  $R^2 = 0.9924$ ,  $RMSE = 0.0529$  بدست آمده است که نشان می‌دهد ماشین بردار پشتیبان برای سناریو دوم عملکرد بهتری از خود نشان داده است. در ادامه برای محاسبه عمق آب‌شستگی اطراف گروه پایه مایل، برای حالت‌های تک پایه، سه پایه و چهارپایه روابط غیر خطی ارائه شده است.

واژه‌های کلیدی: پارامترهای هیدرولیکی، شبکه عصبی مصنوعی، عمق آب‌شستگی، گروه پایه پل، ماشین بردار پشتیبان،

## Modeling Scour Depth Around the Inclined Single and Group Piers

M Majedi Asl<sup>1\*</sup>, S Valizadeh<sup>2</sup>, F Ashkan<sup>3</sup>, E Hasanpour<sup>4</sup>

Received: March 17, 2018      Accepted: May 18, 2019

<sup>1</sup>Assistant Professor, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Maragheh, Maragheh, Iran

<sup>2</sup>M.Sc. Student, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Maragheh, Maragheh, Iran

<sup>3</sup>Leaturer. Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Maragheh, Maragheh, Iran

<sup>4</sup>Project Manager, Carollo Engineers, Oregon, USA

\*Corresponding Author, Email: mehdi.majedi@gmail.com

### Abstract

Considering the importance of scouring in the design of bridges, nowadays, to increase the accuracy of scour depth estimation, artificial neural networks are used. In this research, a model for estimating scour depth around the bridge pier group was used by a new method called support vector machine. In this method, the statistical parameters of RMSE,  $R^2$ , DC, were used to evaluate the performance of the models. The results showed that using compounds of the sedimentary and hydraulic parameters in the support vector data model provided better results in estimation of scour depth. For example, in tripod mode, the assessment criteria values for the scenario 1 (hydraulic parameters), were  $R^2 = 0.9914$ , DC = 0.9758 and RMSE= 0.0576, and for scenario two (hydraulic and sediment parameters), were to  $R^2 = 0.9924$ , DC = 0.9803 and RMSE = 0.0529, which indicated better performance of the support vector machine in the second scenario. Finally, non-linear equations were presented for calculating the scour depth around the inclined Single and group piers.

**Keywords:** Artificial neural network, Bridge pier group, Scour depth, Support vector machine, Hydraulics Parameters

### مقدمه

روdkيوي و همكاران (۱۹۸۳) انجام گرفته است. همچنين

مطالعاتی درباره آبشيستگی گروه پایه‌ها توسط محققین مختلفی از جمله : عطایي و همكاران (۲۰۰۶) ، امينی و همكاران (۲۰۱۲)، هانا و همكاران (۱۹۷۸) صورت گرفته است. واقعی و همكاران (۲۰۱۶)، آبشيستگی حول پایه استوانه‌ای مایل با زوایای مختلف و قطرهای متفاوت را بررسی کردند. کنترل میزان آبشيستگی در انواع گروه-پایه‌ها و بررسی پارامترهای هیدرولیکی و رسوبی موثر در عمق آبشيستگی توسط ماجدی‌اصل و همكاران (۲۰۱۸) مورد بررسی قرار گرفت. نتایج نشان داد که محاسبه عمق آبشيستگی با استفاده از رابطه ارائه شده، در مقایسه با روابط تجربی سایر محققین از دقت بالاتری برخوردار است. تا کنون روابط تجربی متعددی برای

بر اثر اندرکنش شرایط جريان و حرکت مصالح بسترهاي فرسايش‌پذير و برخورد جريان به پایه پل، الگوي جريان در اطراف آن تغيير كرده و گردا به نعل‌اسبی ايجاد شده که به وقوع آبشيستگی منجر می‌شود.

برسر و روdkيوي (۱۹۹۱) بر اساس تتابع آزمایشگاهی نشان دادند عمق آبشيستگی در اطراف پایه‌هاي پلی که عرض آن در مقطع عرضی از کف تا زیر کلاهک پایه‌ها در حال افزایش است، افزایش می‌يابد و برعکس. همچنين مطالعاتی درباره بررسی مکانسیم آبشيستگی توسط محققین چون، ملویل (۱۹۹۷)،

شبکه‌های GRNN و RBF دارای عملکرد ضعیفتری در مقایسه با شبکه FFNN است. گول و پال در سال ۲۰۰۹ با استفاده از داده‌های صحرایی و آزمایشگاهی به بررسی پتانسیل ماشین بردار پشتیبان (SVM) در پیش‌بینی عمق آبشنستگی پرداخته و نشان دادند که تغییرات شرایط جریان، هندسه و صالح بستر در پیش‌بینی عمق آبشنستگی تاثیرگزار است. با این حال تا کنون مطالعاتی در زمینه پیش‌بینی ماکزیمم عمق آبشنستگی در انواع گروه پایه پل توسط ماشین بردار پشتیبان صورت نگرفته است لذا در تحقیق حاضر، عمق ماکزیمم آبشنستگی انواع گروه پایه‌های پل را (در چهارحالت مختلف : تک پایه، سه پایه، چهارپایه و حالت ترکیبی) با استفاده از ماشین بردار پشتیبان (SVM) پیش‌بینی شده و نتایج حاصل با داده‌های آزمایشگاهی مختلف و روابط تجربی محقق مختلف مورد مقایسه قرار گرفته است همچنین برای سه حالت تک پایه، سه و چهار پایه با استفاده از روش رگرسیونی روابط غیر خطی مختلفی ارائه گردیده است.

### مواد و روش‌ها

برای بررسی عملکرد ماشین بردار پشتیبان در تخمین عمق آبشنستگی و پارامترهای موثر مرتبط با آبشنستگی، مجموعاً ۱۱۶ سری داده در تحقیق حاضر استفاده شده است که محدوده برخی از پارامترها مربوط به داده‌ها در جدول (۱) آورده شده است. عمق اولیه  $d_0$ ، عدد فرود  $Fr$ ، عدد رینولدز  $Re$ ، قطر پایه پل  $D$ ، قطر متوسط ذرات بستر  $d_{50}$ ، زاویه پایه‌های مایل نسبت به محور قائم  $\beta$  می‌باشد.

جدول ۱- محدوده برخی پارامترهای موثر در آبشنستگی.

تعداد داده‌ها	$d_s/D$	Fr	Re	$d_{50}(\text{mm})$	$\beta$	D (mm)	$d_0 (\text{mm})$	محقق
۴۴	۱/۰-۶۸/۶۶	۰/۰-۶۰۲/۱۳۹۸	۵۷۴۶-۲۳۲۵۲۸	۰/۵	۰،۱۰،۱۵	۵۰،۱۰۰	۵۰-۱۲۵	(۲۰۰۴) Bozkus
۷۲	۲/۰-۶۸/۱۷	۰/۰-۳۶۹/۲۹۲۱	۲۰۷۱۹-۶۸۷۴۳	۰/۸۸	۲،۰،۱۰،۱۵	۵۰،۷۰	۳۷-۴۴	(۲۰۱۳) Murat

تخمین عمق آبشنستگی پایه پل‌ها به وسیله محققین مختلف ارائه شده است. از طرفی به دلیل اینکه پدیده آبشنستگی تابع عوامل مختلفی چون لایه مرزی آشفته، الگوی جریان وابسته به زمان، مکانیسم انتقال رسوب، مشخصات جریان و رسوب و هندسه پایه پل می‌باشد، تخمین دقیق هندسه گودال آبشنستگی بسیار دشوار است. لذا استفاده از روش‌هایی که بتواند عمق آبشنستگی را با در نظر گرفتن تمامی این حساسیت‌ها با دقت بیشتری تخمین بزند در سال‌های اخیر مورد توجه محققین زیادی بوده است از این رو امروزه از روش‌های هوش مصنوعی برای مدل‌سازی سیستم‌های غیرخطی استفاده می‌شود، که از جمله این روش‌ها، می‌توان به روش ANN (شبکه عصبی مصنوعی)، GEP (برنامه‌ریزی بیان ژن)، SVM و ANFIS، GA و (ماشین بردار پشتیبان) اشاره کرد. از موارد استفاده این روش‌ها مطالعاتی همچون پیش‌بینی ارتفاع موج (محبوب و همکاران (۲۰۰۹)، شبیه‌سازی فرایند بارش و رواناب (قربانی و همکاران (۲۰۱۳)) و تعیین ضریب پخش طولی آلاینده در رودخانه‌ها (ایزدی‌نیا و همکاران (۲۰۱۶)) می‌باشد. شرفی و همکاران نیز در سال ۲۰۱۶ به طراحی ماشین بردار پشتیبان با توابع کرنل مختلف پرداخته و با پیش‌بینی عمق آبشنستگی حول پایه‌های پل مشاهده کردند که بهترین تابع کرنل برای این پیش‌بینی تابع چند جمله‌ای می‌باشد. روشنگر و روح‌پرور (۲۰۱۲)، عملکرد سیستم‌های هوشمند مصنوعی برای شبیه‌سازی آبشنستگی پایه‌های پل در خاک‌های چسبنده را بررسی کردند و مشاهده کردند که مدل ANFIS با وجود کارایی بهتر نسبت به

دارد، می‌توان از پارامتر  $\sigma_g$  صرف نظر کرد (سیدیان و فتح آبادی، ۱۳۹۵). رابطه ۲ به صورت رابطه ۳ درمی‌آید:

$$\frac{d_{s\max}}{D} = f_3(Re, \frac{V}{V_c}, \beta, \sigma_g, \frac{d_0}{D}, \frac{d_{50}}{D}, \tau_*) \quad [3]$$

### ماشین بردار پشتیبان

الگوریتم SVM اولیه در سال ۱۹۶۳ توسط Vladimir Vapnik ابداع شده و در سال ۱۹۹۵ توسط وی و همکارش Corenna برای حالت غیرخطی تعمیم داده شده است. این الگوریتم به دو مرحله آموزش (train) و مرحله آزمون یا صحبت‌سنگی (test) تقسیم می‌شود. روال کار ماشین بردار پشتیبان به این صورت است که ابتدا یک سری داده آزمایشگاهی مستقل و وابسته وارد محیط نرم‌افزار شده و سیستم توسط درصدی از داده‌ها آموزش داده می‌شود، سپس راه حل مسئله توسط داده‌های آزمون مورد ارزیابی قرار گرفته و نرم‌افزار پارامتر وابسته را بر اساس پارامترهای مستقل پیش‌بینی می‌کند. لازم به ذکر است که الگوریتم SVM دارای پارامترهای مختلفی (A,  $\epsilon$  و C) می‌باشد که تنظیم آن‌ها در حصول جواب هرچه بهتر مسئله بسیار موثر می‌باشد. در روش SVM کرنش‌های متفاوتی قابل استفاده بوده است که در این مقاله ازتابع کرنش RBF کمک گرفته شده است. در این تحقیق به منظور ارزیابی کارایی روش SVM برای پیش‌بینی عمق آبشنستگی از سه پارامتر آماری استفاده گردید که عبارتند از، ( $R^2$ ) محدود ضریب همبستگی بین مقادیر مشاهداتی و محاسباتی که بیان‌گر عملکرد مدل می‌باشد. همچنین DC ضریب تعیین یا همبستگی خطی بین مقادیر پیش‌بینی شده و آزمایشگاهی و (RMSE) جذر میانگین مربعات خطاهای که در جدول (۲) روابط هر سه پارامتر آماری مذکور آورده شده است. لازم به ذکر است برترین مدل، مدلی می‌باشد که مقادیر  $R^2$  و DC آن به یک نزدیکتر و مقدار آن به صفر میل کند.

### آنالیز ابعادی

عمق آبشنستگی در اطراف پایه پل به هیدرولیک جریان، مشخصات رسوب و هندسه پایه پل بستگی دارد بنابراین متغیرهای موثر بر عمق آبشنستگی مطابق رابطه ۱ می‌باشند.

$$d_{s\max} = f_1(g, \alpha, d_0, v_*, v, s_0, d_{50}, \sigma_g, D, t, \beta, \rho, \rho_s, B) \quad [1]$$

در رابطه ۱،  $d$  عمق آبشنستگی،  $g$  شتاب گرانش زمین،  $d_0$  عمق جریان،  $v_*$  سرعت برشی،  $v$  ویسکوزیته جریان،  $s_0$  شبکه کانال،  $D$  قطر متوسط ذرات،  $\sigma_g$  انحراف استاندارد ذرات،  $D$  قطر پایه پل،  $t$  زمان آبشنستگی،  $V$  سرعت جریان،  $\rho$  چگالی نسبی سیال،  $\rho_s$  چگالی نسبی ذرات بستر،  $B$  عرض کانال،  $\alpha$  زاویه برخورد جریان به پایه پل و  $t$  زمان آزمایش می‌باشد. در این تحقیق پارامترهای بی بعد با استفاده از روش باکینگهام-π، استخراج گردیده است. در روش مذکور پارامترهای  $D$ ,  $V$ ,  $\rho$ , به عنوان پارامترهای تکراری انتخاب شد. بنابراین معادله ۲ حاصل گردید.

$$\frac{d_{s\max}}{D} = f_2(Re, Fr, \frac{V}{V_c}, \frac{V \times t}{D}, \frac{d_0}{D}, \frac{d_{50}}{b}, \alpha, \beta, s_0, \sigma_g, \tau_*) \quad [2]$$

$\tau$ ، پارامتر شیلدز مربوط به ذرات رسوبی بستر می‌باشد. از انجایی که  $\alpha$  و  $s_0$  در تمام حالت‌ها ثابت بوده  $\alpha$ ،  $s_0$  از رابطه بالا حذف می‌گردند. همچنین با وجود اینکه مدت زمان رسیدن عمق آبشنستگی به تعادل بسیار طولانی است و تغییرات عمق آبشنستگی در فواصل زمانی اندازه‌گیری شده ناچیز می‌باشد، از این‌رو از پارامتر  $\frac{V \times t}{D}$  نیز صرف نظر شده است (Ozalp and Bozkus 2012). پارامترهای  $\sigma_g$  و  $d_{50}$  هر دو مربوط به رسوب بوده و پارامتر  $\sigma_g$  مستقیماً بر مسلح‌سازی بستر (Melville, 1997)، از نسبت  $\frac{V}{V_c}$  در فرایند مسلح‌سازی بستر استفاده شده است و این پارامتر در تحقیق حاضر نیز حضور

### نتایج و بحث

در تحقیق حاضر جهت تخمین نسبت بی بعد عمق آبشنستگی اطراف پایه های پل به قطر پایه  $\frac{d_s}{D}$  با آرایش های مختلف از روش ماشین بردار پشتیبان استفاده شده است و میزان تاثیر پارامترهای ورودی بی بعد همچون عدد رینولدز ( $Re$ )، نسبت سرعت متوسط به سرعت بحرانی  $(\frac{v}{v_c})$ ، نسبت اندازه متوسط ذرات به ضخامت زیر لایه لزج  $(\frac{d_{50}}{\delta})$ ، که  $\frac{11.6*v}{u^*} = \delta$  بوده و نسبت عمق اولیه جریان به قطر پایه پل  $(\frac{d_0}{D})$ . همچنین تاثیر پارامتر شیلدز  $(\tau_*)$  بر عمق آبشنستگی مورد بررسی قرار گرفت. از این رو ۱۲ ترکیب مختلف با پارامترهای ورودی های متفاوت به شرح جدول ۳ تعریف شده است به این صورت که دو سناریو مختلف مد نظر قرار گرفته است که شش ترکیب اول به سناریو ۱ (پارامترهای جریان) و شش ترکیب دوم به سناریو ۲ (پارامترهای جریان و رسوب) اختصاص داده شده است. در این تحقیق برای برآورده عمقداکزیم آبشنستگی اطراف پایه های پل با استفاده از ماشین بردار پشتیبان، ۷۰ درصد داده ها به صورت رندوم برای آموزش شبکه و ۳۰ درصد بقیه برای صحت سنجی آنها استفاده شد.

### جدول ۳- ترکیبات مختلف ورودی به ماشین بردار پشتیبان.

مشخصات هیدرولیکی و رسوب(سناریو ۲)	شماره ترکیب	مشخصات هیدرولیکی(سناریو ۱)	شماره ترکیب
پارامترهای ورودی		پارامترهای ورودی	
$\frac{d_0}{D}, \frac{v}{v_c}, \frac{d_{50}}{\delta}, \beta, Re, \tau_*$	۷	$\frac{d_0}{D}, \frac{v}{v_c}, \beta, Re$	۱
$\frac{d_0}{D}, \frac{v}{v_c}, \frac{d_{50}}{\delta}, \beta$	۸	$Re, \beta, \frac{d_0}{D}$	۲
$\frac{d_0}{D}, \frac{v}{v_c}, \beta, \tau_*$	۹	$\frac{v}{v_c}, \beta, \frac{d_0}{D}$	۳
$\frac{d_0}{D}, \frac{d_{50}}{\delta}, \beta$	۱۰	$Re, \beta, \frac{v}{v_c}$	۴
$\frac{d_0}{D}, \frac{v}{v_c}, \frac{d_{50}}{\delta}, Re, \tau_*$	۱۱	$Re, \frac{v}{v_c}, \frac{d_0}{D}$	۵
$\frac{d_0}{D}, \beta, \tau_*$	۱۲	$\frac{d_0}{D}, \beta$	۶

### جدول ۲- روابط مربوط به معیارهای ارزیابی

معیار های ارزیابی	معادلات
جذر میانگین مربعات خطاهای	$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N ((\frac{ds}{D})_m - (\frac{ds}{D})_p)^2}{N}}$
ضریب همبستگی	$R = \frac{\sum_{i=1}^N ((\frac{ds}{D})_m - (\bar{ds})) * ((\frac{ds}{D})_p - (\bar{ds}))}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (([\frac{ds}{D}])_m - ([\bar{ds}])_m)^2}}$
ضریب تعیین	$DC = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N ((\frac{ds}{D})_m - (\frac{ds}{D})_p)^2}{\sum_{i=1}^N ((\frac{ds}{D})_m - (\bar{ds}))^2}$

در جدول ۲، اندیس p مربوط به مقادیر پیش بینی و اندیس m مربوط به مقادیر آزمایشگاهی،  $\frac{d_s}{D}$  نسبت عمق آبشنستگی به قطر پایه پیش بینی شده و  $\frac{d_m}{D}$  نسبت عمق آبشنستگی به قطر پایه در داده های آزمایشگاهی می باشد، و N نیز تعداد داده ها را نشان می دهد.

و پارامتر  $\beta$  (زاویه تمایل پایه پل نسبت به محور قائم) تاثیر بهسزایی در بهبود نتایج شاخص‌های آماری در روش SVM دارد. همینطور، طبق ترکیب‌های تعریف شده در جدول ۳، مشاهده می‌شود که در چهار ترکیب ۱، ۲، ۳، ۴ هر دو پارامتر مربوطه  $\frac{d_0}{D}$  و  $\beta$  به طور همزمان حضور داشته‌اند و طبق بخش ترکیب داده‌ها در جدول ۴ مقایسه نتایج می‌توان نتیجه گرفت که بعد از دو پارامتر ذکر شده، پارامتر  $\frac{v_c}{v}$  در کاهش خطای مدل‌ها موثر است. همانطور که از جدول ۴ مشاهده می‌شود ترکیب تمامی داده‌ها نتایج خوبی را برای SVM بدست نمی‌دهد، از طرفی به‌طورکلی چنین به نظر می‌رسد که تنها با استفاده از پارامترهای هیدرولیکی به عنوان پارامترهای ورودی ترکیب‌ها، نمی‌توان به طور دقیق عمق آبستنگی را پیش‌بینی نمود لذا بررسی ترکیب‌های سناریو دوم در بخش بعدی از اهمیت بالایی در این تحقیق برخوردار است. شکل ۱ منحنی پراکنش آزمایشگاهی-پیش‌بینی چهار بخش مختلف از سناریو ۱ را برای دو مرحله آموزش و آزمون نشان می‌دهد و بیان می‌دارد که همبستگی خوبی بین داده‌های آزمایشگاهی استفاده شده در این تحقیق و نتایج حاصل از روش SVM وجود دارد چرا که تمامی داده‌ها روی خط ۴۵ درجه قرار گرفته‌اند که این بیانگر عملکرد مناسب ماشین بردار پشتیبان در پیش‌بینی عمق آبستنگی در تک پایه و گروه پایه مایل می‌باشد.

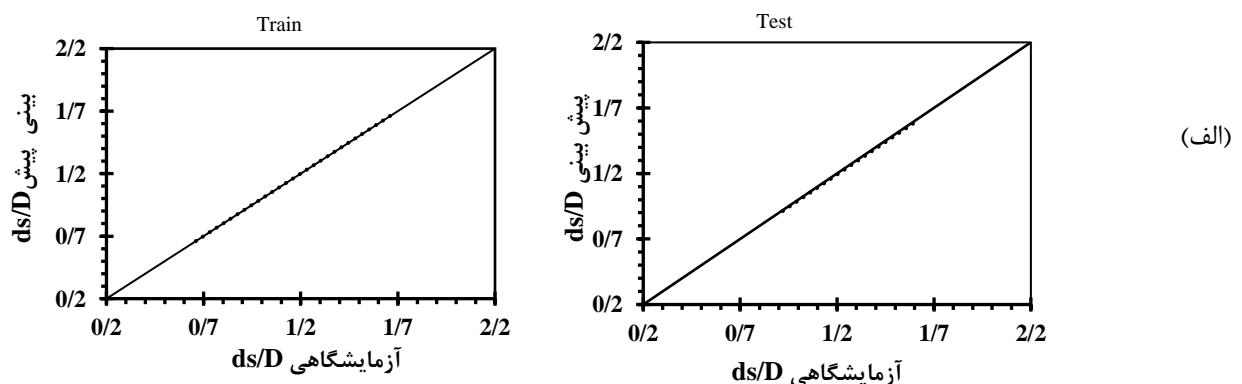
مقادیر معیارهای ارزیابی می‌باشد لذا در شکل ۳ ارتباط پارامتر ۷ و مقادیر معیارهای ارزیابی مورد بررسی قرار گرفته است.

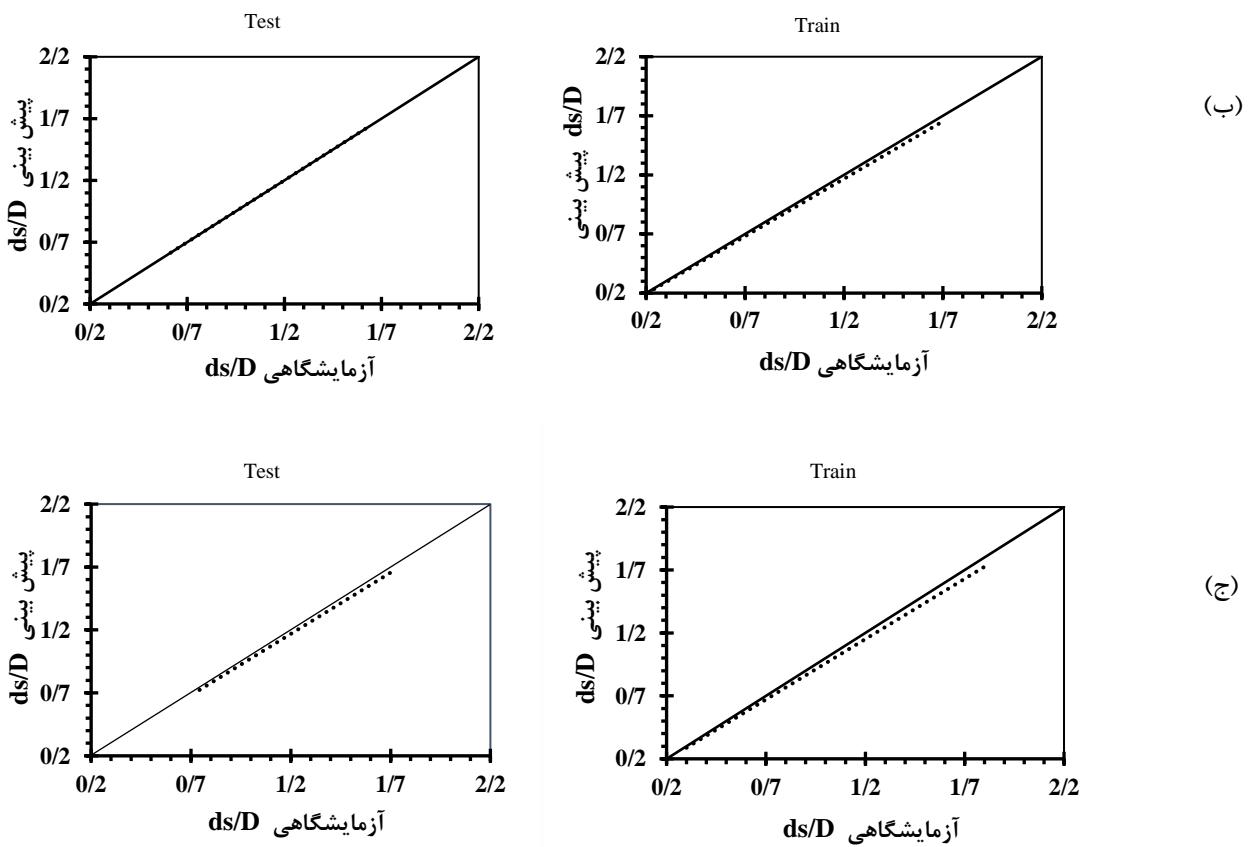
## پیش‌بینی عمق آبشتستگی با پارامترهای هیدرولیکی (سناریو ۱)

در این بخش از تحقیق، برای پیش‌بینی عمق آبستگی اطراف گروه پایه مایل پل‌ها، ۶ ترکیب مختلف بر اساس پارامترهای هیدرولیکی تعریف شده‌اند که پارامترهای هیدرولیکی مربوطه عبارتند از:  $Re$  ،  $\frac{d_0}{D}$  ،  $\frac{V}{V_c}$  و  $\beta$ . همان‌طور که اشاره شد هر سناریو به چهار بخش مختلف به شرح زیر تقسیم شده است: ۱. بررسی آبستگی ماکزیم در آرایش تک پایه، ۲. بررسی آبستگی ماکزیم در آرایش سه پایه، ۳. بررسی آبستگی ماکزیم در آرایش چهارپایه، ۴. محاسبه ماکزیم آبستگی با ترکیب تمامی داده‌ها. ترکیب‌های تعریف شده در سناریو اول، در مدل SVM جهت پیش‌بینی ماکزیم عمق آبستگی اطراف انواع گروه پایه‌ها و تک پایه مایل آنالیز شده و نتایج این آنالیز و مقایسه معیارهای ارزیابی در مرحله آموزش و تست در جدول ۵ به تفصیل آورده شده‌اند. نتایج حاصل نشان می‌دهد که در سناریو اول، ترکیب شماره یک با پارامترهای ورودی  $Re$  ،  $\frac{d_0}{D}$  ،  $\frac{V}{V_c}$  برای سه آرایش تک پایه، سه پایه و چهارپایه و ترکیب شماره سه با پارامترهای ورودی  $\frac{d_0}{D}$  ،  $\beta$ ،  $\frac{V}{V_c}$  برای حالت ترکیب داده‌ها دارای کمترین خطا و بیشترین ضریب همبستگی می‌باشد. می‌توان به این نتیجه رسید که حضور همزمان پارامتر  $\frac{d_0}{D}$  (نسبت عمق اولیه جریان به قطر پایه‌های پل) شکل ۲ نشان دهنده منحنی مقایسه‌ای بین داده‌های مشاهداتی و پیش‌بینی شده است. با توجه به جدول ۵ و ستون مربوط به پارامترهای کوئل می‌توان دریافت که پارامتر ۷ موثرترین پارامتر کوئل در تغییر

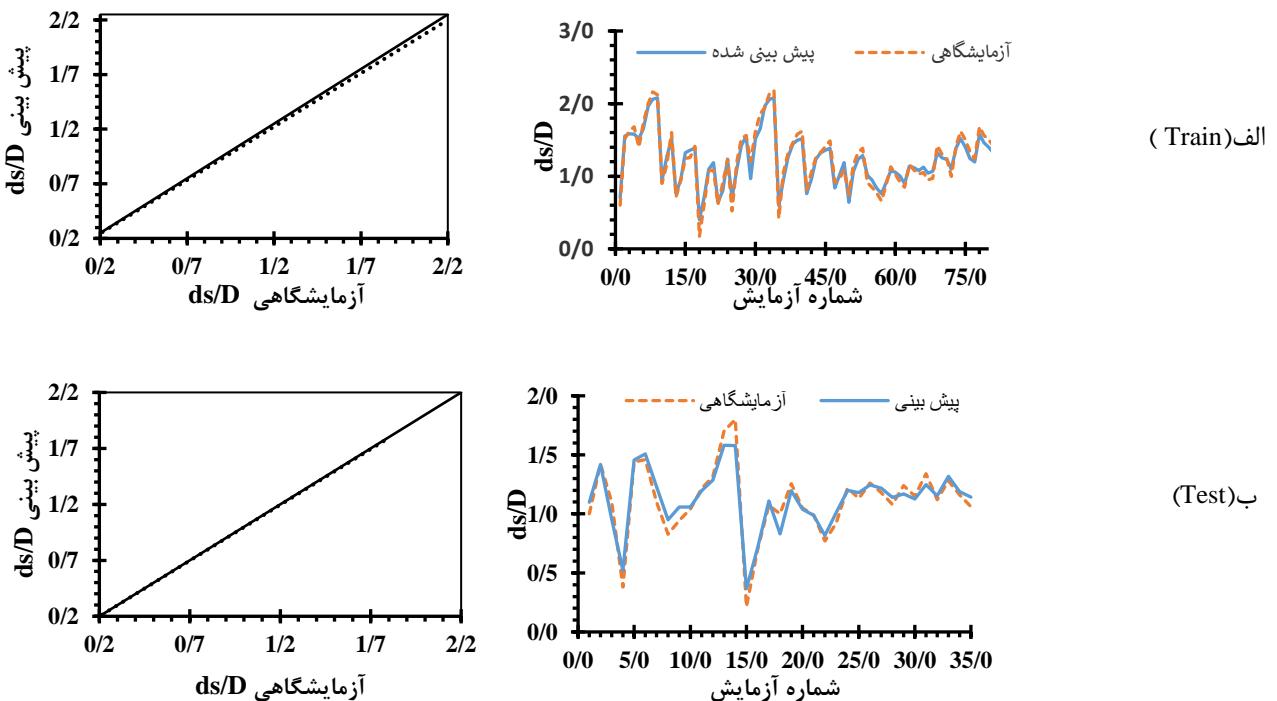
جدول ۴- معیارهای ارزیابی ترکیبات مختلف مدل SVM، برای تعیین عمق آبیستگی در سناریو ۱.

۰/۹۴۲۲	۰/۹۴۰۷	۰/۰۴۶۱	۰/۹۸۰۳	۰/۹۸۰۲	۰/۰۳۴۳		۱۰	۰/۱	۰/۲	۱
۰/۹۲۰۵	۰/۹۲۲۲	۰/۰۴۹۰	۰/۹۷۷۰	۰/۹۷۶۳	۰/۰۳۷۲		۲	۰/۱	۱	۲
۰/۹۳۱۷	۰/۹۳۰۵	۰/۰۴۹۹	۰/۹۷۷۲	۰/۹۷۷۰	۰/۰۳۷۱	تک پایه	۲	۰/۱	۱	۳
۰/۰۹۶۹	۰/۰۷۹۳	۰/۱۲۴۳	۰/۸۳۹۰	۰/۶۷۷۷	۰/۱۳۹۰		۱	۰/۰	۰/۷	۴
۰/۰۹۳۵	۰/۰۷۰۶	۰/۱۲۴۲	۰/۷۹۵۳	۰/۷۹۰۹	۰/۱۱۲۰		۷	۰/۳	۰/۱	۵
۰/۸۸۰۹	۰/۸۷۲۹	۰/۰۶۸۰	۰/۹۱۸۴	۰/۹۱۴۳	۰/۰۷۱۶		۶	۰/۱	۱	۶
۰/۹۷۵۷	۰/۹۷۵۶	۰/۰۵۰۱	۰/۹۹۱۴	۰/۹۷۵۸	۰/۰۵۷۶		۲	۰/۱	۶	۱
۰/۹۵۰۸	۰/۹۵۱۸	۰/۰۷۵	۰/۹۸۱۶	۰/۹۷۷۰	۰/۰۵۶۲		۲	۰/۱	۵	۲
۰/۹۶۵۸	۰/۹۶۴۲	۰/۰۵۸۶	۰/۹۸۲۵	۰/۹۷۲۵	۰/۰۴۱۱	سه پایه	۲	۰/۱	۵	۳
۰/۹۵۴۵	۰/۷۷۶۳	۰/۰۱۹۸	۰/۹۳۱۸	۰/۹۵۳۱	۰/۱۴۵۴		۲	۰/۱	۵	۴
۰/۹۵۲۸	۰/۷۱۶۵	۰/۰۱۰۵	۰/۹۴۹۸	۰/۹۵۵۶	۰/۱۷۸۵		۲	۰/۱	۵	۵
۰/۷۰۴۲	۰/۰۵۶۲	۰/۱۶۹۲	۰/۸۱۲۲	۰/۷۸۷۱	۰/۱۷۱۲		۱۰	۰/۱	۷	۶
۰/۹۷۷۶	۰/۹۵۹۰	۰/۰۵۹۵	۰/۹۹۳۸	۰/۹۶۸۲	۰/۰۶۶۰		۲	۰/۱	۶	۱
۰/۹۴۱۷	۰/۹۳۲۸	۰/۰۷۶۲	۰/۹۸۹۸	۰/۹۷۱۲	۰/۰۶۲۸		۲	۰/۱	۶	۲
۰/۹۶۹۷	۰/۹۶۶۸	۰/۰۵۳۵	۰/۹۹۱۱	۰/۹۷۰۹	۰/۰۶۳۱	چهار پایه	۲	۰/۱	۹	۳
۰/۹۱۳۰	۰/۶۴۱۵	۰/۱۷۵۸	۰/۹۶۴۴	۰/۹۵۸۲	۰/۰۷۵۷		۹	۰/۱	۹/۲	۴
۰/۸۹۳۴	۰/۸۷۳۴	۰/۱۰۴۶	۰/۹۳۸۹	۰/۹۳۷۵	۰/۰۹۲۵		۱۰	۰/۱	۵	۵
۰/۶۳۸۷	۰/۲۵۶۸	۰/۱۸۰۰	۰/۷۰۰۵	۰/۲۳۵۹	۰/۳۲۲۸		۱	۰/۵	۱۵	۶
۰/۹۱۰۶	۰/۹۰۸۶	۰/۰۹۱۰	۰/۹۵۸۸	۰/۹۰۹۴	۰/۰۸۶۵		۶	۰/۱	۶/۵	۱
۰/۸۰۱۱	۰/۸۴۲۷	۰/۱۱۹۵	۰/۹۴۳۵	۰/۹۴۰۰	۰/۱۰۰۳		۹	۰/۱	۷	۲
۰/۹۲۸۷	۰/۹۱۲۷	۰/۰۸۹۰	۰/۹۶۱۵	۰/۹۵۵۱	۰/۰۹۱۰	ترکیب داده‌ها	۲	۰/۱	۱۵	۳
۰/۵۷۰۳	۰/۰۲۲۶	۰/۲۷۷۲۹	۰/۰۷۲۸	۰/۰۸۰۴	۰/۲۷۸۵		۱۰	۰/۱	۱۰	۴
۰/۷۲۰۹	۰/۶۰۹۴	۰/۱۷۴۹	۰/۷۶۲۸	۰/۷۸۵۳	۰/۱۹۹۲		۹	۰/۲	۲	۵
۰/۳۸۷۱	۰/۲۰۹۶	۰/۳۰۹۷	۰/۶۴۷۳	۰/۴۹۵۴	۰/۳۰۵۴		۱	۰/۵	۲۰	۶

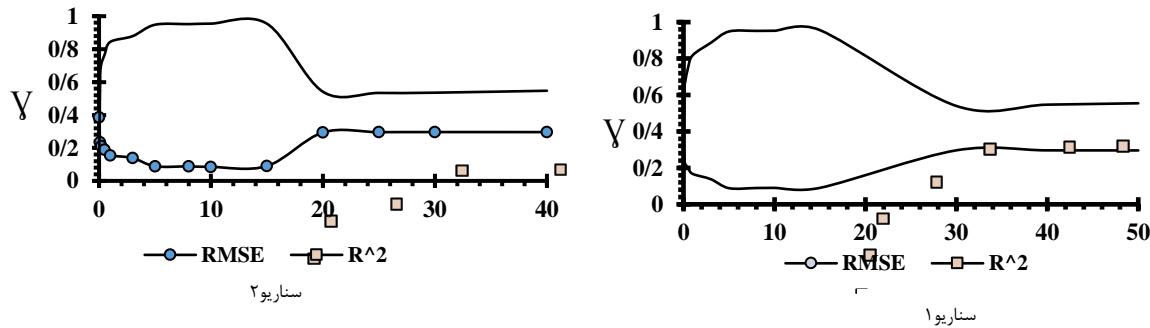




شکل ۱- منحنی پراکنش بین داده‌های آزمایشگاهی و پیش‌بینی شده (الف- تک پایه. ب- سه پایه. ج- چهارپایه).



شکل ۲- منحنی پراکنش بین داده‌های آزمایشگاهی و پیش‌بینی برای ترکیب داده‌ها و منحنی مقایسه‌ای مقادیر آزمایشگاهی و پیش‌بینی برای ترکیب داده‌ها.



شکل-۳- منحنی تاثیر لا بر معیارهای ارزیابی در مدل های برتر در سناریو ۱ و ۲.

برای آرایش تک پایه و سه پایه، ترکیب ۹ برای آرایش چهارپایه و ترکیب ۱۲ برای حالت تمام داده‌ها به عنوان بهترین ترکیب با ضریب همبستگی بیشتر و خطای کمتر بدست آمده‌اند. گفتنی است که نتایج مربوط به منحنی های شکل ۴ و ۵ در این سناریو تحلیل مشابهی با سناریو ۱ دارد. همچنین برای مقایسه تاثیر دو سناریو مختلف در بهبود معیارهای ارزیابی، شکل ۶ ترسیم شده است، از این شکل مشخص است که تحلیل مدل SVM با استفاده از پارامترهای هیدرولیکی و رسوبي، عملکرد بهتری در پیش‌بینی عمق آبیستگی در اطراف گروه پایه و تک پایه ممایل نسبت به ترکیبات بدون پارامترهای رسوبي داشته و حضور همزمان پارامترهای رسوبي و هیدرولیکي به طور قابل توجهی باعث کاهش خطأ و افزایش ضریب همبستگی شده است.

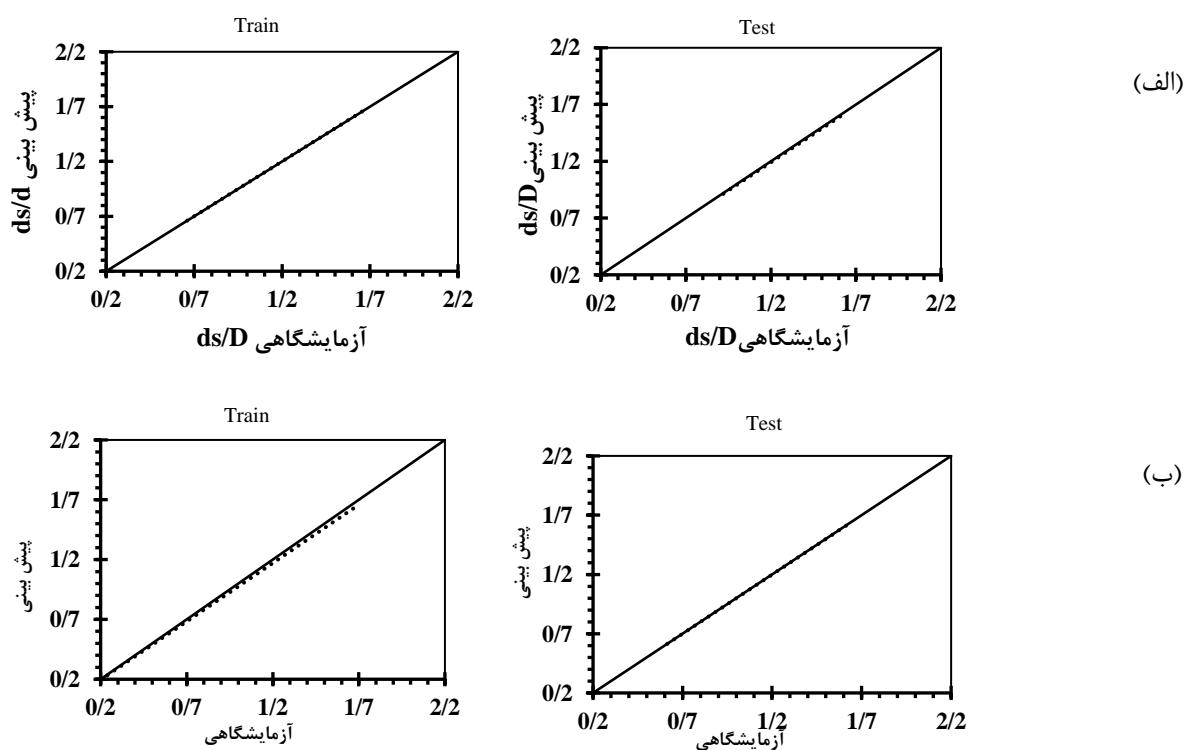
پیش‌بینی عمق آب‌شستگی با پارامترهای هیدرولیکی و  
پارامترهای رسوبی (ستاریو ۲)

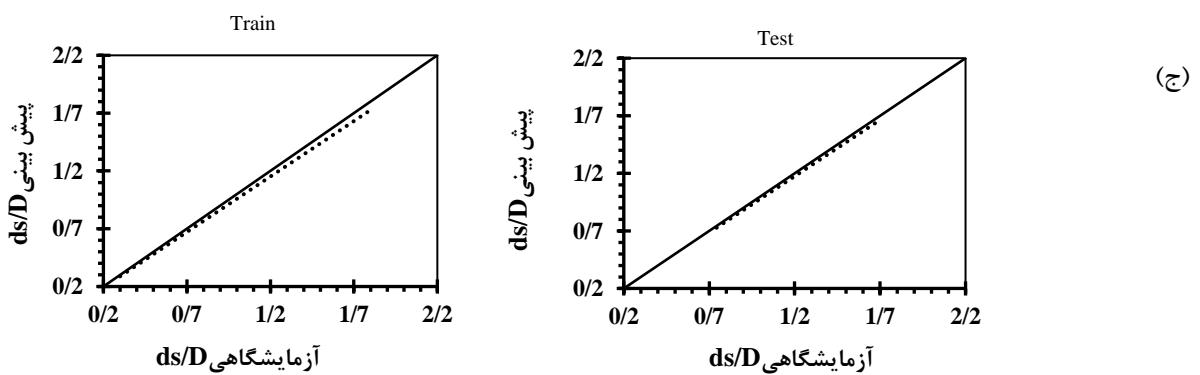
در این بخش از تحقیق نیز برای پیش‌بینی عمق آبشنستگی اطراف گروه پایه مایل پل‌ها، علاوه بر پارامترهای استفاده شده در سناریو قبل (پارامترهای هیدرولیکی) از پارامترهای رسوب نیز برای تعریف ترکیب‌ها استفاده شده است که این پارامترهای رسوبی عبارت‌اند از:  $\tau_{*}$ ،  $\frac{d_{50}}{\delta}$ . در این سناریو نیز ۶ ترکیب مختلف بر اساس هر دو پارامترهای رسوبی و هیدرولیکی تعریف شده و در مدل SVM برای پیش‌بینی ماکزیمم عمق آبشنستگی حول گروه پایه و تک پایه مایل، در ۴ بخش مختلف تحلیل شده و نتایج به صورت جدول ۵ ارائه شده است. در بین ۶ ترکیب تعریف شده، ترکیب ۸

جدول ۵- معیارهای ارزیابی ترکیبات مختلف مدل SVM. برای تعیین عمق آیشستگی در سناریو ۲.

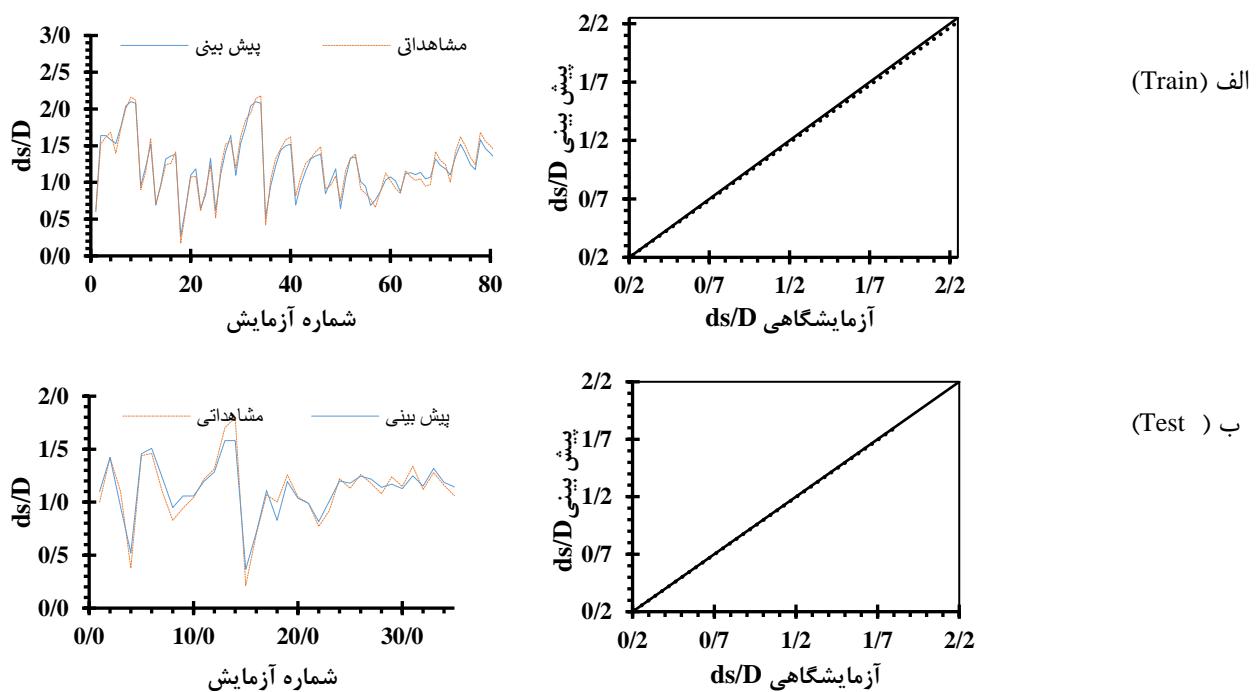
معیارهای ارزیابی						پارامترهای کرفل			شماره ترکیب
Test			Train						
R <sup>2</sup>	DC	RMSE	R <sup>2</sup>	DC	RMSE	C	ε	γ	
۰/۹۴۴۰	۰/۹۴۱۹	۰/۰۴۵۷	۰/۹۸۰۷	۰/۹۸۰۲	۰/۰۳۴۴	۸	۰/۱	۰/۱	۷
۰/۹۴۳۵	۰/۹۴۲۰	۰/۰۴۵۶	۰/۹۸۱۰	۰/۹۸۰۸	۰/۰۳۴۵	۱۰	۰/۱	۰/۲	۸
۰/۹۴۳۰	۰/۹۴۱۶	۰/۰۴۵۹	۰/۹۸۰۴	۰/۹۸۰۳	۰/۰۳۴۳	تک پایه	۱۰	۰/۱	۰/۲
۰/۹۴۱۳	۰/۹۴۰۵	۰/۰۴۶۲	۰/۹۸۱۴	۰/۹۹۹۱	۰/۰۳۳۶	۱۰	۰/۱	۰/۲	۱۰
۰/۵۶۱۰	۰/۵۲۰۰	۰/۱۲۱۳	۰/۸۰۴۶	۰/۸۰۳۶	۰/۱۰۸۵	۴	۰/۲	۰/۲	۱۱
۰/۹۳۳۲	۰/۹۳۲۱	۰/۰۴۹۴	۰/۹۷۷۱	۰/۹۷۶۹	۰/۰۳۷۱	۲	۰/۱	۱	۱۲
۰/۹۶۸۹	۰/۹۴۱۹	۰/۰۵۶۴	۰/۹۹۳۹	۰/۹۸۰۲	۰/۰۵۸۰	۲	۰/۱	۴/۵	۷
۰/۹۸۲۵	۰/۹۸۰۱	۰/۰۴۲۳	۰/۹۹۲۴	۰/۹۸۰۳	۰/۰۵۲۹	۲	۰/۱	۵/۵	۸

۰/۹۸۱۰	۰/۹۴۱۶	۰/۰۴۴۳	۰/۹۹۲۳	۰/۹۸۰۳	۰/۰۵۶۰	سه پایه	۲	۰/۱	۵/۶	۹
۰/۹۸۲۰	۰/۹۴۰۵	۰/۰۴۴۹	۰/۹۸۸۶	۰/۹۹۹۱	۰/۰۵۶۱		۲	۰/۱	۵/۶	۱۰
۰/۸۹۶۵	۰/۰۵۲۰۵	۰/۱۲۰۰	۰/۹۲۷۰	۰/۸۰۳۶	۰/۱۰۰۸		۲	۰/۱	۱	۱۱
۰/۹۷۲۰	۰/۹۳۲۱	۰/۰۵۱۹	۰/۹۹۰۷	۰/۹۷۶۹	۰/۰۵۹۰		۲	۰/۱	۷	۱۲
۰/۹۷۰۶	۰/۹۴۶۵	۰/۰۶۸۰	۰/۹۹۳۹	۰/۹۶۷۲	۰/۰۶۷۰		۲	۰/۱	۵/۵	۷
۰/۹۸۱۱	۰/۹۷۴۱	۰/۰۴۷۲	۰/۹۹۰۲	۰/۹۶۸۳	۰/۰۶۰۹		۲	۰/۱	۷/۵	۸
۰/۹۸۲۵	۰/۹۷۴۹	۰/۰۴۶۵	۰/۹۹۰۵	۰/۹۶۷۳	۰/۰۶۶۹	چهارپایه	۲	۰/۱	۸	۹
۰/۹۸۲۸	۰/۹۷۹۲	۰/۰۴۲۳	۰/۹۹۱۸	۰/۹۶۹۵	۰/۰۶۴۶		۲	۰/۱	۸	۱۰
۰/۸۴۴۳	۰/۶۴۱۰	۰/۱۷۶۳	۰/۹۳۷۹	۰/۹۲۴۶	۰/۰۹۴۶		۲	۰/۱	۱	۱۱
۰/۹۷۷۱	۰/۹۰۱۲	۰/۰۵۲۸	۰/۹۸۴۷	۰/۹۶۸۹	۰/۰۶۰۲		۲	۰/۱	۵	۱۲
۰/۹۲۱۰	۰/۹۰۰۹	۰/۰۹۲۴	۰/۹۶۳۳	۰/۹۰۹۹	۰/۰۸۶۰		۳	۰/۱	۱۰	۷
۰/۹۳۱۹	۰/۹۱۷۳	۰/۰۸۶۶	۰/۹۶۰۰	۰/۹۶۲۰	۰/۰۸۳۷		۳	۰/۱	۱۰	۸
۰/۹۲۴۵	۰/۹۲۰۲	۰/۰۸۵۱	۰/۹۶۰۷	۰/۹۶۰۸	۰/۰۸۵۰	ترکیب داده‌ها	۵	۰/۱	۱۰	۹
۰/۷۳۷۱	۰/۷۰۸۳	۰/۱۶۲۵	۰/۹۰۰۲	۰/۹۰۶۰	۰/۰۹۰۱		۳	۰/۱	۱۰	۱۰
۰/۷۲۹۳	۰/۶۶۰۹	۰/۱۷۴۲	۰/۷۷۱۷	۰/۷۹۲۸	۰/۱۹۰۷		۳	۰/۲	۱۰	۱۱
۰/۹۳۹۳	۰/۹۳۶۷	۰/۰۷۸۳	۰/۹۶۲۶	۰/۹۶۴۱	۰/۰۸۱۴		۶	۰/۱	۲۰	۱۲

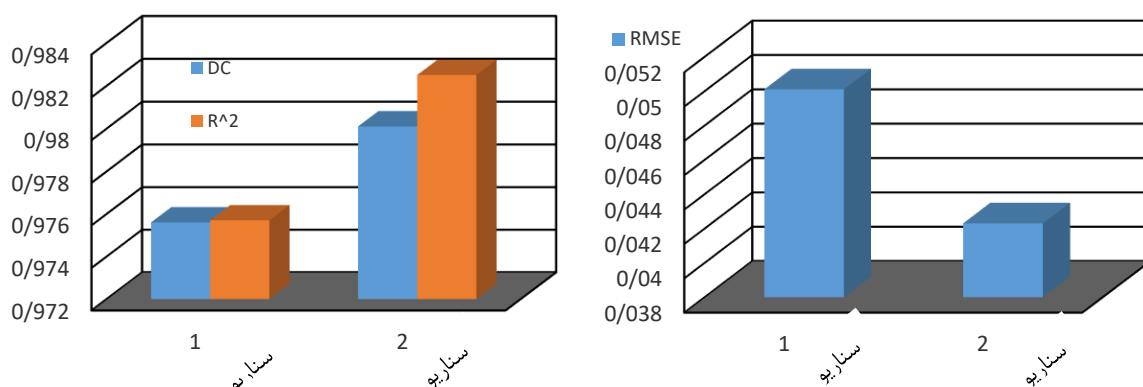




شکل ۴- منحنی پراکنش داده‌های آزمایشگاهی و پیش‌بینی (الف-تک پایه. ب-سه پایه. ج-چهارپایه).



شکل ۵- منحنی پراکنش بین داده‌های آزمایشگاهی و پیش‌بینی برای ترکیب داده‌ها  
و منحنی مقایسه‌ای مقادیر مشاهداتی و پیش‌بینی برای ترکیب داده‌ها.



شکل ۶- نمودار مقایسه سناریو ۱ و ۲ برای آرایش سه پایه در بهبود مقادیر معیارهای ارزیابی.

/۹۸۰۳	۰/۰۵۲۹	سه پایه
/۹۶۷۳	۰/۰۶۶۹	چهارپایه
/۹۶۴۱	۰/۰۸۱۴	ترکیب داده‌ها
-۶۸/۳۷۱	۲/۲۰۰۹	Lacey , Inglis (1959)
-۱۸/۲۳۱	۱/۶۸۵۳	Hancu (1971 )
-۲/۳۶۶۲	۰/۷۰۵۱	Liu et al (1961)
۰/۲۸۰۹	۰/۲۲۵۸	Chitale2(1988)
-۳۷/۳۰۷	۲/۳۷۸۶	Blench(1966)
-۷۷/۹۱۰	۲/۴۱۳۹	Jain(1981)

مقادیر خطای RMSE و DC برای روابط تجربی

سایر محققین به شرح جدول ۶ بدست آمده و مشاهده می‌شود که رابطه‌ی Chitale کمترین خطأ و بیشترین DC را نسبت به روابط دیگر کسب کرده است و نیز رابطه Jain یکی از کم دقت‌ترین روابط برای تخمین عمق آب‌شستگی می‌باشد. همچنین شکل ۱۰ منحنی مقایسه

آرایش تک پایه، سه پایه و چهارپایه در جدول ۷ آورده شده است.

جدول ۷- روابط غیرخطی ارائه شده برای پیش‌بینی عمق آب‌شستگی.

انواع آرایش	روابط غیر خطی	R <sup>2</sup>	RMSE
تک پایه	$\frac{d_s}{D} = 0.612 \left(\frac{d_0}{D}\right)^{0.253} \left(\frac{V}{V_c}\right)^{0.028} \alpha^{1.5}$	/۹۷۲	/۰/۰۷۲
سه پایه	$\frac{d_s}{D} = 0.769 \left(\frac{d_0}{D}\right)^{0.291} \left(\frac{V}{V_c}\right)^{0.726} \alpha^{0.8}$	/۹۷۱	/۰/۰۷۳
چهارپایه	$\frac{d_s}{D} = 0.905 \left(\frac{d_0}{D}\right)^{0.272} \left(\frac{V}{V_c}\right)^{0.519} \alpha^{0.7}$	/۹۷۳	/۰/۰۷۱

همانطور که از نتایج معادلات حاصل از رگرسیون و نتایج روش SVM دراین تحقیق مشاهده می‌شود می‌توان دریافت که روش SVM حتی نسبت به

### مقایسه با فرمول‌های تجربی

تاکنون روش‌های متفاوتی توسط محققین مختلف

برای تخمین عمق آب‌شستگی ارائه شده است که در استخراج این روابط از مفاهیم تئوری و تجربی و روش‌های مختلفی استفاده گردیده است. از آنجایی که انتخاب فرمول مناسب برای محاسبه عمق آب‌شستگی در شرایط مختلف مشکل می‌باشد از این رو مقایسه‌ای بین روش پیشنهادی در این تحقیق و برخی روابط تجربی انجام گرفته است.

جدول ۶- مقایسه مقادیر خطای RMSE و DC بین روابط تجربی و نتایج این تحقیق.

نام محقق	Train	DC	RMSE	سناریو ۲
تک پایه		/۰/۹۸۰۸	/۰/۰۳۴۵	

روابط تجربی با نتایج حاصل از ماشین بردار پشتیبان در این تحقیق را نشان داده و بیان می‌دارد عملکرد این ماشین در پیش‌بینی عمق آب‌شستگی حول گروه پایه نسبت به روابط تجربی ارائه شده توسط محققین مختلف بسیار دقیق‌تر می‌باشد. روش رگرسیونی معادله ۴، رابطه بین عمق آب‌شستگی و پارامترهای ترکیب برتر (شماره ۸) را نشان می‌دهد که  $a$ ،  $b$ ،  $c$  و  $d$  ضرایب ثابتی برای تحلیل رگرسیونی بوده و  $\alpha$  مساوی  $\beta - \alpha$  بر حسب رادیان می‌باشد.

$$\frac{d_s}{D} = a \left(\frac{d_0}{D}\right)^b \left(\frac{V}{V_c}\right)^c \alpha^d \left(\frac{d_{50}}{\delta}\right)^f \quad [4]$$

$$y = a + bx_1 + cx_2 + dx_3 + fx_4 \quad [5]$$

همچنین معادله کلی تحلیل رگرسیونی طبق رابطه

$$x_2 = \ln \left(\frac{v}{v_c}\right) \quad x_1 = \ln \left(\frac{d_0}{D}\right) \quad y = \ln \left(\frac{d_s}{D}\right) \quad x_4 = \ln \left(\frac{d_{50}}{\delta}\right) \quad x_3 = \ln (\alpha) \quad a, b, c, d, f \text{ می‌باشد که} \quad [6]$$

می‌باشد. در سناریو دوم، ترکیب  $\beta$ ، با پارامترهای  $\beta = \frac{v}{D} \cdot \frac{d_0}{v_c}$  برای آرایش تک‌پایه و سه‌پایه، ترکیب  $\beta = \frac{v}{D} \cdot \frac{d_{50}}{v_c}$  با پارامترهای  $\beta = \frac{v}{D} \cdot \frac{d_0}{v_c}$  برای آرایش چهارپایه و ترکیب  $\beta = \frac{v}{D} \cdot \frac{d_0}{v_c}$  با پارامترهای  $\beta = \frac{v}{D} \cdot \frac{d_{50}}{v_c}$  برای حالت تمام داده‌ها به عنوان بهترین ترکیب انتخاب شده است. همچنین با مقایسه تاثیر دو سناریو مختلف مشاهده شد که استفاده توامان از پارامترهای هیدرولیکی و رسوی (حالت تک‌پایه در مرحله آزمون،  $R^2 = 0.9435$ )، در پیش‌بینی عمق آبشنستگی در اطراف گروه پایه و تک‌پایه مایل نسبت به ترکیبات ورودی بدون پارامترهای رسوی (حالت تک‌پایه در مرحله آزمون،  $R^2 = 0.9422$ )، عملکرد بهتری در بهبود معیارهای ارزیابی در تحلیل مدل SVM داشته و به طور قابل توجهی باعث کاهش خطأ و افزایش ضریب همبستگی شده است. بررسی آنالیز حساسیت نشان داد که پارامترهای  $\beta = \frac{v}{D} \cdot \frac{d_0}{v_c}$  موثرترین پارامترها برای پیش‌بینی عمق آبشنستگی اطراف گروه پایه پل می‌باشند. مقایسه نتایج مدل SVM و روابط غیرخطی ارائه شده و روابط تجربی، نشان می‌دهد که مدل SVM نتایج بهتری را نسبت به سایر روش‌ها برای پیش‌بینی عمق آبشنستگی اطراف گروه پایه مایل ارائه می‌دهد.

فرمول‌های بدست آمده از تحلیل رگرسیونی نیز عملکرد بهتری از خود نشان می‌دهد.

### نتیجه‌گیری کلی

در این تحقیق، عملکرد روش ماشین بردار پشتیبان (SVM)، در پیش‌بینی عمق آبشنستگی اطراف انواع گروه پایه‌های مایل بررسی گردید و مجموعاً ۱۱۶ سری داده آزمایشگاهی، در قالب دو سناریو مختلف، برای چهار حالت متفاوت تک‌پایه، سه‌پایه، چهارپایه و ترکیب تمامی داده‌ها مورد بررسی قرار گرفت که ۶ ترکیب ورودی در سناریو ۱ مختص پارامترهای هیدرولیکی و ۶ ترکیب ورودی دیگر در سناریو ۲ مربوط به هر دو پارامترهای هیدرولیکی و رسوی می‌باشند. لذا به منظور ارزیابی کارایی روش SVM برای پیش‌بینی عمق آبشنستگی، از سه پارامتر آماری  $R^2$  و DC، RMSE و  $d_0$  استفاده گردید و نتایج SVM با روابط تجربی و نیمه تجربی و روابط غیرخطی حاصل از روش رگرسیونی تحقیق حاضر مورد مقایسه قرار گرفت. نتایج حاصل نشان داد که در سناریو اول، ترکیب شماره یک با پارامترهای ورودی  $\beta = \frac{v}{D} \cdot \frac{d_0}{v_c}$  برای سه آرایش تک‌پایه، سه‌پایه و چهارپایه و ترکیب شماره سه با پارامترهای ورودی  $\beta = \frac{v}{D} \cdot \frac{d_0}{v_c}$  برای حالت ترکیب داده‌ها دارای کمترین خطأ و بیشترین ضریب همبستگی

### منابع مورد استفاده

- Ataie-Ashtiani B and Beheshti AA, 2006. Experimental investigation of clear-water local scour at pile groups. Journal of Hydraulic Engineering 132(10) : 1100–1104.
- Amini A, Melville B, Ali T and Ghazali A, 2012. Clear-water local scour around pile groups in shallow-water Flow. Journal of Hydraulic Engineering 138(2):177–185.
- Breusers HNC and Raudkivi AJ, 1991. Scouring, International Association for Hydraulic Research, Balkema, Rotterdam, the Netherlands
- Ghorbani MA, Azani A and Naghipour L, 2013. Comparison of the performance of support vector machine with other intelligent techniques to simulate rainfall-runoff process. Journal of Watershed Management Research 13(7) : 92-103.
- Goel A and Pal M, 2009. Application of support vector machines in scour prediction on grade-control structures. Engineering Applications of Artificial Intelligence 22(2): 216-223.
- Hong JH, Goyal MK, Chiew YM, Chua LHC, 2012. Predicting time-dependent pier scour depth with support vector regression. Journal of hydrology 468 : 241–248.
- Hannah CR, 1978. Scour at pile groups. Res.Rep.No.283, Civil Engineering Department. University of Canterbury Christchurch, New Zealand.

- Izadinia, E., Saadatpour, A and Heidarpour, M. 2016. Estimating longitudinal dispersion coefficient of pollutants in open channel flows using artificial neural networks. Water and Soil Science. 26(1/2):225-238. (In Farsi).
- Melville BW, 1997. Pier and abutment scour - an integrated approach. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE 123(2) : 125-136.
- Melville BW and Chiew YM, 1999. Time scale for local scour at bridge piers. Journal of Hydraulic Engineering 1251 : 59-65.
- Mahjoobi J and Mosabbeb E, 2009. Prediction of significant wave height using regressive support vector machines. Ocean Engineering 36 : 339-347.
- Majedi Asl, M., Daneshfaraz, R and Valizade, S. 2018. Experimental investigating effect of river materials mining on scouring around armed pier groups. Iranian Journal of Soil and Water Research. 50(6):1363-1380. (In Farsi).
- Roushangar, K and Rouhparvar, B. 2012. Evaluation of artificial intelligence systems for simulation of bridge piers scouring in cohesive soils. Water and soil science- Univercity of Tabriz. 23(3):169-182. (In Farsi).
- Raudkivi AJ and Ettema R, 1983. Clear-water scour at cylindrical piers. Journal of hydrology 109(3): 338 – 350.
- Vaghefi M, Ghodsian M and Salimi S, 2016. The effect of circular bridge piers with different inclination angles toward downstream on scour. Sadhana 41 (1): 75–86.
- Seyedian, M and Fathabadi, A. 2016. Estimation of bridge pier scour using statistical methods and intelligent algorithm. Journal of Civil and Environmental Engineering 46(2): 1-13. (In Farsi)
- Sharafi H, Ebtehaj I, Bonakdari H and Zaji AH, 2016. Design of a support vector machine with different kernel functions to predict scour depth around bridge piers. Natural Hazards 84(3): 2145-2162.